

نمونه سوالات فصل چهار - سایر توزیع های احتمال

۱. اگر مقاومت های برشی منفرد نقطه جوش ها دارای توزیع نرمال با میانگین μ و انحراف معیار ۱۰ پوند باشند و یک نمونه ۱۶ تایی گرفته شود، آنگاه: الف) احتمال وجود تفاوتی کمتر از یک پوند بین میانگین مقاومت برشی نمونه نقطه جوش ها و میانگین توزیع چقدر است؟ ب) برای آنکه مقدار احتمال فوق برابر ۰.۹ گردد، به چند مشاهده نیاز است؟

۲. هر قطعه نهایی تولید شده در یک کارگاه، از سه قسمت مستقل کنارهم تشکیل شده است به طوری که طول قسمت ها از توزیع هایی مستقل با میانگین های به ترتیب ۳، ۳، ۴ سانتی متر و واریانس های ۴، ۶، ۶ سانتی متر مربع تبعیت می کند. از قطعات نهایی کارگاه، ۶۴ تا به تصادف انتخاب نموده ایم، احتمال اینکه متوسط طول این تعداد بین ۹ تا ۱۱ سانتی متر باشد را بیابید.

۳. X و Y مؤلفه های افقی و عمودی انحرافات یک تیر از مرکز هدف هستند و هریک به طور مستقل دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و انحراف معیارهای به ترتیب ۸ و ۱۰ اینچ می باشند. معادله یک بیضی را چنان پیدا کنید که یک تیر به احتمال ۰.۹۵ در داخل آن فرود آید.

۴. ثابت کنید: $t_{\alpha/2;v}^2 = F_{\alpha;1,v}$

۵. فرض کنید X_1 تا X_7 و Y_1 تا Y_9 نمونه های تصادفی مستقل هر دو با توزیع نرمال و میانگین صفر و واریانس های به ترتیب $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ هستند. الف) مقدار $P\{4 \sum_{i=1}^7 X_i^2 > 6 \sum_{j=1}^9 Y_j^2\}$ را بیابید. ب) اگر \bar{X} میانگین نمونه X_i و S_y انحراف معیار نمونه Y_j باشد، مقدار ثابت a را چنان تعیین کنید که رابطه $P(a\bar{X} > S_y) = 0.05$ برقرار باشد.

۶. فرض کنید X_1 و X_2 متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع نرمال با میانگین های به ترتیب μ_1 و μ_2 و واریانس مشترک σ^2 باشند. مقدار احتمال $P(X_1 - \mu_1 > \sqrt{(X_2 - \mu_2)^2})$ را بدست آورید.

۷. اگر احتمال معیوب بودن یک قطعه ۰.۱ باشد، احتمال وجود حداقل سه قطعه معیوب در یک نمونه ۵۰ تایی را به کمک تقریب پواسون و سپس به کمک تقریب نرمال بیابید.

تمرینات سری اول (موعد تحویل: ۲۷ فروردین)

۱. درجه حرارت وضعیت «روشن» یک کلید که با ترموستات کنترل می شود، توزیع نرمال با میانگین و واریانس و مجهول دارد. قرار است یک نمونه تصادفی گرفته و واریانس نمونه محاسبه شود. برای برقراری رابطه $P(S^2/\sigma^2 \leq 1.83) \geq 0.99$ به چند مشاهده نیاز است؟

۲. اگر X_1, X_2, \dots, X_n متغیر تصادفی مستقل نرمال و همگی دارای میانگین صفر و واریانس σ^2 باشند، توزیع احتمال متغیر تصادفی $U = \frac{\sqrt{n-1}X_1}{\sqrt{\sum_{i=2}^n X_i^2}}$ را بیابید.

۳. اگر X دارای توزیع نرمال استاندارد باشد و X_1, X_2 نمونه های مستقلی از این توزیع باشند، توزیع $\frac{X_1+X_2}{\sqrt{(X_1-X_2)^2}}$ را بدست آورید.

