

# آموزش اتحاد



اتحاد چیه؟ اصلا نباشه چی میشه؟



از یه زاویه دیگه نگاه کنیم. اتحاد همون ضرب عبارت های جبرییه. مثل  $(x+1)(x+1) =$



حالا اتحاد برای من چی کار میکنه؟



بین الان من این ضرب رو انجام میدم.

$$(x+1)(x+1) = x^2 + x + x + 1$$



این چهار جمله رو نگاه کنی باز جمله های مشابه توش هست و میتونم باز ساده ترش هم بکنم

$$\begin{aligned}(x+1)(x+1) &= x^2 + x + x + 1 \\ &= x^2 + 2x + 1\end{aligned}$$



خب اینو که می دونستم حالا اتحاد کجای کاره؟



اتحاد میاد میگه این ضرب و مثل این ضرب ها رو من الگو براش می تونم پیدا کنم

که دیگه هی ضرب نکنی بعد تازه بیای جمله مشابه ها رو پیدا کنی بعدش ساده کنی

بعد از ساده کردن جواب پیدا بشه و برای اون الگو معرفی می کنه مثلا میگه بجای اینکه

ضرب  $(x+1)(x+1)$  که دو تا پراتز عین هم هستن و میتونیم بنویسیم  $(x+1)^2$  برای

جوابش بیا این کار رو بکن. که من در زیر می نویسم که متوجه بشی.

$$\begin{aligned}\text{جمله دوم} \times \text{جمله اول} + 2 \times \text{جمله اول} + \text{جمله دوم} &= (\text{جمله اول})^2 + (\text{جمله دوم})^2 + 2 \times \text{جمله اول} \times \text{جمله دوم} \\ (x+1)^2 &= x^2 + 1 + 2x\end{aligned}$$



خب من الان تا حدودی متوجه شدم ولی تا اونجایی که فهمیدم یه جورایی کار مارو ساده می کنه

البته اگه اتحاد هم بلد نباشم یا یادم بره می تونم توی چک نویسی ضرب رو انجام بدم و ساده کنم

بعد جوابشو توی امتحان بنویسم . معلم هم نمی دونه که من توی چک نویسی ضرب کردم.



درست میگی ولی کار ایش یه مقدار بیشتره که چند صفحه جلوتر برات توضیح میدم

آره می تونی ضرب رو انجام بدی و بنویسی ولی اگه معلم بخواد سوال دیگه ای بده

توش گیر می کنی . فعلا برای اینکه اتحاد و الگوی اتحاد برات جا بیفته چندتا مثال حل می کنم

بعد نمونه سوال میدم .

اتحاد اول (مربع دو جمله ای)

$$(2x + 3)^2 = (2x)^2 + 3^2 + 2 \times 2x \times 3 = 4x^2 + 9 + 12x$$

جمله دوم  $\times$  جمله اول  $\times 2 = 12x$

$$(3x - 2)^2 = 9x^2 + 4 - 12x$$



این منفی از کجا اومد؟

$$2 \times 2x \times -2 = -12x$$



بین گفتم دو برابر جمله اول ضرب در جمله دوم خب جمله اول مثبت بود و جمله دوم

منفی بود من که از خودم منفی نذاشتم چون هر جمله ای با علامت پشتش شناخته میشه و با همون علامت محاسبه

میشه.



حالا میریم سراغ نمونه سوالی که معلمتون شاید بده .

الف) حاصل عبارات زیر را با استفاده از اتحاد بدست آورید.

$$(3a + 1)^2 =$$

$$(4x - 3y)^2 =$$

$$(2x + \frac{1}{2})^2 =$$

$$(\sqrt{2} + 3\sqrt{3})^2 = (\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{3})^2 + 2 \times \sqrt{2} \times 3\sqrt{3}$$

$$= 2 + 27 + 6\sqrt{6}$$

$$= 29 + 6\sqrt{6}$$

۶√۲√۳ ۵۴√۶



ب) در جای خالی عدد یا عبارت مناسب قرار دهید.

