بسم الله الرحمن الرحیم

دستور کار آزمایشگاه کنترل خطی

(ویرایش اول)

تهیه کنندگان:

راحیل زرگری نژاد - بابک نیک فر

قوانین و مقررات کار در آزمایشگاه کنترل خطی

1- هر آزمایش شامل سه بخش، پیش گزارش، شرح آزمایش و گزارش کار می‌باشد. دانشجویان موظف‌اند، قبل از هر جلسه آزمایشگاه، بخش پیش گزارش مربوط به هر آزمایش را تکمیل نمایند. بدیهی است درصورتی‌که مطالب مربوط به این بخش تکمیل نشود، دانشجو از انجام آزمایش مربوطه محروم خواهد بود.
2- پیش از ورود به آزمایشگاه مطالعه دقیق در مورد آزمایش ضرورت دارد. گزارش کار مربوط به هر آزمایش شامل تمام موارد درخواستی در بخش شرح آزمایش، در ابتدای جلسه بعدی دریافت می‌گردد.
3- رعایت نظم و انضباط در محیط آزمایشگاه ضروری می‌باشد. لازم به ذکر است دانشجویانی که با تأخیر در آزمایشگاه حاضر شوند، از جلسه مربوطه نمره کامل دریافت نخواهند کرد.
4- .دانشجویان موظف هستند تلفن همراه خود را در وضعیت بی صدا قرار دهند و از استفاده تلفن همراه در داخل کلاس بپرهیزند.
5- درصورتی‌که در تهیه گزارش کارها مواردی چون کپی و یا همانند نویسی از گزارش کار سایر گروهها مشاهده شود (اعم از کل گزارش یا بخشی از آن حتی در مورد شکل‌ها و نمودارها) تخلف محسوب شده و نمره گزارش کار تمام گروه های متخلف صفر منظور خواهد شد. (اعم از گروهی که کپی را انجام داده و گروهیکه نسخه اصلی گزارش کار را نوشته است).

نحوه تهیه و تنظیم گزارش کار

یادگیری نحوه نوشتن یک گزارش آزمایش کامل و ارائه نتایج و تحلیل به شکل علمی و دقیق، هدف دیگر این درس آزمایشگاه است. در نگارش متن گزارش کار موارد زیر را رعایت نمایید.

1- **صفحه عنوان**: قید شماره و عنوان آزمایش، تاریخ انجام آزمایش و تاریخ تحویل گزارش کار شماره کد گروه) برای هر گروه در آزمایشگاه کد ویژه‌ای اختصاص داده می‌شود. نام و نام خانوادگی نویسنده گزارش کار.
2- **متن گزارش کار**: متن گزارش کار سرفصل‌های زیر را شامل می‌شود.
3- **چکیده**: چکیده باید به گونه ای تنظیم شود که هر شخصی با خواندن آن قادر باشد بگوید تمام گزارش درباره چه چیزی است . مطمئن باشید مطالب مهم گزارش شامل هدف آزمایش، فرض‌ها، یافته‌های مهم و نتایج را بیان کرده‌اید
4- **مقدمه**: هدف از مقدمه، بیان کردن دلیل انجام آزمایش است .در آن فرض‌ها بیان می‌شوند .مقدمه همچنین اطلاعات پیش‌زمینه و تئوری‌های علمی که آزمایش مبتنی بر آن است را شامل می‌شود.
5- **نتایج**: نتایج آزمایش را ارائه کنید .جدول‌ها، نمودارها و شکل‌ها باید با کیفیت مناسب تهیه شوند و در محل مربوط قرارداده شوند . تمامی شکل‌ها و جدول‌ها توضیحات زیرنویس داشته باشند و در داخل متن به آنها ارجاع دهید .شکل‌ها مقیاس داشته باشند و چند شکل مشابه، به‌صورت مقایسه ای در یک شکل آورده شوند . شکل‌ها و نمودارها توسط نرم‌افزار و شبیه‌ساز مناسب تولید شوند .نتایج را شرح دهید و اهمیت آنها را بیان کنید و یافته‌هایتان را از آزمایش ارائه کنید . بعلاوه منابع مختلف خطا در آزمایش را شرح دهید و اندازه خطا را زمانی که رخ می‌دهد بیان کنید .

آشنایی با نرم افزار

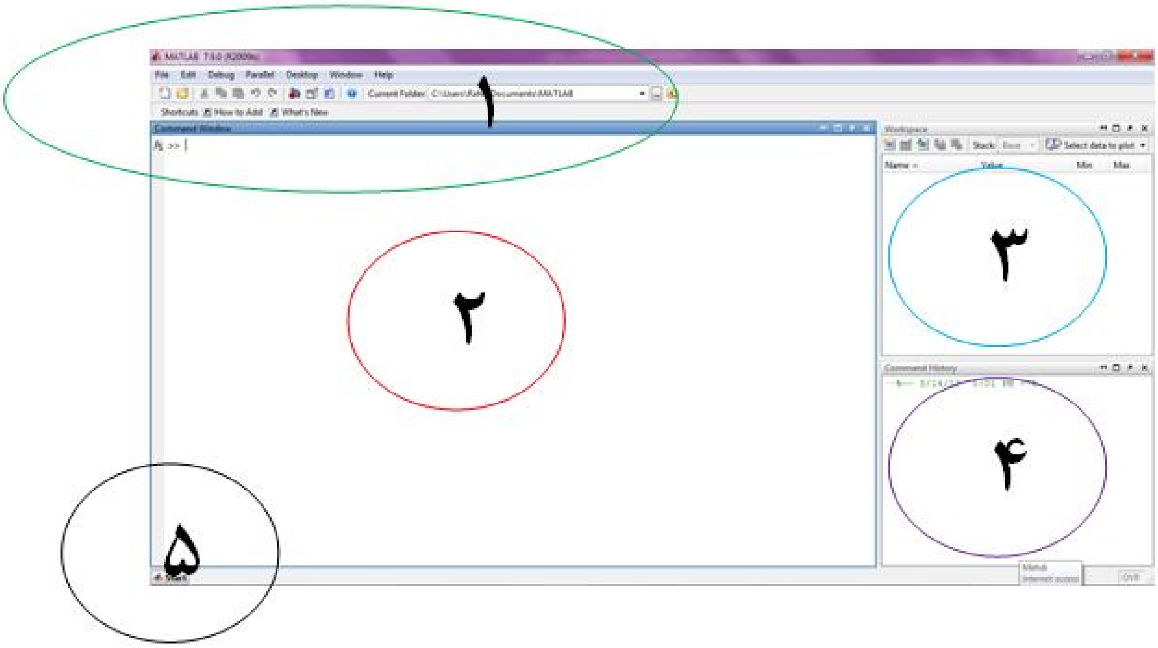
MATLAB

1. مقدمه:

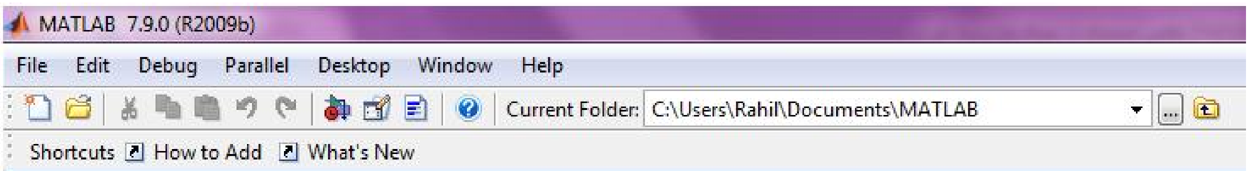
نرم‌افزار MATLAB که یکی از مهم‌ترین و قدرتمندترین ابزارهای مورد استفاده در رشته مهندسی برق می‌باشد، قابلیت های منحصر به فردی را برای تحلیل سیستم‌ها ارائه می‌دهد. در این متن کاربردهای این نرم‌افزار در درس کنترل خطی آموزش داده می‌شود. نسخه نرم‌افزار بکار برده شده برای این متن 9 می‌باشد.

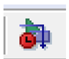
2. معرفی بخش های مختلف نرم‌افزار:

با ورود به نرم‌افزار صفحه اصلی نرم‌افزار به‌صورت زیر باز می‌شود. همان طور که می‌بینید این صفحه پنج قسمت مجزا دارد:



بخش اول شامل منوهای اصلی نرم‌افزار می‌باشد:



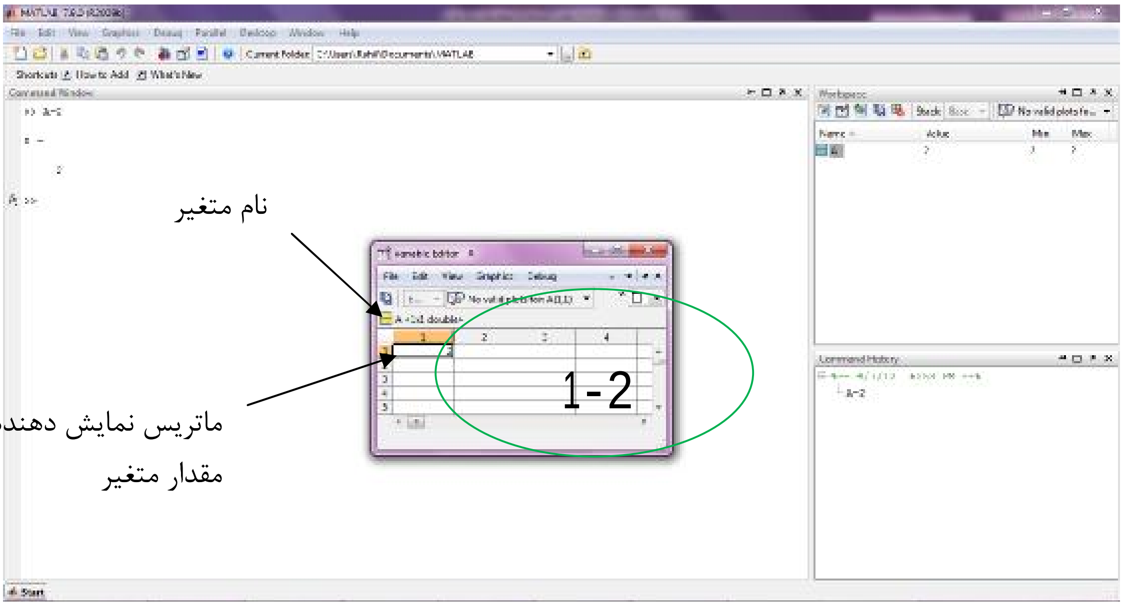
با کلیک بر روی کلید  وارد بخش Simulink نرم‌افزار خواهید شد که این بخش در فصل های آتی معرفی خواهد شد. منوی اصلی نیز شامل مسیرهای کاربردی است که در جای خود معرفی خواهند شد.

بخش دوم Command نرم‌افزار نام دارد. جایی که دستورهای مورد نظر را تایپ کرده و پاسخ نرم‌افزار را دریافت می‌کنید.

بخش سوم بخش Workspace نام دارد و تمام متغیرهای ذخیره‌شده توسط دستورات محیط Command در این بخش ذخیره می‌شود. به طور مثال اگر در Command تایپ کنید:

```
>>A=2
```

این متغیر در محیط Workspace به‌صورت زیر ذخیره می‌شود:



که اگر بر روی A در این محیط کلیک کنید؛ یک ماتریس یکه شامل مقدار A در پنجره 1-2 نمایش داده می‌شود.
بخش چهارم بخش ذخیره دستوراتی است که در محیط Command تایپ می‌شود. همان طور که در شکل فوق می‌بینید؛ دستور A=2 در این بخش ظاهر شده است.
بخش پنجم شامل کلید Start است که محیط های مختلف نرم‌افزار را در بر دارد و برای ورود به هر یک از آنها می‌توان از طریق منوی باز شده توسط این کلید استفاده نمود.

- **نکته**: دستورات Clear all و CLC به ترتیب تمام متغیرهای ذخیره‌شده در workspace و محیط Command را پاک می‌کنند.

3. دستورات محاسباتی لازم برای درس کنترل خطی:

در این بخش به معرفی دستوراتی که در محاسبات مسائل کنترل خطی کاربرد دارند می‌پردازیم:

1- تعریف بردار و ماتریس:

ماتریس و بردار زیر

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 7 & 8 & 9\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}0\\ -1\\ 1\\ 2\end{bmatrix}$$

در محیط Command به‌صورت زیر وارد می‌شوند:

```
>> A=[1 2 3;4 5 6;7 8 9]
A =
```

```
     1     2     3
     4     5     6
     7     8     9
>> B=[0;-1;1;2]
B =
     0
    -1
     1
     2
```

توجه کنید که درایه‌های سطری ماتریس را می‌توان بجای فاصله با "،" از یکدیگر جدا کرد:

```
>> A=[1,2,3;4,5,6;7,8,9]
A =
     1     2     3
     4     5     6
     7     8     9
```

نکته: ماتریس یکه، صفر و قطری به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

```
>> eye(3)
ans =
     1     0     0
     0     1     0
     0     0     1
>> zeros(2,3)
ans =
     0     0     0
     0     0     0
>> diag([1,2,3])
ans =
     1     0     0
     0     2     0
     0     0     3
```

2- عملیات ماتریسی:

عملیات ماتریسی نظیر عملیات جبری ماتریس، محاسبه معکوس ماتریس، معادله مشخصه، بردارهای ویژه و مقادیر ویژه در مثال زیر بخش معرفی می‌گردند.