نمونه سوالات فصل هشت - برآورد نقطه‌ای

۱. فرض کنید T_1 و T_2 برآوردکننده‌های θ هستند. اگر $E(T_1) = \theta$ و $E(T_2)$ بزرگتر از θ باشد. همچنین واریانس T_1 برابر ۴، واریانس T_2 مساوی ۲ و $E(T_2 - \theta)^2 = 7$ باشد. کدام یک از آن‌ها برآوردکنندهٔ بهتری برای θ است؟ چرا؟

۲. اگر X_1, X_2, X_3 یک نمونه تصادفی از جامعه نرمالی با میانگین μ و واریانس σ^2 باشند، کارایی نسبی برآوردکننده \bar{X} (میانگین نمونه) نسبت به برآوردکننده $\hat{\theta}_T = \frac{X_1 + 2X_2 + X_3}{4}$ را بدست آورید.

۳. اگر X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونهٔ تصادفی از یک توزیع نرمال با پارامترهای μ و σ^2 باشند، آنگاه برآوردکننده‌های μ و σ^2 را از روش گشتاورها محاسبه کنید.

۴. عمر لامپ‌های خلأ از توزیع نمایی با پارامتر $\frac{1}{\theta}$ پیروی می‌کند. یک نمونهٔ تصادفی n تایی از لامپ‌ها گرفته می‌شود. الف) با روش گشتاورها، برآوردکننده‌ای برای θ بدست آورید. ب) MLE مربوط به θ را پیدا کنید. ج) MLE مربوط به $\frac{1}{\theta}$ را محاسبه کنید. د) حد پایین کریمر-رائو برای واریانس برآوردکننده‌های نارایب θ را بدست آورید.

$$f_X(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

۵. فرض کنید $X = \frac{4}{9}$ یک مشاهده از توزیع زیر باشد. برآورد حداکثر درست‌نمایی θ را محاسبه کنید. ($0 \leq \theta \leq 1$)

X	θ^2	$(1 - \theta)^2$	$\theta(1 - \theta)$
$f_\theta(x)$	$2\theta(1 - \theta)$	θ^2	$(1 - \theta)^2$

تمرینات سری دوم (موعد تحویل: ۱۰ اردیبهشت)

۱. اگر X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونهٔ تصادفی n تایی از یک توزیع با تابع چگالی احتمال $0 < x \leq \theta$ ، $f_\theta(x) = \frac{2x}{\theta^2}$ باشد، برآوردکننده پارامتر θ را به روش گشتاورها پیدا کنید.

۲. عمر ترانزیستورها (X) دارای توزیع ویبول با پارامترهای $\beta, \eta > 0$ و تابع چگالی زیر است. یک نمونهٔ تصادفی n تایی مشاهده می‌شود. اگر β ثابت و معلوم باشد، MLE مربوط به η را بدست آورید.

$$f_X(x, \eta) = \begin{cases} \frac{\beta}{\eta} x^{\beta-1} e^{-\frac{x^\beta}{\eta}}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

۳. اگر X یک متغیر تصادفی برنولی با پارامتر p باشد و یک نمونه تصادفی n تایی از آن بگیریم، حد پایین کریمر-رائو برای واریانس تمام برآوردکننده‌های نارایب p را بدست آورید.

نمونه سوالات فصل هشت - برآورد فاصله‌ای

۱. فرض کنید نتایج مشاهده‌های مربوط به تراکم محموله‌های نوعی ماده شیمیایی خاص، توزیع نرمال با انحراف معیار ۰.۰۰۵ گرم بر سی‌سی دارد. برای ارائه برآوردی براساس میانگین n نمونه، که در ۹۵ درصد از موارد در فاصله ۰.۰۰۲ گرم بر سی‌سی از میانگین واقعی تراکم محموله باشد، باید از چه اندازه نمونه‌ای استفاده نمود؟

۲. تراکم ۲۷ چاشنی انفجاری را تعیین کردیم و میانگین تراکم نمونه ۱/۵۳ محاسبه شد. انحراف معیار معلوم و مساوی ۰.۰۳ است. یک فاصله اطمینان ۹۵ درصدی پایین برای تراکم چاشنی‌های انفجاری پیدا کنید.