$$(x - 7)^2 = x^2 + \dots + 49$$

$$(\dots + 3y)^2 = 4x^2 + \dots + 9y^2$$

$$(2x + \dots)^2 = \dots + 24 + \dots$$



اینارو چه جوری باید پر کنم

همون فرمول و الگو رو تو ذهنت یا چک نویس حساب می کنی ببینی کدومش گمه جاش میذارى



مثلا توی اولی توان دو جمله ها هست ولی دو برابر اولی در دومی نیست اینو می نویسی

$$x \times x \times -7 = -14x$$

$$(x - 7)^2 = x^2 - 14x + 49$$

یا در دومی توان دو  $3y$  هست و توان دو اولی هم هست که نوشته  $4x^2$  پس بیا ببین چی بوده که توان دوش شده



$4x^2$  یعنی  $2x$  بوده که توان دوش شده  $4x^2$  یعنی جمله اول توی جای خالی  $2x$  هست و بنویس.

$$(\dots + 3y)^2 = 4x^2 + \dots + 9y^2$$

حالا که دو تا جمله رو داری جای خالی رو که دو برابر اولی در دومی هست حساب کن و بنویس

$$2 \times 2x \times 3y = 12xy$$



اما به اتحاد دیگه هم بهت معرفی می کنم تا بیشتر متوجه بشی



## اتحاد مزدوج

اتحاد مزدوج (دو تا پرانتز عین هم جمله هاش هم عین هم فقط علامت بینشون فرق داره) مثل  $(x+1)(x-1)$

جوابش هم (الگوش هم) به صورت زیر هست.

جمله دوم - جمله اول  
 $x^2 = 1$

$$(x-1)(x+1) = x^2 - 1$$

جمله ۲، جمله ۱، جمله ۲، جمله ۱

مثال



حالا نمونه سوال از این اتحاد.

الف) حاصل عبارات زیر را با استفاده از اتحاد بدست آورید.

$$(x-5)(x+5) =$$

$$(2x+3)(2x-3) = (2x)^2 - 3^2 = 4x^2 - 9$$

$$(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 = 5 - 3 = 2$$

ب) در جای خالی عدد یا عبارت مناسب بگذارید.

$$(3-x)(\dots+x) = \dots - \dots^2$$



حالا چی کار کنیم؟

خب دو تا جمله رو توی پرانتز اولی داده می تونی بقیه اش رو حدس بزنی یعنی جمله اول پرنتز دوم هم ۳ هست



و جواب رو هم که خودت از روی الگو حساب کن بنویس (دومی به توان ۲ - اولی به توان ۲)



$$(\dots + 2y)(3x - \dots) = \dots - 4y^2$$

مثال بعدی رو هم حساب کن

خب فکر کنم توی پرائنزها باید عین هم باشه پس توی اولی  $3x$  می دارم و توی دومی هم  $3y$  که با هم یکی بشن

بعد هم می تونم حساب کنم جواب رو که بلدم بدست بیارم

$$(3x + 2y)(3x - 2y) = 9x^2 - 4y^2$$



حالا به اتحاد دیگه هم می خوام معرفی کنم

دیگه آخریشه ( البته برای شما سال اولی ها ) وگرنه اتحادها زیادند و ما پرکاربردترین رو معرفی می کنیم.

## اتحاد جمله مشترک

توی این اتحاد مثل مزدوج دو تا پرائنزهست ولی فقط به جمله اش مثل هم هستش مثل  $(x-1)(x+3)$

الگوی این اتحاد هم به این صورت زیر هستش

(ضرب دو جمله دیگه) + مشترک (جمع دو جمله دیگه) + مشترک

$$3 + 4 = 7$$

$$3 \times 4 = 12$$

مثال

$$(x + 3)(x + 4) = x^2 + 7x + 12$$

مشترک



حالا سوالات مربوطه که در امتحان ممکنه بیاد .

دقت کن باید توی اتحادها زیاد تمرین کنی تا عبارت جبری بینی سریع نوع اتحاد رو تشخیص بدی .