مثال: عملیات ماتریسی زیر را برای ماتریس های A,B,C توسط نرم‌افزار Matlab محاسبه نمایید.

$$A=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&4&1\\0&2&3\end{bmatrix},B=\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix},C=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$$

1) $A+C$

2) $A-C$

3) A^3

4) A^{-1}

5) $A.B$

6) $\det(A)$

6) مقادیر و بردارهای ویژه ماتریس A

7) معادله مشخصه ماتریس A و محاسبه ریشه‌های آن

8) ترانهاده بردار B

9)B^{-1}

```
>> A=[1 0 0;0 4 1;0 2 3]
A =

     1     0     0
     0     4     1
     0     2     3
>> B=[1;0;1]
B =
     1
     0
     1
>> C=[1 0 0;0 1 0;0 0 1]
C =
     1     0     0
     0     1     0
     0     0     1
>> A+C
ans =
     2     0     0
     0     5     1
     0     2     4
>> A-C
ans =
     0     0     0
     0     3     1
     0     2     2
>> A^3
ans =
     1     0     0
     0    86    39
     0    78    47
>> A^-1
ans =
    1.0000         0         0
         0    0.3000   -0.1000
         0   -0.2000    0.4000
>> A*B
ans =
     1
     1
     3
>> det(A)
ans =
    10
>> eig(A)             :این دستور به تنهایی تنها مقادیر ویژه ماتریس را محاسبه می‌کند
ans =
     2
     5
     1
>> [V,landa]=eig(A):این دستور هم مقادیر و هم بردارهای ویژه ماتریس را محاسبه می‌کند
V =
         0         0    1.0000
    0.4472   -0.7071         0
   -0.8944   -0.7071         0
landa =
     2     0     0
     0     5     0
     0     0     1
>> poly(A                                  :ضرایب معادله مشخصه ماتریس را مشخص می‌کند
ans =
     1    -8    17   -10
>> roots(poly(A))                             :ریشه‌های معادله مشخصه را محاسبه می‌کند
```

```
ans =
    5.0000
    2.0000
    1.0000
>> B'
ans =
     1     0     1
>> B^-1
??? Error using ==> mpower
Matrix must be square. این پیغام به این دلیل ظاهر شده است که ماتریس معکوس‌پذیر نیست:
```

برای محاسبه معکوس یک ماتریس از دستور inv(A) نیز می‌توان استفاده نمود:

```
>> inv(A)
ans =
    1.0000         0         0
         0    0.3000   -0.1000
         0   -0.2000    0.4000
```

3- بسط به کسرهای جزئی، محاسبه قطب و صفر تابع تبدیل:

اگر تابع تبدیل یک سیستم به‌صورت زیر باشد:

$$G(s)=\frac{b_0 s^m+b_1 s^{m-1}+\ldots+b_{mn}}{s^n+a_1 s^{n-1}+\ldots+a_n}$$

که در آن $m\le n$ است. با دستورات زیر ابتدا کسر تابع تبدیل به‌صورت بردارهای صورت و مخرج تعریف می‌کنیم:

num_G=[b_0 b_1 ... b_m]

den_G=[1 a_1 ... a_n]

(بجای num_G و den_G می‌توان از هر اسم دیگری نیز استفاده کرد. سپس آن را به کسر های جزئی بسط می‌دهیم:

[r,p,k]=residue(num,den)

که در آن r، p و k به ترتیب ریشه‌های مخرج، ضرایب صورت و عدد ثابت می‌باشند.

اگر بخواهیم تابع تبدیل G(s) را به تنهایی نشان دهیم از دستور

num_G=[b_0 b_1 ... b_m]

den_G=[1 a_1 ... a_n]

G=tf(num_G,den_G)

استفاده می‌کنیم[1].

برای محاسبه صفر و قطب‌های تابع دستورات زیر را اجرا می‌کنیم:

[z,p,k]=tf2zp(num_G,den_G)

دستور

---

[1] روش دیگر تعریف تابع تبدیل $G(s)=\frac{b_0 s^m+b_1 s^{m-1}+\ldots+b_{mn}}{s^n+a_1 s^{n-1}+\ldots+a_n}$ بصورت زیر است:

$s=tf('s')$

$G=(b_m*s\wedge m+..+b_0)/(a_n*s\wedge n+..+a_0)$

[num_G,den_G]=tf2zp(z,p,k)

عکس این عملیات را انجام می‌دهد. Tf مخفف Transfer Function و zp مخفف Zero/pole می‌باشد. (بجای اینکه بردارهای صورت و مخرج را به‌صورت جداگانه تعریف کنیم می‌توانیم مستقیم بردارها را در دستور مورد نظر قرار دهیم.)

مثال: عملیات با نرم‌افزار MATLAB نشان دهید که G(s) بسطی به‌صورت زیر دارد:

$$G(s)=\frac{2s^3+5s^2+3s+6}{s^3+6s^2+11s+6}=\frac{-6}{s+3}+\frac{-4}{s+2}+\frac{3}{s+1}+2$$

سپس قطب و صفرهای آن را مشخص نمایید:

```
>> num_G=[2 5 3 6]
num_G =
     2     5     3     6
>> den_G=[1 6 11 6]
den_G =
     1     6    11     6
>> G=tf(num_G,den_G)
 Transfer function:
2 s^3 + 5 s^2 + 3 s + 6
-----------------------
s^3 + 6 s^2 + 11 s + 6
                                                                        یا از دستور
>> s=tf('s');
>> G=(2*s^3+5*s^2+3*s +6)/(s^3 +6*s^2+11*s+6)

Transfer function:
2 s^3 + 5 s^2 + 3 s + 6
-----------------------
s^3 + 6 s^2 + 11 s + 6
                                                                   استفاده می‌کنیم.
>> [r,p,k]=residue (num_G,den_G)
r =
   -6.0000
   -4.0000
    3.0000

p =
   -3.0000
   -2.0000
   -1.0000
k =
     2

*********************************************************************************

>> [z,p,k]=tf2zp(num_G,den_G)
z =
  -2.3965
  -0.0518 + 1.1177i
  -0.0518 - 1.1177i
p =
   -3.0000
   -2.0000
   -1.0000
k =
     2
```

4- تبدیل تابع تبدیل به فضای حالت و بالعکس:

اگر تابع تبدیل یک سیستم به‌صورت زیر باشد:

$$G(s)=\frac{b_0 s^m+b_1 s^{m-1}+\ldots+b_{mn}}{s^n+a_1 s^{n-1}+\ldots+a_n}$$

که در آن $m\leq n$ است. با دستورات زیر معادلات حالت سیستم به‌دست می‌آید:

تبدیل تابع تبدیل به فضای حالت: [A,B,C,D]=tf2ss(num_G,den_G)

تبدیل فضای حالت به تابع تبدیل: [num_G,den_G]=ss2tf(A,B,C,D)

مثال: برای تابع تبدیل مثال فوق معادلات حالت را مشخص نمایید:

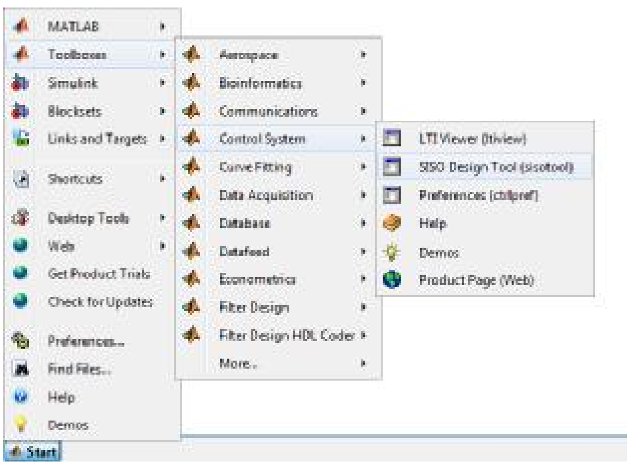
```
>> [A,B,C,D]=tf2ss(num_G,den_G)
A =
    -6   -11    -6
     1     0     0
     0     1     0

B =
     1
     0
     0
C =
    -7   -19    -6
D =
     2
```

4. آشنایی با محیط SISO:

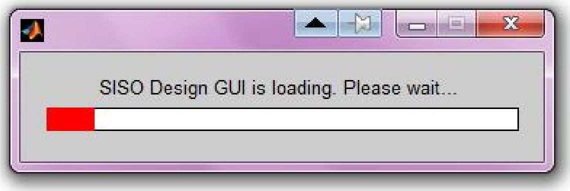
برای بررسی پایداری و همچنین رسم پاسخ یک سیستم که به‌صورت دیاگرام بلوکی و یا تابع تبدیل بیان شده است، نرم‌افزار MATLAB یک جعبه‌ابزار خاص به نام sisotool دارد. برای وارد شدن به این محیط در بخش Command نرم‌افزار تایپ کنید: sisotool

```
>> sisotool
```

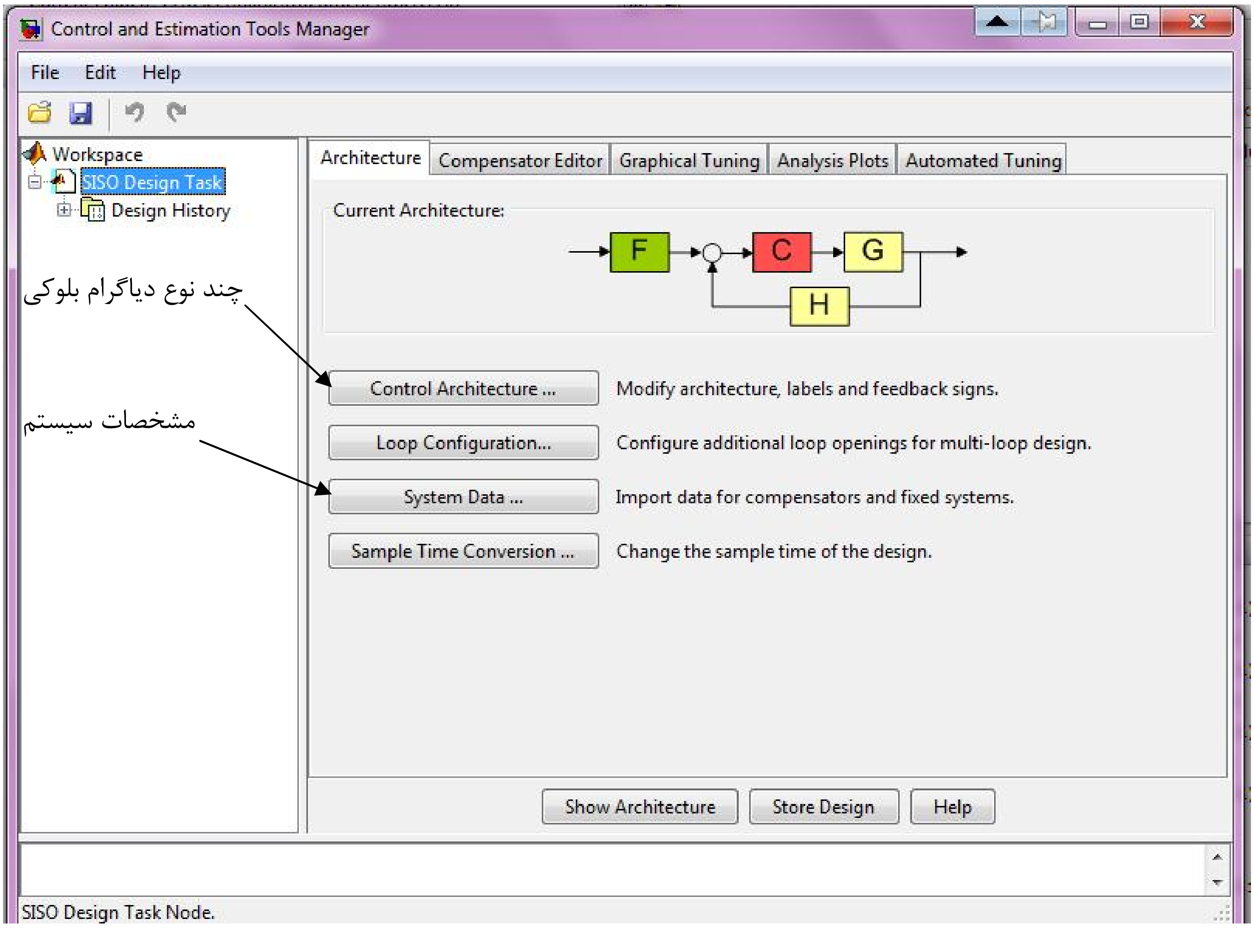
البته برای وارد شدن به این محیط می‌توان از طریق زیر هم اقدام نمود:



پس از انجام این کار پنجره زیر ظاهر می‌شود:



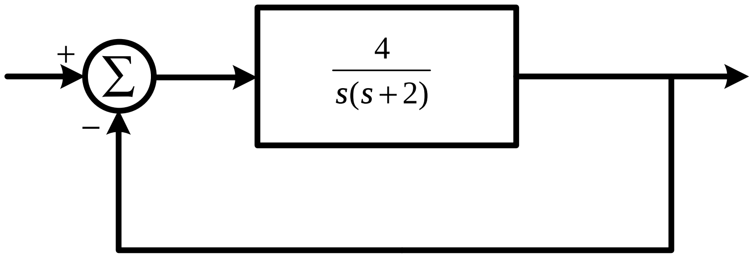
جعبه‌ابزار siso دارای امکانات بسیار زیادی است که معرفی تمام آنها از حوزه درس کنترل خطی خارج است. بنابراین در این متن تنها به معرفی امکانات مورد نیاز درس کنترل خطی می‌پردازیم. برای این کار یک سیستم با تابع تبدیل مشخص را بررسی کرده و انواع پاسخ و نمودارهای پایداری آن را رسم می‌کنیم.