۳. داده‌های زیر معرف اندازه‌گیری‌های تخلخل یک نمونه از محموله ذغال است. فاصله اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین واقعی پیدا کنید.

۲.۱۶	۲.۰۷	۲.۳۴	۱.۹۷	۱.۹۷	۱.۹۰
۲.۱۹	۲.۲۳	۲.۱۵	۲.۴۷	۲.۳۱	۱.۹۴
۲.۳۱	۱.۸۶	۲.۲۵	۲.۱۴	۲.۱۵	۲.۱۶
۲.۳۰	۲.۴۸	۲.۱۱	۲.۱۵	۲.۲۴	۲.۰۴
۲.۲۱	۱.۹۱	۲.۰۱	۲.۰۹	۲.۰۷	۲.۲۵

۴. در مورد نمونه‌ای ۱۵ تایی داریم: $\sum_{i=1}^{15} (X_i - \bar{X})^2 = ۱۷.۸$. برای σ فاصله اطمینان ۹۵ درصدی دوطرفه و بالا پیدا کنید.

۵. در ساخت نردبان‌های چوبی، اگر الوار تازه به جای کوره در معرض هوا خشک شوند، قطعات کناری نردبان‌ها تنش بیشتری دارند. می‌توان انحراف معیار هر دو روش را psi ۲۵ گرفت. نمونه‌ای متشکل از ۲۵ مشاهده از هر یک از دو روش گرفته شد و به میانگین‌های psi ۱۱۷۰ برای هوا و psi ۱۱۰۵ برای کوره انجامید. فاصله اطمینانی ۹۵ درصدی برای تفاوت میانگین تنش‌ها در دو روش بدست آورید.

۶. مدت زمان سوختن دو نوع مختلف ظرف دودزا (دارای توزیع نرمال) برحسب ثانیه به شرح زیر است. با فرض مجهول ولی مساوی بودن واریانس‌ها، فاصله اطمینانی ۹۵ درصدی برای میانگین تفاوت مدت زمان سوختن‌ها پیدا کنید.

ظرف نوع دو (Y)		ظرف نوع یک (X)	
۵۲۶	۵۳۷	۴۸۱	۵۷۲
۵۱۱	۵۸۲	۵۰۶	۵۶۱
۵۵۶	۶۰۵	۵۲۷	۵۰۱
۵۴۲	۵۵۸	۶۶۱	۴۸۷
۴۹۱	۵۷۸	۵۰۱	۵۲۴

۷. نتایج زیر برای دو نمونه از توزیع‌های نرمال محاسبه شده‌اند. فاصله اطمینانی ۹۵ درصدی برای $\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$ پیدا کنید.

$$X: n_x = ۸ \quad \sum X = ۱۲ \quad \sum X^2 = ۴۶$$

$$Y: n_y = ۱۱ \quad \sum Y = ۲۲ \quad \sum Y^2 = ۸۰$$

۸. قطر کامل شده کابل مسلح برق دارای توزیع نرمال است. نمونه‌ای ۲۰ تایی دارای میانگین ۰.۷۹ و انحراف معیار ۰.۰۱ است. برای μ و σ به طور همزمان فواصل اطمینانی ۹۵ درصدی پیدا کنید.