تشخیص نوع اتحاد ۵۰ درصد حل مسأله است و بقیه الگوی اتحادها که باید حفظ کرده باشی .

$$-۳ + ۲ = -۱$$

$$-۳ \times ۲ = -۶$$

$$(x - ۳)(x + ۲) = x^2 - x - ۶$$

$$(۳a + ۱)(۳a - ۶) = ۹a^2 - ۱۷a - ۶$$

$$(x + ۷)(x + ۵) = x^2 + ۱۲x + ۳۵$$

$$(x^2 - ۷)(x^2 + ۸) = x^4 + x^2 - ۵۶$$

الف) حاصل عبارات زیر را با استفاده از اتحاد بدست آورید.

$$+۱ - ۶ = -۵ \times ۳a = -۱۵a$$

حالا برعکس.

ب) جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.



$$x^2 + ۷x + ۱۰ = (x + \dots)(\dots)$$



خب چرا چیزی نمیگی؟

الان راهنمایی می کنم. این اتحاد جمله مشترک.



از کجا باید بفهمم؟



چون توی اتحاد مزدوج جواب دو جمله داشت تازه به توان ۲ بودند و بینشون منها

توی اتحاد اول درسته که سه تا جمله درست میشد ولی دو تا مربع کامل داشتیم ولی اینجا فقط  $x^2$  مربع کامله ۱۰ و  $۷x$  مربع کامل نیستند (توان دو نیستند)

پس می مونه جمله مشترک تازه چند تا تمرین کنی سریع اینو می فهمی.

$$x^2 + 7x + 10 = (x + \dots)(\dots)$$

اما راه حلش

جمله مشترک همونیه که به توان ۲ رسیده پس باید دنبال دو تا جمله دیگه باشم خوب که نگاه

می کنم می بینم باید دنبال دو تا عدد بگردم به طوری که ضربشون بشه ۱۰+ و جمعشون بشه ۷+

$$x^2 + 7x + 10 = (x + \dots)(\dots)$$



چه جوری پیدا کنم؟



بین چند چند تا میشه ۱۰+ تا حالت های مختلف رو در نظر میگیری

اونی که جمعشون میشه ۷+ رو انتخاب می کنی.

$$2 \times 5 = 10 \quad \longrightarrow \quad 2 + 5 = 7$$

$$1 \times 10 = 10 \quad \longrightarrow \quad 1 + 10 = 11$$

پس همون ۲ و ۵ رو انتخاب می کنم و می نویسم در جای خالی.



$$x^2 + 7x + 10 = (x + 2)(x + 5)$$

جمله های مشترک




فعلا اتحادها تموم شد حالا می خوام برم سراغ بازی با عبارت های جبری و اتحادها و اونا رو به کار بگیرم

مثلا می خوام عبارت جبری زیر رو به صورت ضرب دو پرانتز در بیارم (البته اگه بشه نه اینکه همیشه میشه)



حالا چرا می خوام اینکار رو بکنی

برای اینکه بعضی جاها احتیاج پیدا می کنیم که عبارت ما به صورت ضرب باشه یا یک پراکنز باشه تا کارمون راه بیفته . مثلا شاید کسر باشه می خوام ساده کنم اونوقت وقتی ضربی باشن می شه ساده کنم در جمع و تفریق همیشه

چقدر حرف می زنی چند تا تمرین حل کنیم متوجه میشی 

مثال : عبارات زیر را تجزیه کنید. (یعنی به صورت ضرب دو تا عبارت در بیاورید.)

$$y^2 + y - 6 = (y + 3)(y - 2)$$
$$\begin{aligned} (+3) + (-2) &= +1 \\ +3 \times -2 &= -6 \end{aligned}$$

جمله مشترک پس دنبال دو تا عدد میگردد که + آنها + بشه و ضربشون بشه -6

مثال بعدی

$$y^2 - y - 6 = (y - 3)(y + 2)$$

اتحاد مزدوج چون دو تا مربع کامل با منها داره پس جذر می گیرم و می نویسم.

$$x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$$

جدد مشترک

$$x^2 + 10x + 24 = (x + 4)(x + 6)$$

$$a^2 - 8a + 15 = (a - 3)(a - 5) \Rightarrow \begin{aligned} -3 \times -5 &= 15 \\ -3 + -5 &= -8 \end{aligned}$$

خدا نکه دار