مثال: برای سیستم زیر با استفاده از جعبه‌ابزار siso نرم‌افزار MATLAB یک دیاگرام حلقه بسته ایجاد کرده و پاسخ های پله، ضربه، مشخصات پاسخ پله، قطب و صفرها و نمودارهای مکان ریشه، نایکوئیست و بود سیستم حلقه بسته را رسم نمایید.

$$G(s)=\frac{4}{s(s+2)}$$

سیستم حلقه بسته به‌صورت زیر است:

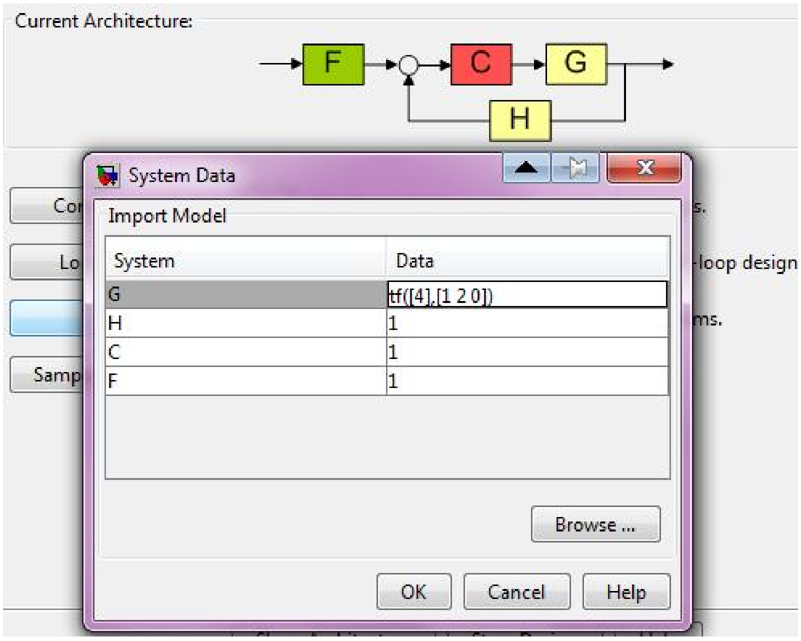


پس از ورود به بخش siso ابتدا باید تابع تبدیل را وارد نماییم. برای واردکردن تابع تبدیل فوق ابتدا باید بردارهای صورت و مخرج را مشخص نماییم.

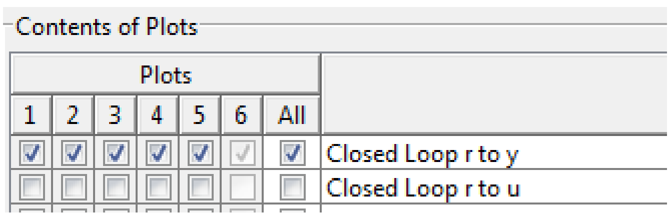
بردار صورت: [4]

بردار مخرج: [1 2 0]

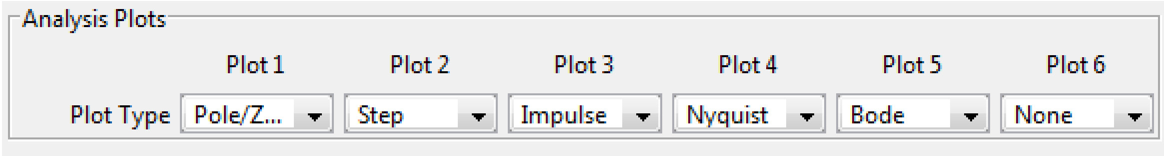
اکنون بر روی کلید system data کلیک نموده و تابع تبدیل و سیستم حلقه بسته را به‌صورت زیر مشخص می‌کنیم:



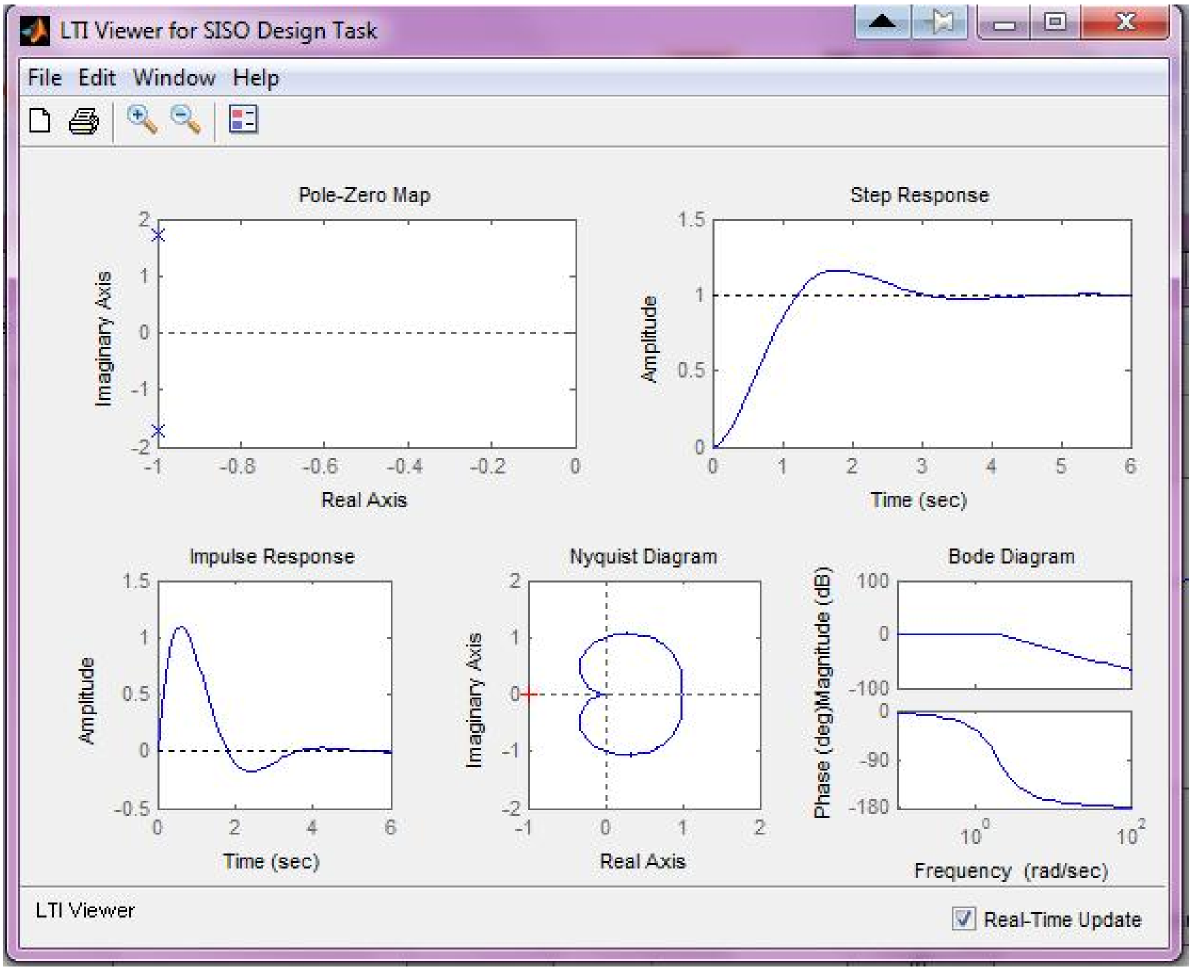
با کلیک بر روی دکمه OK سیستم وارد می‌شود. توجه کنید که تابع تبدیل پس از وارد شدن و کلیک بر روی دکمه OK دیگر قابل اصلاح نیست و برای تغییر آن باید مجدداً کل جمله تایپ شود. اکنون تب analysis plots را انتخاب کرده و چون سیستم حلقه بسته مورد نظر است گزینه زیر را انتخاب می‌کنیم:



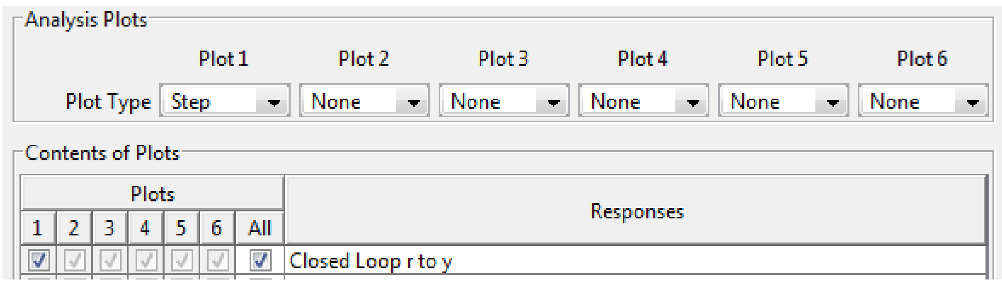
سپس برای رسم نمودارهای مربوطه گزینه‌های زیر را انتخاب می‌کنیم:

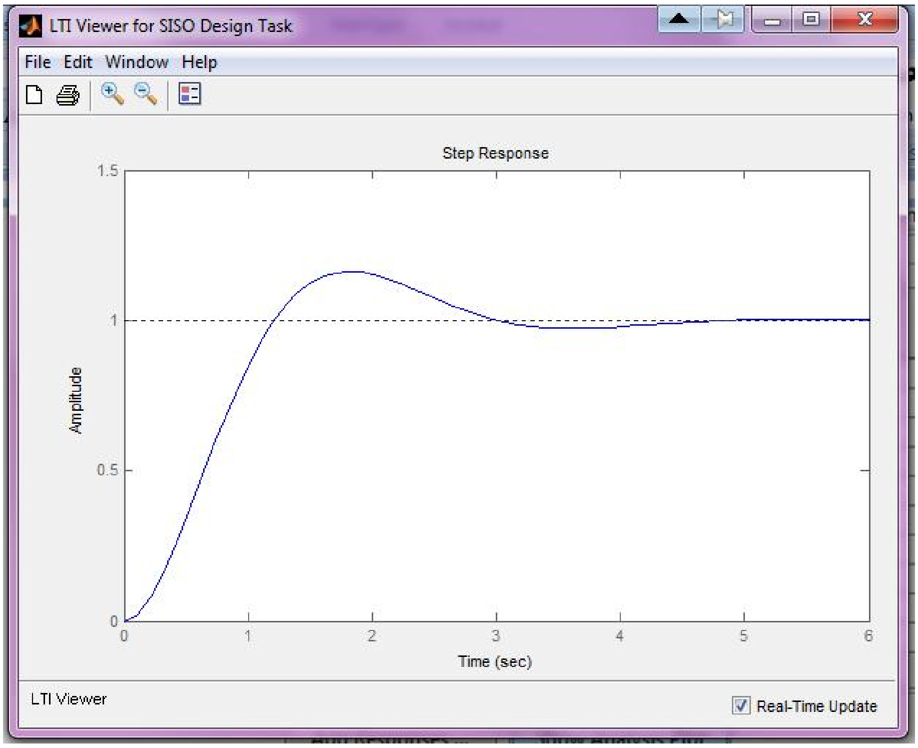


اگر بخواهیم هر یک از نمودارها به‌صورت جداگانه رسم شوند باید تنها plot1 را مشخص کرده و بقیه را روی none قرار دهیم. سپس گزینه show analysis plots را انتخاب می‌کنیم تا نمودارها ظاهر شوند:

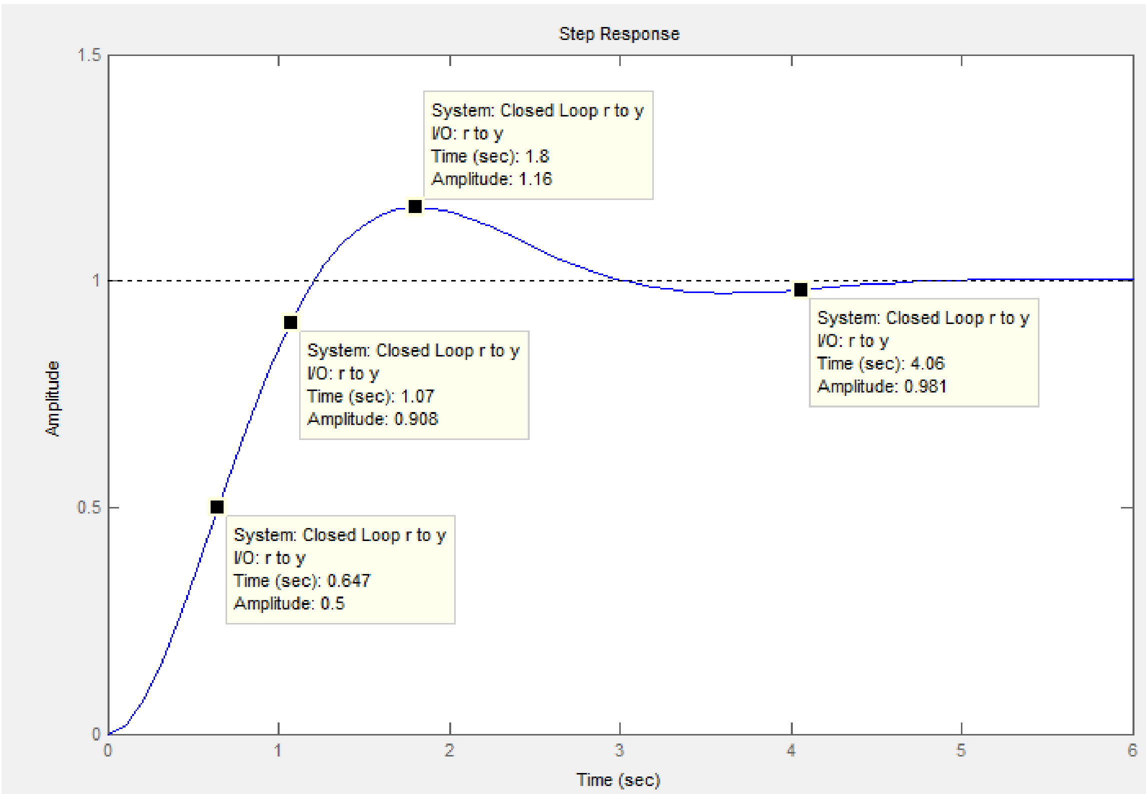


اکنون برای مشخص کردن مشخصات پاسخ مرتبه دوم یک‌بار به‌صورت تنها پاسخ پله را رسم می‌کنیم:

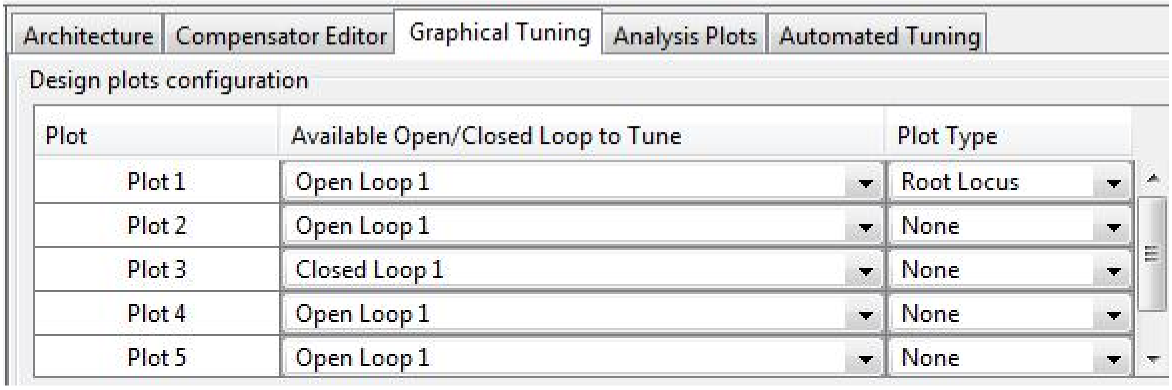




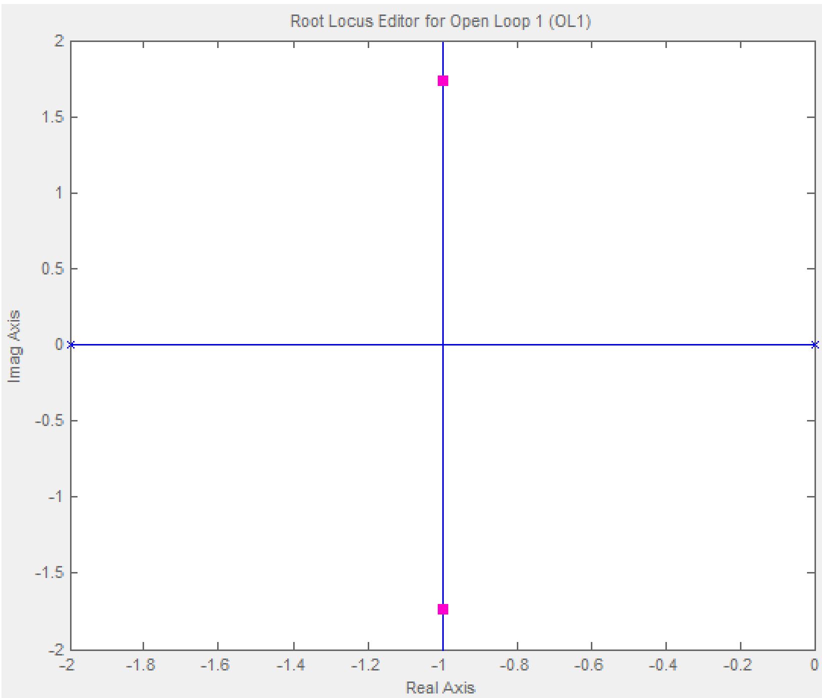
اکنون که پاسخ را داریم با کلیک بر روی قسمت های مختلف پاسخ مشخصات را به‌دست آوریم:



برای رسم نمودار مکان ریشه باید به تب graphical tuning می‌رویم. Plot1 را بر روی root lucas قرار داده و بقیه را روی none قرار می‌دهیم:



اکنون گزینه show design plot را انتخاب می‌کنیم تا نمودار مکان ریشه مشاهده شود:

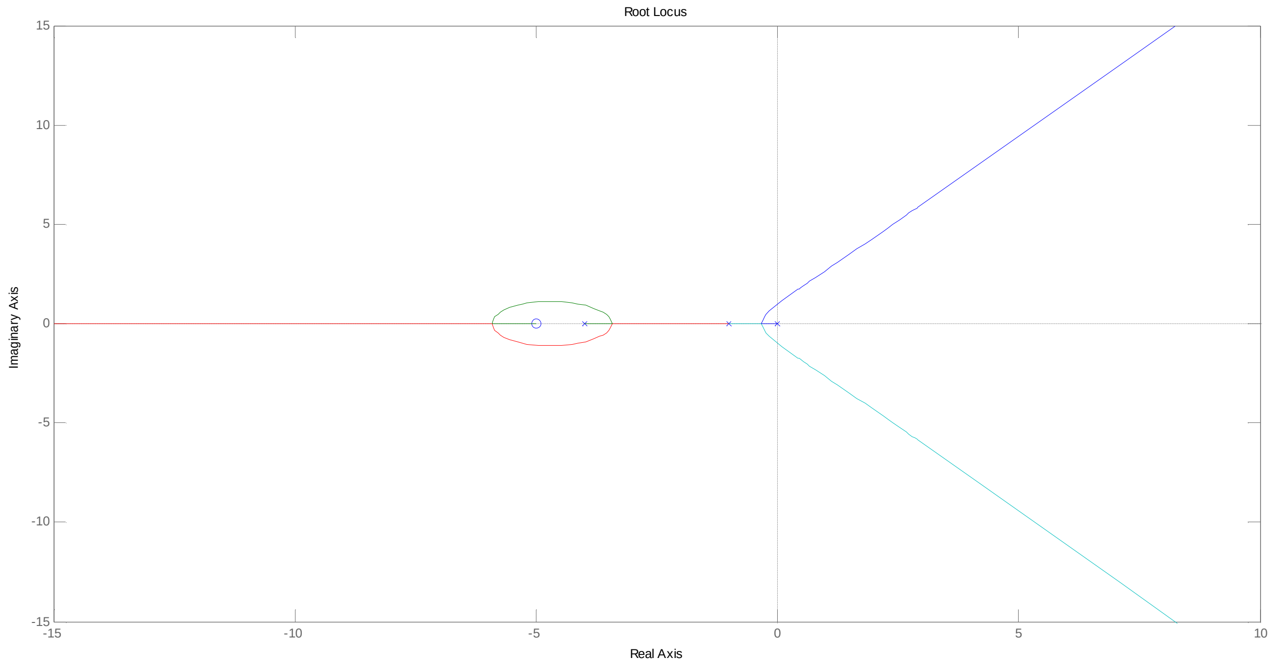


برای آموزش ترسیم نمودار مکان ریشه‌های یک سیستم، از یک مثال استفاده می‌کنیم. سیستم حلقه باز زیر را در نظر بگیرید:

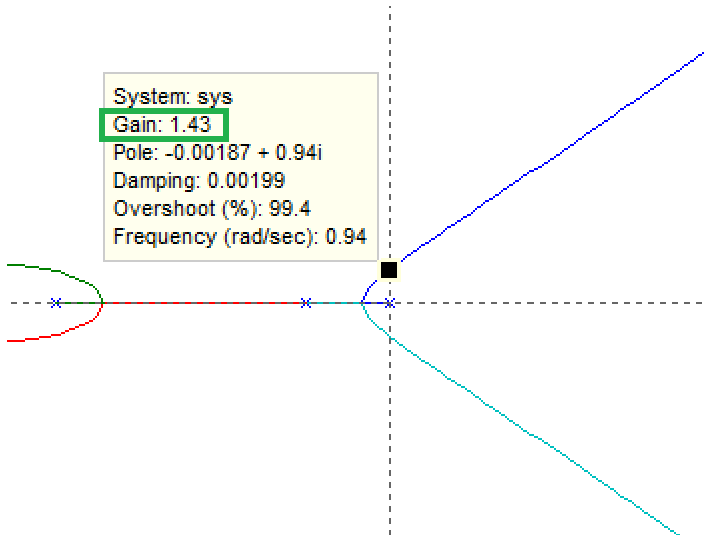
$$G(s)=\frac{s+5}{s(s+1)^2(s+4)}$$

برای ترسیم نمودار مکان ریشه در قسمت command نرم‌افزار دستورهای زیر را اجرا می‌کنیم:

```
>> sys=tf([1 5],[1 6 9 4 0])

Transfer function:
          s + 5
-------------------------
s^4 + 6 s^3 + 9 s^2 + 4 s

>> rlocus(sys)
```



برای به‌دست آوردن بهره مرزی، بر روی محل برخورد نمودار با محور موهومی کلیک می‌کنیم. تا جای ممکن damping را به صفر (مثبت) نزدیک نموده و مقدار بهره را یادداشت نمایید.

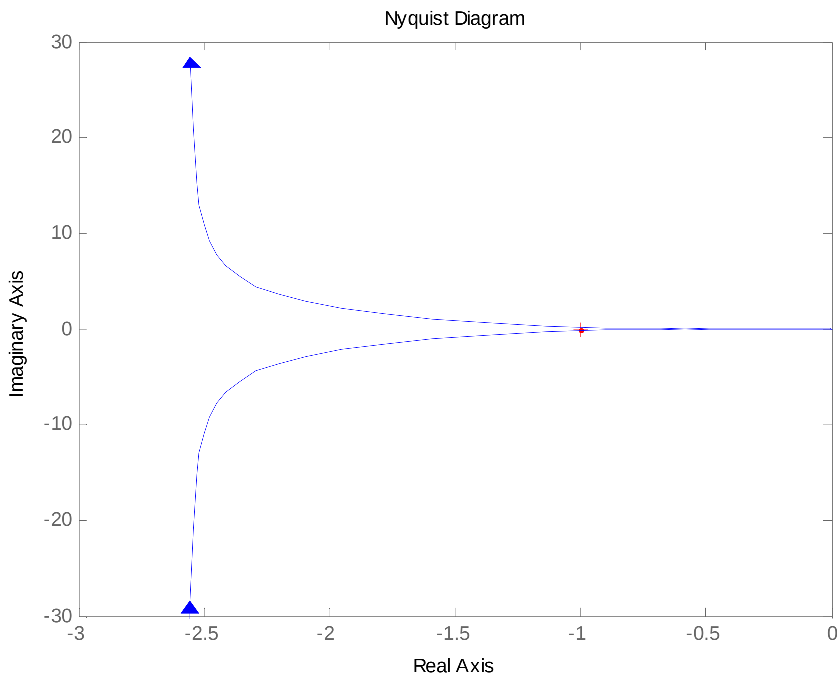


برای ترسیم نمودار مکان ریشه‌های یک سیستم، از یک مثال استفاده می‌کنیم. سیستم حلقه باز زیر را در نظر بگیرید:

$$G(s)=\frac{s+5}{s(s+1)^2(s+4)}$$

برای ترسیم نمودار مکان ریشه در قسمت command نرم‌افزار دستورهای زیر را اجرا می‌کنیم:

```
>> sys=tf([1 5],[1 6 9 4 0])

Transfer function:
s + 5
-------------------------
s^4 + 6 s^3 + 9 s^2 + 4 s

>> nyquist(sys)
```

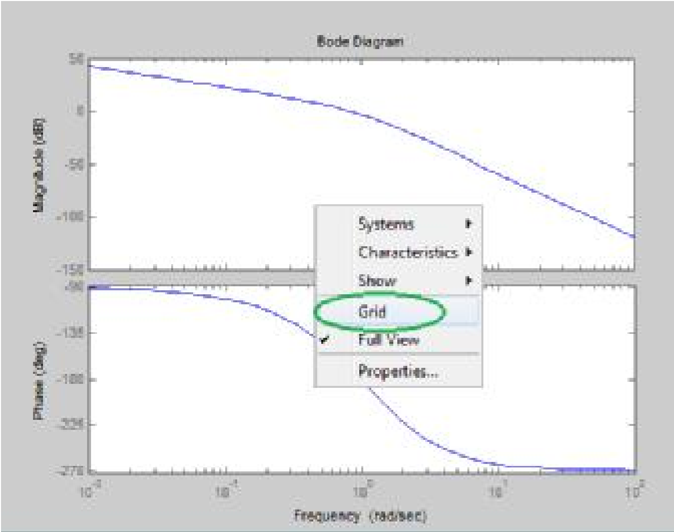


برای ترسیم نمودارهای بودی یک سیستم، از یک مثال استفاده می‌کنیم. سیستم حلقه باز زیر را در نظر بگیرید:

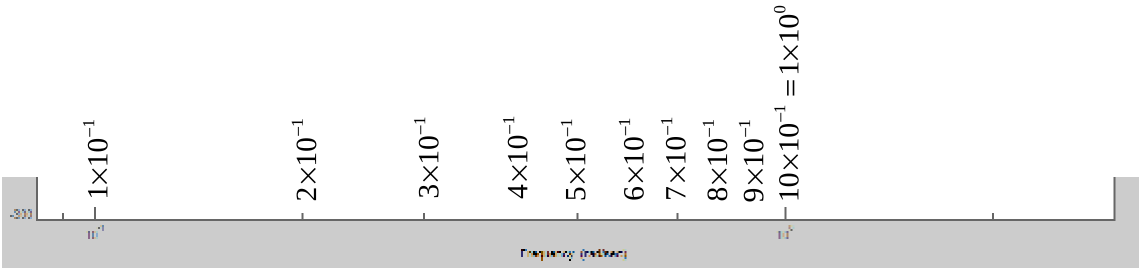
$$G(s)=\frac{s+5}{s(s+1)^2(s+4)}$$

برای ترسیم نمودار بودی در قسمت command نرم‌افزار دستورهای زیر را اجرا می‌کنیم:

```
>> sys=tf([1 5],[1 6 9 4 0])

Transfer function:
s + 5
-------------------------
s^4 + 6 s^3 + 9 s^2 + 4 s

>>bode(sys)
```

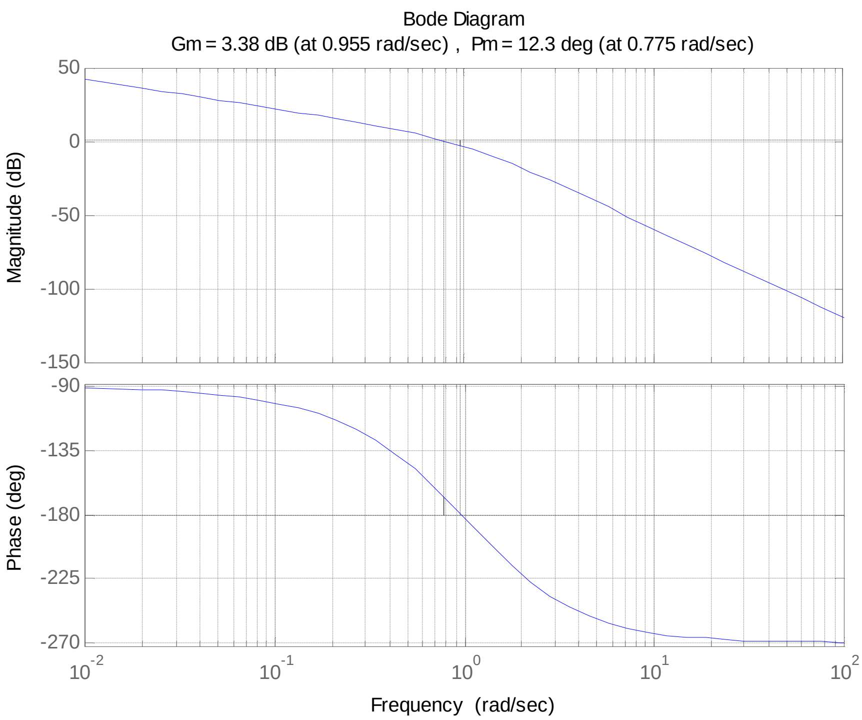


محور افقی، محور لگاریتمی فرکانس زاویه‌ای می‌باشد، برای خواندن اعداد روی این محور به شکل زیر توجه کنید:

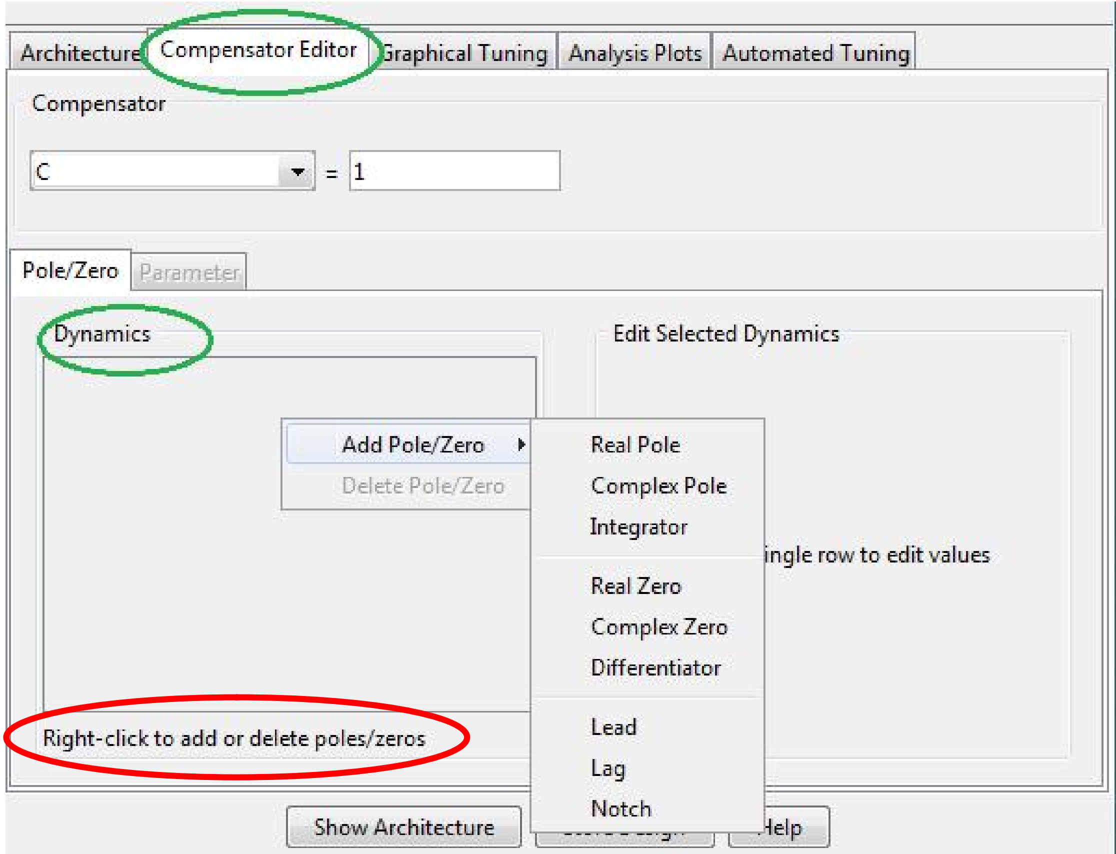


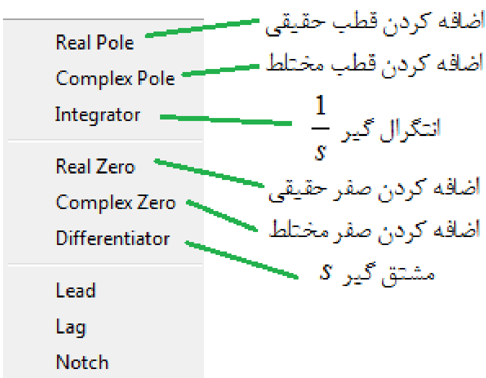
برای مشاهده مشخصات پایداری سیستم در محیط command دستور زیر را اجرا می‌کنیم:

```
>>margin(sys)
```

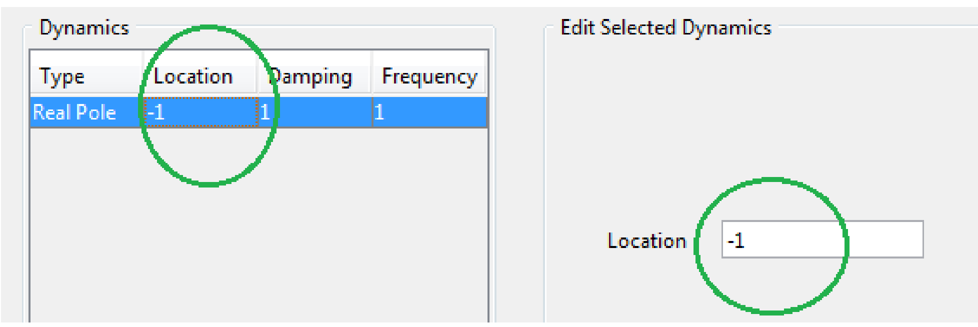


برای بررسی تأثیر اضافه نمودن صفر و قطب بر روی نمودارها به بخش Sisotool رفته و مراحل زیر را طی می‌کنیم:





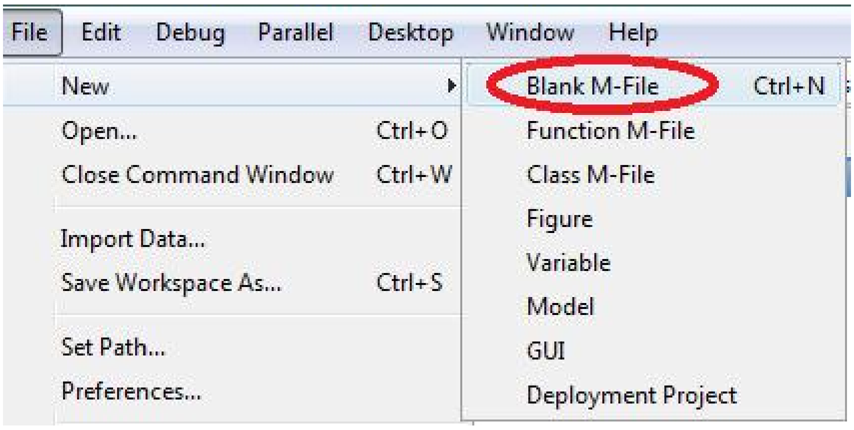
برای تعیین مکان قطب یا صفرها پس از اضافه کردن گزینه location را تغییر می‌دهیم:



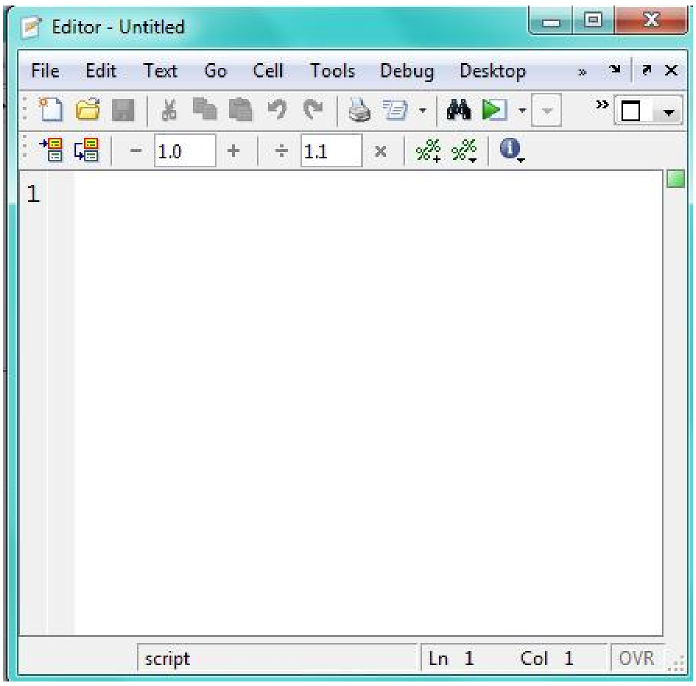
5. آشنایی با محیط برنامه‌نویسی:

همان طور که در بخش های قبل دیدیم، اجرای دستورات در محیط Command به‌صورت تکی می‌باشد، یعنی بعد از نمایش اجرای هر دستور، می‌توان دستور بعدی را اجرا نمود. برای دستوراتی که باید پشت سر هم اجرا گردند، استفاده از محیط Command راحت نیست. چرا که اگر یکی از دستورات نیاز به اصلاح داشته باشد، مجدد تمام دستورات بعد از آن هم باید تایپ و اجرا گردد. در چنین مواردی استفاده از محیط برنامه‌نویسی MATLAB ضروری می‌باشد. برای باز کردن محیط برنامه‌نویسی نرم‌افزار ابتدا بر روی گزینه

یا مسیر



در صفحه اصلی کلیک می‌کنیم تا پنجره برنامه‌نویسی به شکل زیر باز شود:



برای شروع برنامه‌نویسی تایپ دو کد زیر در ابتدای برنامه ضروری می‌باشد:

```
clc
clear all
```

در صورتی که برنامه شامل دستورات ترسیمی است، لازم است تا کد

```
close all
```

نیز به ابتدای برنامه اضافه گردد.