نمونه سوالات فصل شش - آزمون‌های فرض در مورد یک پارامتر

۱. یک سازنده لاستیک مصنوعی مدعی است که میانگین سختی محصولاتش برابر $64/3$ درجه است. ممکن است این ادعا درست نباشد، لذا باید تجربه‌ای انجام شود. سوابق حاکی از آن است که انحراف معیار سختی لاستیک ۲ درجه است. اگر میانگین واقعی $64/3$ باشد، احتمال رسیدن به این نتیجه باید برابر $0/95$ باشد. همچنین اگر میانگین سختی تا $1/5$ درجه تفاوت داشته باشد، شیوه باید با احتمال حداقل $0/80$ به این نتیجه بیانجامد که میانگین واقعی برابر $64/3$ نیست. الف) اندازه نمونه مورد نیاز برای این تجربه چقدر است؟ ب) براساس پاسخ قسمت الف، اگر میانگین نمونه برابر 65 درجه باشد، آیا باید نتیجه گرفت که میانگین سختی $64/3$ است؟ ج) وقتی که میانگین واقعی سختی معادل 65 درجه است، براساس پاسخ قسمت الف، احتمال این نتیجه‌گیری که میانگین سختی لاستیک $64/3$ باشد را محاسبه کنید.

۲. یک سازنده کفش ادعا می‌کند که می‌تواند برای مصرف ارتش، پوتین‌هایی بسازد که از پوتین‌هایی که ارتش می‌خرد پرومتر بوده و قیمت یکسانی داشته باشد. سوابق ارتش نشان می‌دهد که میانگین و انحراف معیار عمر پوتین‌های سپاهیان به ترتیب برابر ۱۲ ماه و ۲ ماه است. ارتش روابط نامطلوبی با فروشنده فعلی دارد و از هرگونه تغییر استقبال می‌کند. به منظور آزمودن ادعای سازنده، ارتش ۶۴ جفت پوتین را به طور تصادفی میان سپاهیان توزیع می‌کند. میانگین مدتی که طول می‌کشد تا ۶۴ جفت پوتین غیرقابل استفاده شود، $12/5$ ماه است. به ازای سطح معنادار بودن $0/05$ ، آیا ارتش باید ادعای تولیدکننده جدید را بپذیرد؟ در صورتی که میانگین واقعی عمر پوتین‌ها $11/375$ ماه باشد، احتمال پذیرش این فرض چقدر است؟

۳. یک سازنده لامپ‌های رشته‌ای موفق به ابداع فرآیند تولید جدیدی شده است که امیدوار است میانگین کارایی محصولاتش (برحسب لومن بر وات) را نسبت به میانگین $9/5$ فعلی افزایش دهد. نتایج تجربه‌ای که با ۱۰ لامپ اجرا شده، به شرح زیر است:

۹/۲۷۸	۱۲/۰۴۵
۹/۹۷۱	۱۳/۰۲۴
۱۰/۲۵۰	۹/۸۷۱
۱۱/۴۶۱	۱۱/۵۷۸
۱۱/۵۱۵	۱۰/۸۵۱

به ازای سطح معناداری $0/05$ ، آیا سازنده باید معتقد شود که کارایی افزایش یافته است؟ اگر کارایی معادل ۱۱ باشد، احتمال اظهار این مطلب که کارایی افزایش نیافته، چقدر است؟

۴. یک سازنده وسایل اندازه‌گیری مدعی است که انحراف معیار سنجش با وسایل ساخته‌ او، از 0.0003 بیشتر نیست. از تحلیل‌گری که از این ادعا بی‌اطلاع است و این وسیله را بکار می‌برد، خواسته شده است که ضمن انجام وظایف عادی خود، ۹ دفعه یک رشته اندازه‌گیری را تکرار کند. در پایان معلوم شده است که انحراف معیار ۹ دفعه اندازه‌گیری، 0.0006 است. الف) به ازای سطح معناداری 0.01 ، آیا رد کردن ادعای سازنده قابل توجیه است؟ ب) اگر انحراف معیار واقعی برابر 0.0005 باشد، احتمال رد کردن فرض $\sigma = 0.0003$ را محاسبه کنید. (به روش تحلیلی)

تمرینات سرس سوم (موعده تحویل : ۲۴ اردیبهشت)

- در یک فرآیند شیمیایی، pH محلول خاصی که به عنوان عامل واکنش‌دار به کار می‌رود، باید برابر $8/30$ باشد. برای سنجش pH روشی وجود دارد که می‌دانیم برای محلول‌هایی از این نوع، مقادیری با انحراف معیار $\sigma = 0.02$ از آن حاصل می‌شود. تمایل بر این است که آزمایش‌طوری طراحی شود که اگر pH واقعاً $8/30$ باشد، با احتمال 0.95 بتوان به این نتیجه دست یافت. از سوی دیگر، اگر pH به مقدار 0.3 از $8/30$ انحراف داشته باشد، تمایل بر این است که احتمال کشف چنین تفاوتی، از 0.98 بیشتر باشد. الف) اندازه نمونه مورد نیاز چقدر است؟ ب) اگر میانگین نمونه برابر $8/31$ باشد، نتیجه چگونه خواهد بود؟ ج) اگر pH واقعی مساوی $8/32$ باشد، با استفاده از شیوه فوق، احتمال کسب این نتیجه که pH معادل $8/30$ نیست، چقدر است؟
- براساس یک نمونه 20 تایی از یک توزیع نرمال، با $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = 0.225$ ، فرض $\sigma = 0.1$ را به ازای مقدار 0.01 برای خطای نوع اول آزمایش کنید. احتمال پذیرش فرض $\sigma = 0.1$ چقدر می‌شود، اگر $\sigma = 0.2$ باشد؟

نمونه سوالات فصل هفت - آزمون‌های فرض در مورد دو پارامتر

۱. یک سازنده نردبان‌های چوبی ادعا می‌کند اگر الوار تازه به جای خشک شدن در کوره، در معرض هوا خشک شود، قطعات کناری نردبان ساخته شده از آن، تنش بیشتری خواهند داشت. اما با استفاده از الوار خشک شده در کوره، ممکن است هزینه‌های عملیاتی به‌طور قابل‌توجهی کاهش یابد. بنابراین، به منظور تعیین این‌که آیا الوار خشک‌شده در معرض هوا، تنش بیشتری از الوار خشک‌شده در کوره دارد یا نه، سازنده قصد دارد آزمایشی با سطح معنادار بودن ۵ درصد انجام دهد. او بسیار مایل است از الوار خشک‌شده در کوره استفاده کند، اگر نتایج تجربی این کار را توجیه کند؛ اما فکر می‌کند که بهتر است اگر تنش ماده خشک‌شده در کوره تا 100 psi کمتر از تنش ماده خشک‌شده در معرض هوا باشد، به استفاده از مواد خشک‌شده در هوا ادامه دهد و مایل است مخاطره انجام یک تغییر روش غیرصحيح در این موقعیت، از ۵ درصد بیشتر نشود. سازنده براساس تجربیات گذشته در مورد الوار خشک‌شده در معرض هوا، مایل است بپذیرد که انحراف معیار این تنش 45 psi است. او معتقد است که انحراف معیار تنش ماده خشک‌شده در کوره نیز به همین مقدار است. الف) آزمون مناسب برای استفاده سازنده را تعیین کنید. ب) اندازه نمونه مورد نیاز را تعیین کنید. با فرض اینکه داده‌های زیر از آزمون بند الف نتیجه می‌شوند و با استفاده از اندازه نمونه به‌دست آمده در بند ب، سازنده چه تصمیمی باید بگیرد؟

- میانگین تنش ماده خشک‌شده در معرض هوا 1170 psi
- میانگین تنش ماده خشک‌شده در کوره 1105 psi

۲. در یک آزمایش تجربی، روش X_1 برای تولید بنزین از نفت خام مورد بررسی قرار دارد. پیش از اتمام تجربه، روش دیگری (X_2) پیشنهاد می‌شود. چنین تصمیم گرفته شد که تحت شرایط یکسان، تنها در صورتی X_1 به نفع X_2 کنار گذاشته شود که استحصال دومی به‌طور قابل‌توجهی بیشتر باشد. به‌منظور تعیین انحراف معیارهای واقعی دو روش فوق، فرصت کافی وجود نداشته است، هرچند دلیلی مبنی براینکه نتوان آن‌ها را مساوی دانست، در دست نیست. ملاحظات هزینه، بر اندازه نمونه‌های قابل حصول، محدودیت‌هایی تحمیل می‌کند. اگر سطح معنادار بودن برابر ۵ درصد باشد، براساس نمونه‌های تصادفی زیر، توصیه شما چیست؟ اعداد زیر معرف درصد استحصال از نفت خام‌اند.