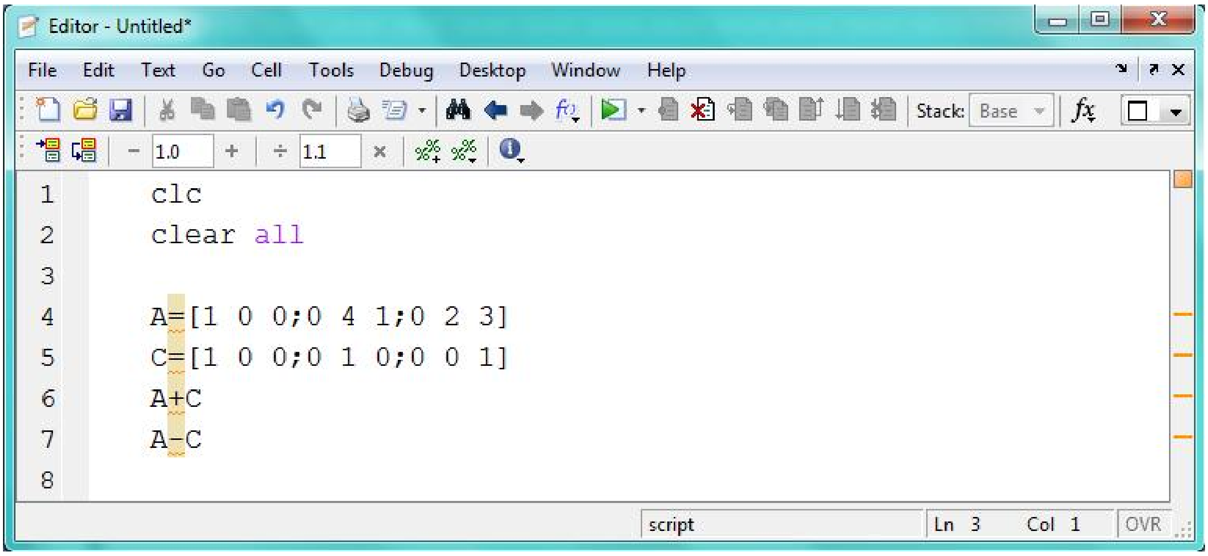
برای درک بهتر کار با این بخش به مثال زیر توجه کنید:

مثال: عملیات ماتریسی زیر را برای ماتریس های A,C توسط نرم‌افزار Matlab محاسبه نمایید.

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 4 & 1\\ 0 & 2 & 3\end{bmatrix},C=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

1) $A+C$

2) $A-C$



برای اجرای برنامه ابتدا باید برنامه را ذخیره نمود ( ). برای ذخیره برنامه در نرم‌افزار MATLAB، نام فایل تنها می‌تواند شامل حروف الفبا و یا ترکیبی از حروف و اعداد باشد با این شرط که حرف اول اسم عدد نباشد. استفاده از اعداد به تنهایی برای ذخیره برنامه صحیح نیست و تنها کاراکتر مجاز در MATLAB کاراکتر underline یا _ می‌باشد. همچنین از فاصله در نام گذاری برنامه نباید استفاده کرد:

ناصحیح	1_1	صحیح	P1
ناصحیح	P-1	ناصحیح	1p
ناصحیح	P 1	صحیح	P_1

پس از ذخیره برنامه را اجرا می‌کنیم ( ). نتیجه اجرای برنامه در MATLAB در محیط Command نمایش داده می‌شود:

```
A =
     1     0     0
     0     4     1
     0     2     3
C =
     1     0     0
     0     1     0
     0     0     1
ans =
     2     0     0
     0     5     1
     0     2     4
ans =

     0     0     0
     0     3     1
     0     2     2
```

برای حذف نمایش اجرای کدهای غیرضروری می‌توان از **;** در انتهای خط مربوطه استفاده نمود. اگر بخشی از کد اشتباه نوشته شده باشد، برنامه پیغام خطا را در محیط Command نمایش می‌دهد:

```
clc
clear all

A=[1 0 0;0 4 1;0 2 3];
C=[1 0 0;0 1 0,0 0 1];
A+C
A-C
```

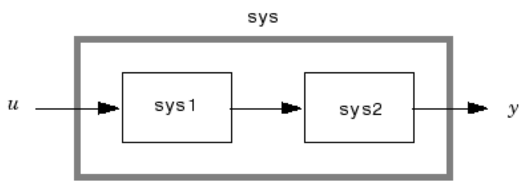
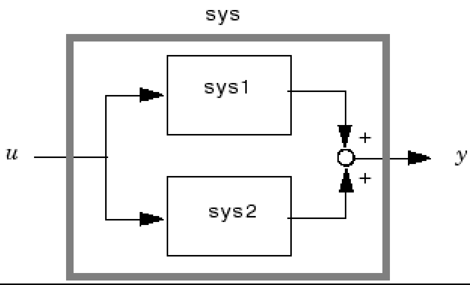
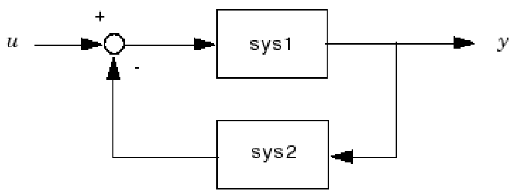
نتیجه اجرا:

```
??? Error using ==> p1 at 5
Error using ==> vertcat
CAT arguments dimensions are not consistent.
```

با کلیک بر روی بخشی از پیغام که خط زیر آن کشیده شده است؛ برنامه شما را به خط مربوطه هدایت می‌کند.

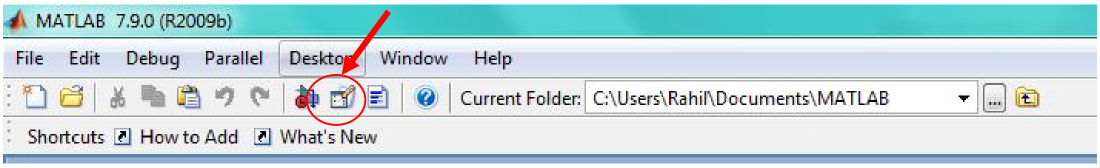
لیست زیر مجموعه‌ای از دستورات لازم برای درس کنترل خطی را به‌صورت یکجا نمایش می‌دهد:

دستورات ماتریسی	
eig(A)	محاسبه مقادیر ویژه یک ماتریس
[landa,vector]= eig(A)	محاسبه مقادیر ویژه و یک ماتریس
poly(A)	محاسبه معادله مشخصه ماتریس
roots(poly(A))	محاسبه ریشه‌های معادله مشخصه ماتریس
inv(A)	محاسبه معکوس ماتریس
tf(x,y)	اگر x و y بردارهای صورت و مخرج یک تابع تبدیل باشد این دستور تابع تبدیل را نمایش می‌دهد.
tf2ss(x,y)	اگر x و y بردارهای صورت و مخرج یک تابع تبدیل باشد این دستور معادلات حالت را نمایش می‌دهد.
tf2zp(x,y)	اگر x و y بردارهای صورت و مخرج یک تابع تبدیل باشد این دستور قطب و صفر تابع

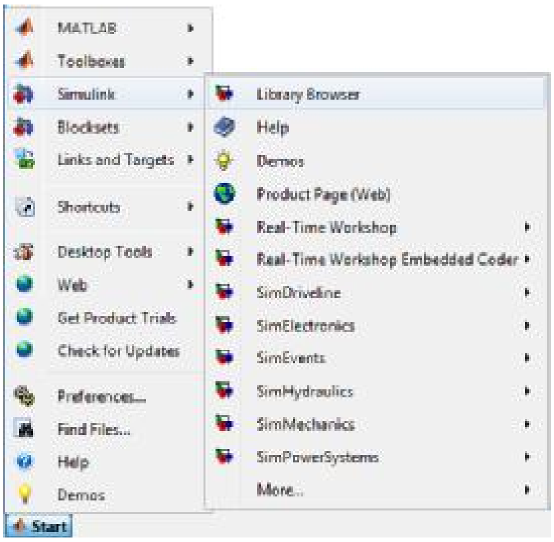
	تبدیل را نمایش می‌دهد.
ss2tf(A,B,C,D)	اگر ماتریس های A,B,C,D ماتریس های معادلات حالت باشند، این دستور تابع تبدیل معادل را نشان می‌دهد.
اگر x و y بردارهای صورت و مخرج یک تابع تبدیل باشند:	
[r,f,k]=residue(x,y)	این دستور بسط تابع تبدیل را نشان می‌دهد.
step(x,y) step(A,B,C,D)	این دستورات پاسخ پله سیستم را نمایش می‌دهند.
impulse(x,y) impulse(A,B,C,D)	این دستورات پاسخ ضربه سیستم را نمایش می‌دهند.
lsim(x,y,u,t) lsim(A,B,C,D,u,t)	این دستورات پاسخ به ورودی u سیستم را نمایش می‌دهند. ورودی u باید به‌صورت تابع زمانی تعریف گردد.
rlocus(x,y) rlocus(A,B,C,D)	این دستورات مکان ریشه‌های سیستم را ترسیم می‌کند.
bode(x,y) bode(A,B,C,D)	این دستورات دیاگرام بودی سیستم را ترسیم می‌کند.
nyquist (x,y) nyquist (A,B,C,D)	این دستورات دیاگرام نایکوئیست سیستم را ترسیم می‌کند.
nichols(x,y) nichols(A,B,C,D)	این دستورات دیاگرام زیگلر نیکولز سیستم را ترسیم می‌کند.
دستورات مخصوص وارد نمودن بخش های بلوک دیاگرام یک سیستم	
`sys = series(sys1,sys2)`	سری نمودن دو تابع تبدیل مطابق شکل زیر: 
`sys = parallel(sys1,sys2)`	سری نمودن دو تابع تبدیل مطابق شکل زیر: 
`sys = feedback(sys1,sys2)`	شاخه فیدبک: 

6. آشنایی با محیط شبیه سازی MATLAB:

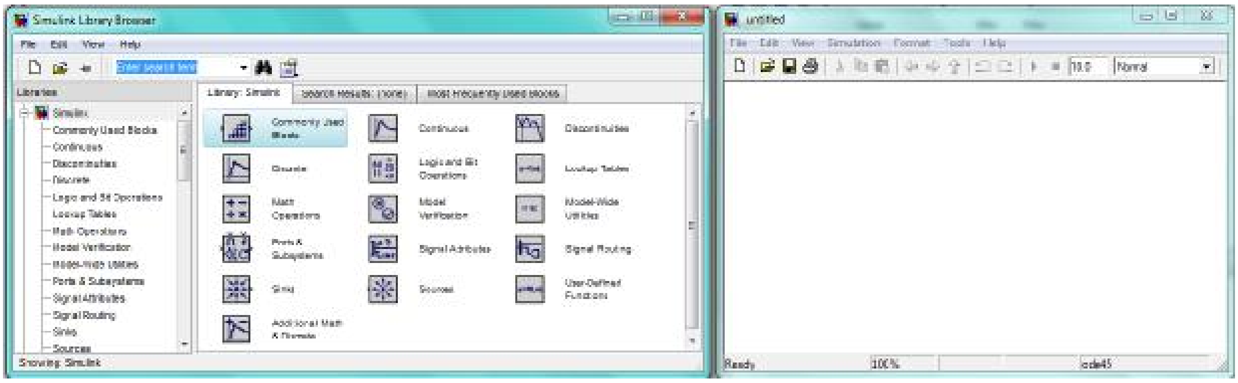
برای استفاده از محیط شبیه سازی نرم افزار، بر روی دکمه simulink در نوار بالایی محیط Command کلیک می کنیم:



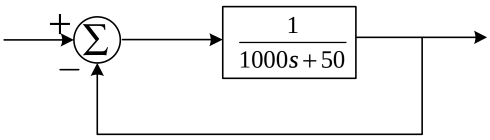
برای ورود به این محیط از طریق زیر نیز می توان عمل نمود:



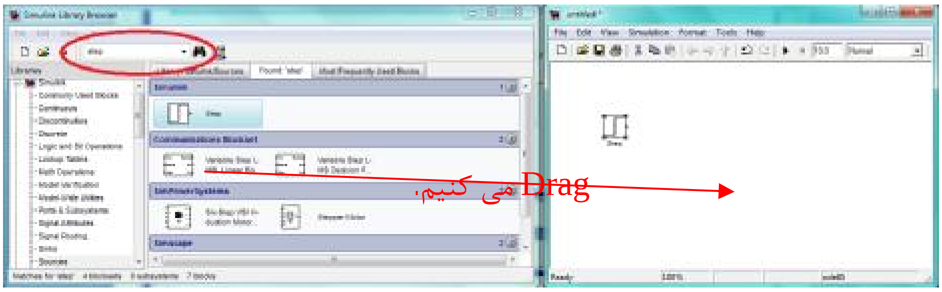
پس از باز شدن کتابخانه بلوکی این محیط، یک فایل جدید برای شبیه سازی از طریق File>New>New Model ایجاد می‌کنیم:

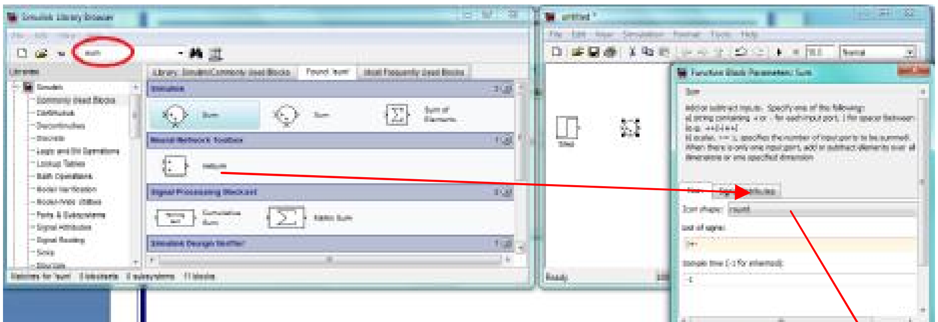


اکنون سیستم مورد نظر را به ورودی پله یکبار بصورت حلقه باز و بار دیگر بصورت حلقه بسته ترسیم می کنیم:

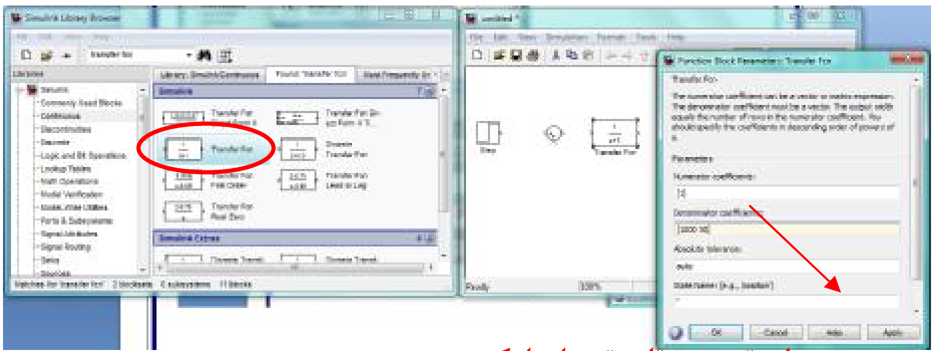


به مراحل زیر توجه کنید:

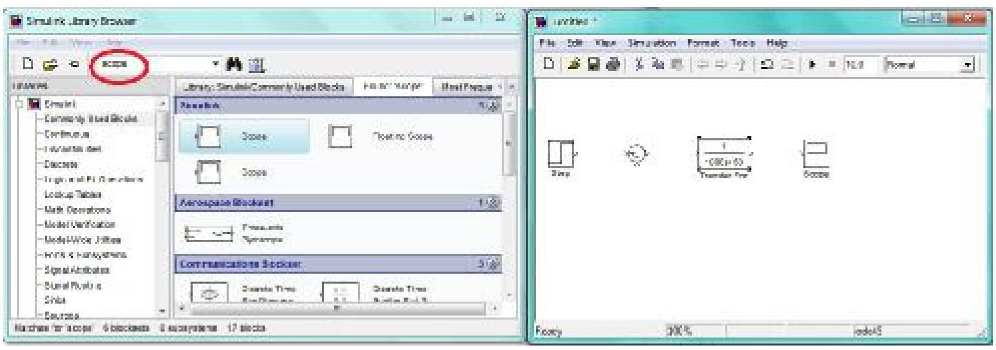




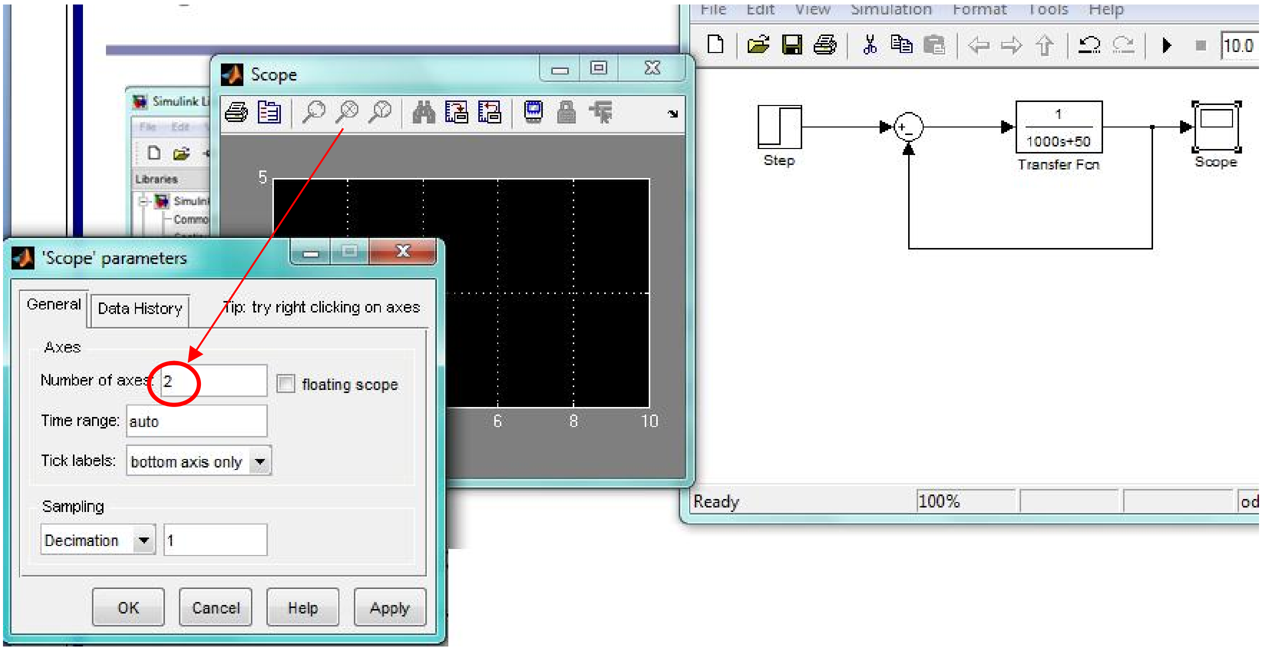
برای تصحیح علامت جمع کننده بر روی بلوک جمع کننده دو بار کلیک می کنیم و علامت را اصلاح می کنیم.



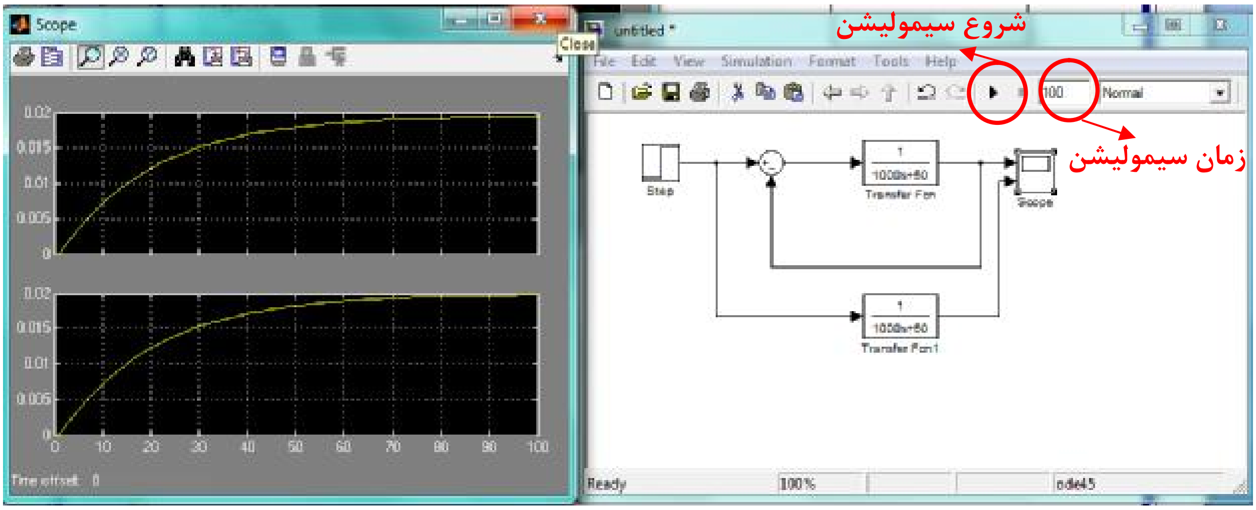
برای تصحیح تابع تبدیل بلوک بر روی آن دو بار کلیک نموده و بردارهای صورت و مخرج را وارد می کنیم.



برای اتصال بلوک ها به هم می توان با کلیک بر روی یکی و نگداشتن دکمه Ctrl و کلیک بر روی بلوک دیگر آن دو را به هم متصل نمود. همچنین برای اتصال بلوک به سیم از ماوس استفاده می شود. برای مشاهده پاسخ حلقه باز و حلقه بسته بر روی یک اسیلوسکوپ بر روی آن کلیک نموده و تعداد ورودی آن را اصلاح می کنیم:



اکنون بار دیگر دیاگرام بلوکی حلقه باز را رسم می کنیم، با تغییر زمان سیمولیشن و کلیک بر روی دکمه start simulation سیستم ها شبیه سازی شده و پس از کلیک بر روی اسیلوسکوپ و کلیک راست بر روی صفحه و انتخاب گزینه Auto Scale می توان هر دو پاسخ را مشاهده نمود:

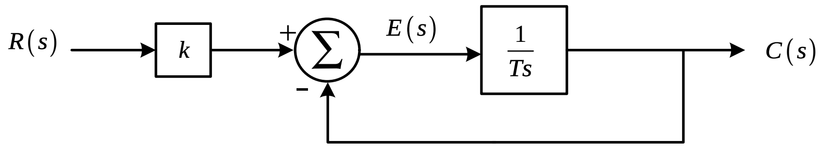


آزمایش اول:

مدل سازی و بررسی سیستم های مرتبه اول

آزمایش اول:
مدلسازی و بررسی سیستم های مرتبه اول

سیستم مرتبه اول نشان داده‌شده در شکل 1-1 را در نظر بگیرید. از لحاظ فیزیکی این سیستم می‌تواند یک مدار RC یا RL و یا یک سیستم حرارتی باشد.



شکل 1-1: سیستم مرتبه اول

تابع تبدیل حلقه بسته این سیستم به‌صورت

$$T(s)=k\frac{\frac{1}{Ts}}{1+\frac{1}{Ts}}=\frac{k}{1+Ts} \qquad 1\text{-}1$$

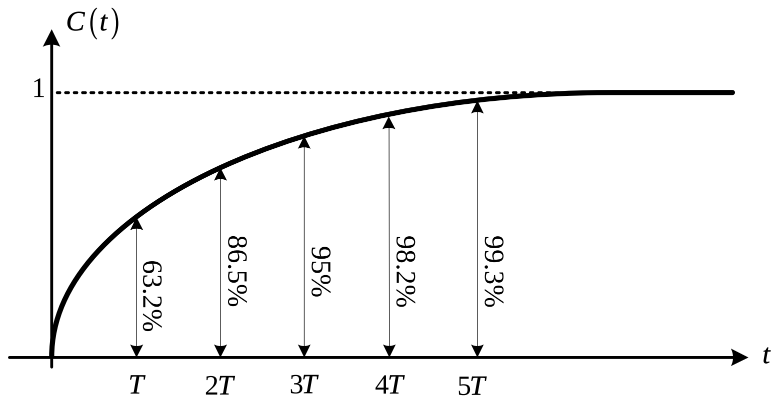
خواهد بود. شکل عمومی پاسخ این سیستم به ورودی پله به‌صورت زیر خواهد بود:

$$R(s)=\frac{1}{s}\rightarrow C(s)=\frac{k}{s(1+Ts)}=\frac{k}{Ts\left(\frac{1}{T}+s\right)}=\frac{k}{s}-\frac{k}{\left(s+\frac{1}{T}\right)} \quad \rightarrow c(t)=k\left(1-e^{\frac{-t}{T}}\right)u(t)$$

که در آن T ثابت زمانی سیستم خوانده می‌شود، اگر قطب سیستم یعنی $\frac{-1}{T}$ منفی باشد، سیستم پایدار خواهد بود. با توجه به پاسخ به‌دست آمده می‌توان بخش گذرا و پاسخ مقدار نهایی را به‌دست آورد:

$$c(t)=k\left(1-e^{\frac{-t}{T}}\right)u(t)=\underbrace{ku(t)}_{y_{ss}(\infty)}\underbrace{-ke^{\frac{-t}{T}}u(t)}_{y_t(t)}\rightarrow\begin{cases}y_t(t)=-ke^{\frac{-t}{T}}u(t)\\ y_{ss}(\infty)=ku(t)\end{cases}$$

اگر بهره k واحد باشد، شکل عمومی پاسخ پله سیستم مرتبه اول به‌صورت زیر خواهد بود:



شکل 3-8: پاسخ پله سیستم مرتبه اول با $k=1$

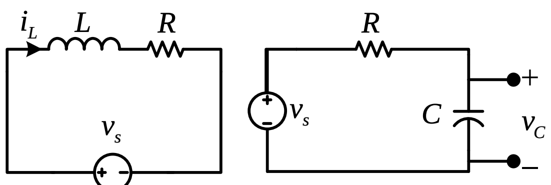
۷ نکات:

1- پاسخ پس از گذشت زمانی حدوداً، 4 الی 5 برابر ثابت زمانی تقریباً به مقدار نهایی خود نزدیک می‌شود.

2- سیستم مرتبه اول تعریف‌شده نوع یک می‌باشد، بنابراین خطای حالت دائمی آن به ورودی پله برابر صفر است. (این موضوع به خوبی در شکل دیده می‌شود)

پیش گزارش

1- برای دو شاخه RC و RL نشان داده‌شده در شکل زیر، تابع تبدیل مرتبه اول را محاسبه نمایید.



$$G_1(s)=\frac{I_L(s)}{V_s(s)} \qquad G_2(s)=\frac{V_C(s)}{V_s(s)}$$

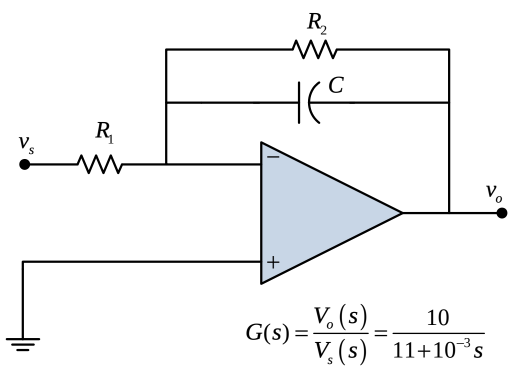
1- مرتبه و نوع[1] سیستم‌های $G_1(s)$ و $G_2(s)$ را مشخص نمایید.