$$X_1: 23.2, 26.6, 24.4, 23.5, 22.6, 25.7, 25.5$$

$$X_2: 25.7, 27.7, 26.2, 27.9, 25.0, 21.4, 26.1$$

با استفاده از شیوه بالا، کدام مقدار $\mu_{X_1} - \mu_{X_2} / \sigma$ با احتمال ۸۰ درصد کشف می‌شود؟

۳. در تحقیقات مربوط به خرج انفجاری شلیک موشک‌ها، که با هدف تقلیل زمان تأخیر بین آغاز جریان شلیک و انفجار صورت می‌گیرد، فرض بر این بود که استفاده از خرج نوع T به جای خرج متداول نوع C می‌تواند تأثیری مثبت داشته باشد. انحراف معیارهای تقریبی خرج متداول نوع T (و نیز نوع C) معادل ۰.۰۳ است. قرار شد تجربه‌ای طراحی شود که در آن n شلیک با نوع C و n شلیک با نوع T صورت گیرد. الف) یک تقلیل ۰.۰۶ ثانیه‌ای در تفاوت میانگین‌ها، انجام تغییرات لازم در ساخت را توجیه می‌کرد. اما مهم بود که اگر واقعاً هیچ بهبودی حاصل نشود، خرج نوع T نیز توصیه نشود و به این دلیل α برابر ۰.۰۱ در نظر گرفته شد. مخاطره β برای عدم کشف تقلیلی به میزان ۰.۰۶ ثانیه نیز معادل ۰.۱ در نظر گرفته شد. به منظور تأمین مخاطره‌های فوق، به چند مشاهده نیاز است؟ ب) با توجه به اطلاعات ذیل، آیا خرج نوع T را انتخاب می‌کنید؟

$$\bar{C} = 0.261, S_C^2 = 0.0128$$

$$\bar{T} = 0.250, S_T^2 = 0.0132$$

۴. مقدار موم موجود بر سطح هر طرف از پاکت‌های ساخته‌شده از کاغذ موم‌اندود، متغیری تصادفی است. شواهد موجود این اعتقاد را تقویت می‌کند که تغییرپذیری مقدار موم سطح داخلی کاغذ، از تغییرپذیری مقدار موم موجود بر سطح خارجی آن بیشتر است. یک نمونه از ۷۵ مشاهده از مقدار موم موجود بر هر طرف این پاکت‌ها فراهم شده و داده‌های زیر ثبت شده است:

موم بر حسب پوند در واحد سطح

سطح خارجی

$$\bar{X} = 0.948$$

$$\sum X_i^2 = 91$$

سطح داخلی

$$\bar{Y} = 0.652$$

$$\sum Y_i^2 = 84$$

به منظور تعیین اینکه آیا تغییرپذیری مقدار موم سطح داخلی، بیش از تغییرپذیری مقدار موم سطح خارجی است، یک آزمایش انجام دهید. ($\alpha = 0.01$)

۵. نوع جدیدی قالب برای تهیه بتن ساخته شده است. تصور کنید که قالب جدید مزایایی از قبیل سریع‌تر سخت شدن بتن و غیره نسبت به قالب استاندارد دارد؛ اما در مورد استحکام نهایی محصول کامل شده ابراز تردید شده است. از نظر اقتصادی، انجام دادن تنها سه مشاهده از هر قالب امکان‌پذیر است و داده‌ها به شرح زیرند:

مقاومت فشاری (psi)

انباشته	قالب استاندارد	قالب جدید
۱	۴۶۸۰	۴۰۲۰
۲	۴۶۵۰	۳۹۴۰
۳	۴۵۳۰	۳۹۸۰

الف) آیا با استفاده از قالب جدید، مقاومت فشاری بتن کاهش می‌یابد؟ ($\alpha = 0.05$) ب) اگر $\sigma_D = 90$ باشد، به منظور کشف کاهش معادل $200 psi$ در مقاومت فشاری با احتمال حداقل ۹۰ درصد، به چند مشاهده نیاز است؟

تمرینات سری چهارم (موضوع تحویل: ۷ خرداد)

۱. گفته می‌شود که مقاومت سیم A از سیم B بیشتر است. آزمایش‌هایی روی هر نوع سیم انجام داده‌ایم و نتایج زیر را برحسب اهم به دست آورده‌ایم. با فرض تساوی انحراف معیارها، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ ($\alpha = 0.01$)

سیم B	سیم A
۰.۱۴۰	۰.۱۳۵
۰.۱۳۸	۰.۱۴۳
۰.۱۴۵	۰.۱۳۶
۰.۱۴۲	۰.۱۴۲
۰.۱۴۴	۰.۱۳۸
۰.۱۳۷	۰.۱۴۰

۲. در مورد آزمون فرض $\sigma_x = \sigma_y$ ، رابطه مربوط به تعیین اندازه نمونه را برای شیوه دوطرفه پیدا کنید.

۳. در مورد مسئله یک، تصمیم گرفتیم که تساوی واریانس‌ها مورد آزمایش قرار گیرد. اگر $S_x^2 = 960$ و $S_y^2 = 1330$ باشد، در مورد صحت این فرض تحقیق کنید. ($\alpha = 0.01$)

نمونه سوالات فصل نه - برازآیندن خطوط مستقیم (رگرسیون)

۱. به منظور بدست آوردن رسوب از یک ماده خاص (Y)، در یک محلول مفروض، از معرف شیمیایی (X) استفاده می‌شود. داده‌ها عبارتند از:

Y	x	Y	x	Y	x
۸/۴	۷/۲	۱۱/۱	۶/۴	۱۰/۴	۷/۰
۵/۴	۴/۸	۱۲/۳	۶/۸	۱۲/۷	۸/۰
۶/۳	۵/۲	۱۳/۳	۸/۰	۱۰/۳	۷/۳
۶/۸	۴/۹	۸/۴	۶/۰	۷/۰	۴/۶
۸/۰	۵/۴	۹/۵	۶/۷	۵/۱	۴/۲

الف) خط را به روش حداقل مربعات برآورد کنید. ب) اگر $x = ۷/۱$ باشد، امید ریاضی مقدار رسوب را برآورد کنید. ج) فاصله اطمینانی ۹۵ درصدی برای امید ریاضی مقدار رسوب نظیر $x = ۷/۱$ تعیین کنید. د) فاصله پیش‌بینی‌ای پیدا کنید که احتمال قرار گرفتن مقدار رسوب نظیر $۷/۱$ واحد از معرف در آن، ۹۵ درصد باشد.

۲. تعیین مقاومت برشی نقطه جوش‌ها مشکل است، حال آن‌که اندازه‌گیری قطر آن‌ها نسبتاً ساده است. اگر مقاومت برشی را بتوان براساس اندازه‌گیری قطر جوش پیش‌بینی کرد، این اقدام مزایایی دارد. داده‌ها عبارتند از:

(Y) مقاومت برشی (psi)	(x) قطر جوش ۰.۰۰۰۱ (اینچ)
۳۷۰	۴۰۰
۷۸۰	۸۰۰
۱۲۱۰	۱۲۵۰
۱۵۶۰	۱۶۰۰
۱۹۸۰	۲۰۰۰
۲۴۵۰	۲۵۰۰
۳۰۷۰	۳۱۰۰
۳۵۵۰	۳۶۰۰
۳۹۴۰	۴۰۰۰
۳۹۵۰	۴۰۰۰
مجموع: ۲۲۸۶۰	۲۳۲۵۰

الف) خط حداقل مربعات را تعیین کنید. ب) با استفاده از سطح معنادار بودن ۰.۰۱، فرض مساوی یک بودن شیب را بیازمایید. ج) اگر شیب واقعی ۱.۰۱ باشد، احتمال پذیرش فرض بند (ب) چقدر است؟ د) اگر قطر جوش ۰.۲۳ باشد، امید ریاضی مقاومت برشی را برآورد کنید. ه) فاصله پیش‌بینی پیدا کنید که احتمال قرار گرفتن مقاومت برشی نظیر قطری ۰.۲۳ اینچی در آن ۹۵ درصد باشد.

نمونه سوالات فصل ده - آنالیز واریانس

۱. فرض می‌کنیم چهار ماشین پرکننده کنسرو در یک کارخانه، محصولاتی با وزن غیریکنواخت ارائه می‌کنند. تجربه‌ای انجام می‌دهیم که داده‌های حاصل از آن، برحسب اونس عبارتند از:

ماشین	وزن خالص				
الف	۱۲.۲۵	۱۲.۲۷	۱۲.۲۴	۱۲.۲۵	۱۲.۲۰
ب	۱۲.۱۸	۱۲.۲۵	۱۲.۲۶	۱۲.۲۲	۱۲.۱۹
ج	۱۲.۲۴	۱۲.۲۳	۱۲.۲۳	۱۲.۲۰	۱۲.۱۶
د	۱۲.۲۰	۱۲.۱۷	۱۲.۱۹	۱۲.۱۸	۱۲.۱۶

الف) جدول تحلیل واریانس را ارائه کنید. ب) با آزمایش معلوم کنید که آیا کار ماشین‌ها در سطح معنادار بودن 0.05 با هم متفاوت است یا نه.

۲. میزان استحصال یک فرآیند خاص شیمیایی تحت شرایط متفاوت در زیر ارائه شده است. نتایج معرف فزونی مقادیر نتیجه بر 40.0 پوند، برحسب دهم پوند است.

دما	غلظت حلال بی اثر		
	الف	ب	ج
پایین	۴	۷	۲
متوسط	۱	۵	۰
بالا	۵	۸	۳

فرض کنید بین دما و غلظت حلال بی اثر، هیچ تأثیر متقابلی وجود ندارد. الف) آیا غلظت حلال بی اثر بر استحصال تأثیر عمده‌ای دارد؟ ب) آیا دما بر استحصال تأثیر عمده‌ای دارد؟ ($\alpha = 0.01$)

نمونه سوالات فصل یازده - آزمون برازندگی

۱. داده‌های زیر نشان‌دهنده درجه حرارت خوانده شده توسط یک ترموستات برحسب فارنهایت است.

۵۳۰.۳	۵۵۹.۳	۵۴۹.۴	۵۴۴.۰	۵۵۱.۷	۵۶۶.۳	۵۴۹.۹	۵۵۶.۹
۵۳۶.۷	۵۵۸.۸	۵۳۸.۸	۵۴۳.۳	۵۵۹.۱	۵۵۵.۰	۵۳۸.۶	۵۵۱.۱
۵۶۵.۴	۵۵۴.۹	۵۵۰.۰	۵۵۴.۹	۵۵۴.۷	۵۳۶.۱	۵۶۹.۱	

الف) آزمون کولموگروف-اسمیرنوف را به منظور تعیین اینکه آیا می‌توان فرض کرد داده‌های فوق طبق توزیع نرمال با میانگین 550 و واریانس 100 تعریف می‌شوند یا نه، انجام دهید. ($\alpha = 0.05$)

ب) آزمون برازندگی مربع کای را به منظور تعیین اینکه آیا می‌توان فرض کرد داده‌های فوق طبق توزیع نرمال تعریف می‌شوند یا نه، انجام دهید. ($\alpha = 0.05$)