2- ثابت زمانی سیستم‌های قسمت 1 را در دو حالت حلقه باز و حلقه بسته محاسبه نمایید.

3- چه نوع سیستم فیزیکی دیگری با تابع تبدیل مرتبه اول می‌شناسید؟ بلوک دیاگرام مربوط به آن سیستم را رسم نمایید.

4- حساسیت[2] تابع تبدیل سیستم‌های قسمت 1 را به تغییرات R ، L و C محاسبه نمایید.

1- با استفاده از مدار زیر و مقاومت و خازن استاندارد، تابع تبدیل معرفی‌شده را پیاده‌سازی نمایید:



$$G(s)=\frac{V_o(s)}{V_s(s)}=\frac{10}{11+10^{-3}s}$$

---

[1] اگر تابع تبدیل سیستم را به کلی ترین فرم ممکن بصورت زیر تعریف کنیم:

$$G(s)=\frac{k(s+z_1)(s+z_2)\ldots(s+z_m)}{s^N(s+p_1)(s+p_2)\ldots(s+p_n)}e^{-T_d s}$$

آنگاه N را که مرتبه تکرار قطب در مبدأ می باشد نوع سیستم می نامند. همچنین بالاترین توان s در مخرج تابع تبدیل را مرتبه سیستم می نامند.

[2] حساسیت یک سیستم G نسبت به پارامتر خاصی مثل x از رابطه زیر بدست می آید:

$$S_x^G=\frac{\frac{\partial G}{G}}{\frac{\partial x}{x}}=\frac{x}{G}\frac{\partial G}{\partial x}$$

حساسیت عددی بین صفر تا یک است و این مقدار هر چه به یک نزدیکتر باشد، حساسیت بالاتری را نشان می دهد.

شرح آزمایش

2- برای دو سیستم $G_1(s)$ و $G_2(s)$، تابع تبدیل به‌دست آمده در پیش گزارش را به ازای مقادیر زیر محاسبه نمایید.

$G_1(s)$	$R = 200\Omega$ $L = 20mH$
$G_2(s)$	$R = 5k\Omega$ $C = 2mF$

3- پاسخ ضربه، پله و شیب سیستم‌های فوق را رسم نموده و جدول زیر را تکمیل نمایید:

$G_1(s)$	حلقه باز		حلقه بسته	
	زمان صعود	زمان نشست	زمان صعود	زمان نشست
پاسخ ضربه				
پاسخ پله				
پاسخ شیب				

$G_2(s)$	حلقه باز		حلقه بسته	
	زمان صعود	زمان نشست	زمان صعود	زمان نشست
پاسخ ضربه				
پاسخ پله				
پاسخ شیب				

4- با استفاده از سیمولینک این سیستم را پیاده‌سازی نموده و پاسخ آن را به ورودی ضربه، پله و شتاب روی یک اسیلوسکوپ مقایسه نمایید. چه ارتباطی بین این سه پاسخ مشاهده می‌شود؟

5- معادلات حالت سیستم را به‌دست آورید.

6- صفر و قطب‌های سیستم را محاسبه نمایید.

7- بار دیگر برای سیستم حلقه بسته مراحل فوق را تکرار نمایید.

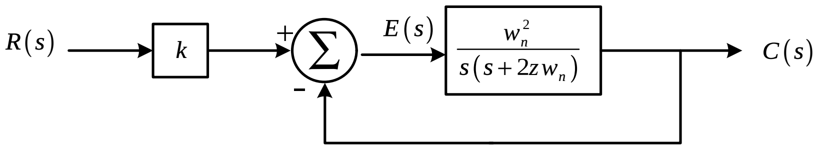
8- با مقایسه پاسخ های حلقه باز و حلقه بسته، نقش فیدبک را بر روی سرعت سیستم، خطای حالت دائمی و جایگاه قطب‌های سیستم بررسی نمایید.

آزمایش دوم :

مدل سازی و بررسی سیستم های مرتبه دوم

آزمایش دوم:
مدلسازی و بررسی سیستم های مرتبه دوم

یک سیستم مرتبه اول نمونه، سیستمی است که دارای



شکل 2-1: سیستم مرتبه دوم

تابع تبدیل حلقه بسته این سیستم به‌صورت

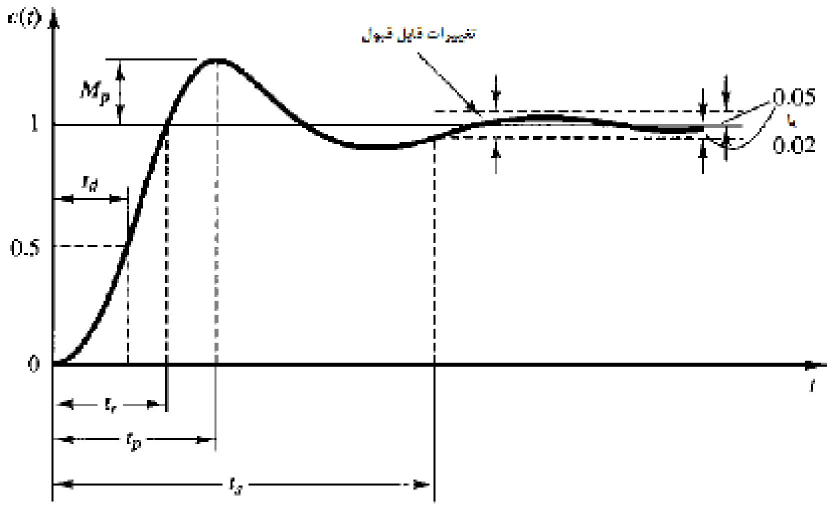
$$T(s)=k\frac{\frac{w_n^2}{s(s+2zw_n)}}{1+\frac{w_n^2}{s(s+2zw_n)}}=\frac{kw_n^2}{s^2+2zw_ns+w_n^2} \qquad (2\text{-}1)$$

خواهد بود. بنابراین:

$$\Delta(s)=s^2+2zw_ns+w_n^2=0 \qquad (2\text{-}2)$$

$$s_{1,2}=-zw_n\pm j\underbrace{w_n\sqrt{1-z^2}}_{w_d} \qquad (2\text{-}3)$$

که در آن z نسبت میرایی، w_n فرکانس طبیعی نامیده می‌شوند. اکنون شکل عمومی پاسخ پله این سیستم را بررسی می‌کنیم:



شکل 2-2: شکل عمومی پاسخ پله یک سیستم مرتبه دوم

ازآنجاکه پاسخ پله مهم‌ترین فاکتور برای بررسی سیستم‌ها می‌باشد، تحلیل پاسخ گذرای مربوط به آن نیز از اهمیت زیادی برخوردار است. با توجه به شکل 2-2 پارامترهای مهم این پاسخ را به‌عنوان تعریف ارائه می‌کنیم:

۷ تعاریف مهم:

1- **زمان تأخیر** (t_d): زمانی است که طول می‌کشد تا پاسخ برای اولین بار به نصف مقدار نهایی خود برسد.

2- **زمان صعود** (t_r): مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا پاسخ از صفر تا 100 درصد مقدار نهایی خود برسد. (در بعضی از متون 10% تا 90% یا 5% تا 95% هم آمده است.)

3- **ماکزیمم فرا جهش** $(M_P / O.S)$: مقدار اوج فرا جهش که نسبت به مقدار 1 اندازه‌گیری می‌شود.

4- **زمان اوج** (t_P): زمانی است که اولین ماکزیمم (فرا جهش) اتفاق می‌افتد.

5- **زمان نشست** (t_s): زمانی که طول می‌کشد تا پاسخ به تغییرات قابل قبولی در حدود 2 تا 5% مقدار نهایی برسد و در آن محدوده نیز باقی بماند.

پنج پارامتر زمان تأخیر، زمان صعود، زمان اوج، ماکزیمم فرا جهش و زمان نشست را پارامترهای پاسخ گذرا می‌نامند. مشخصات پاسخ گذرا با فرض $(w_d = w_n\sqrt{1-z^2})$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$t_d \cong \frac{1+0.7z}{w_n} \qquad (4\text{-}2)$$

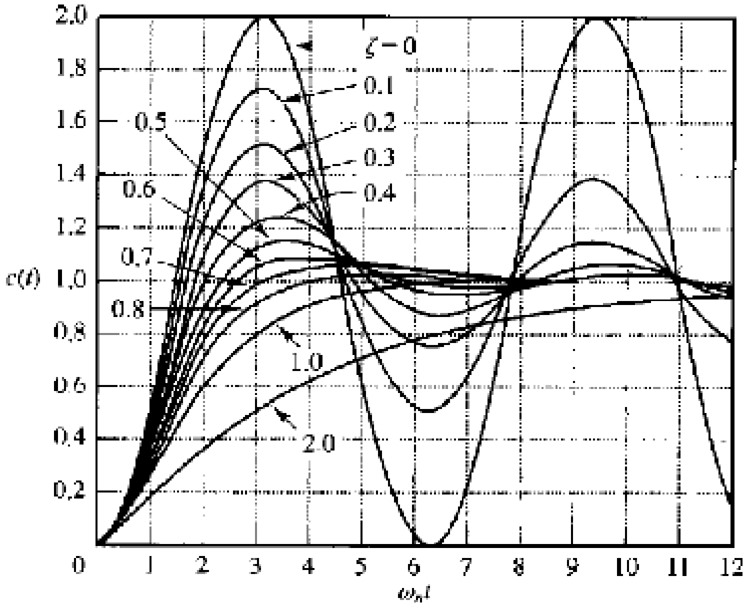
$$t_r = \frac{p - \cos^{-1} z}{w_d} \qquad (5\text{-}2)$$

$$t_P = \frac{p}{w_d} \qquad (6\text{-}2)$$

$$M_P = e^{-\frac{zp}{\sqrt{1-z^2}}} \times 100 \qquad (7\text{-}2)$$

$$t_s = \frac{4}{zw_n}\ (\%2) \qquad t_s = \frac{3.2}{zw_n}\ (\%5) \qquad (8\text{-}2)$$

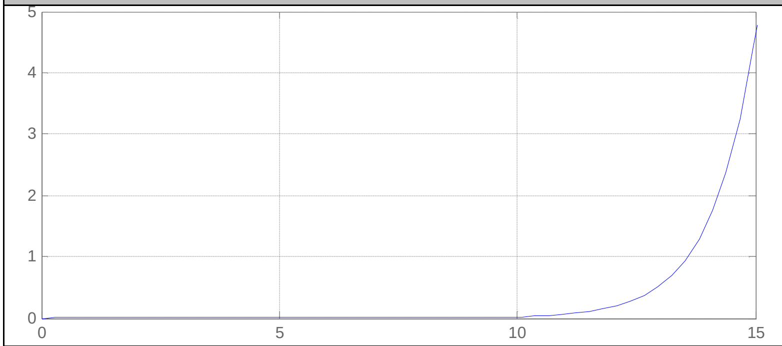
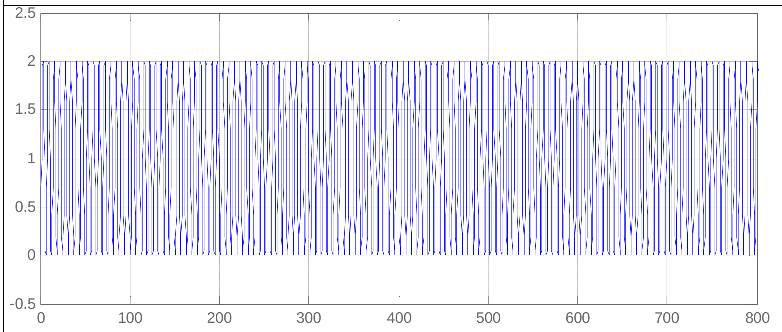
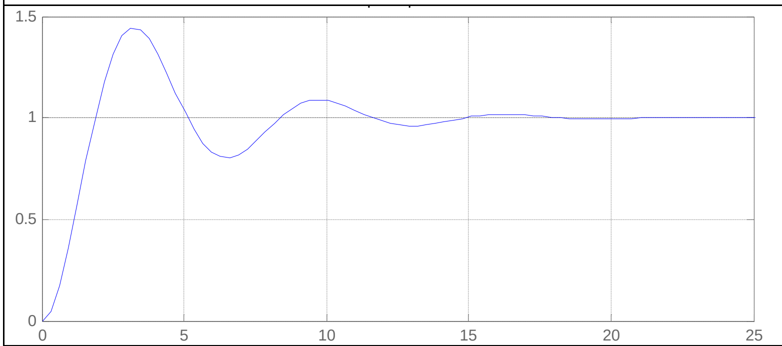
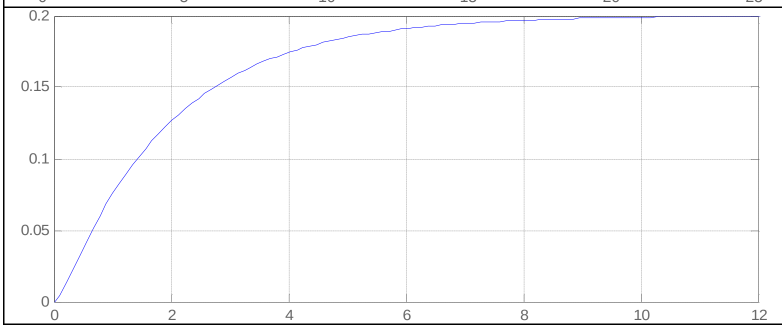
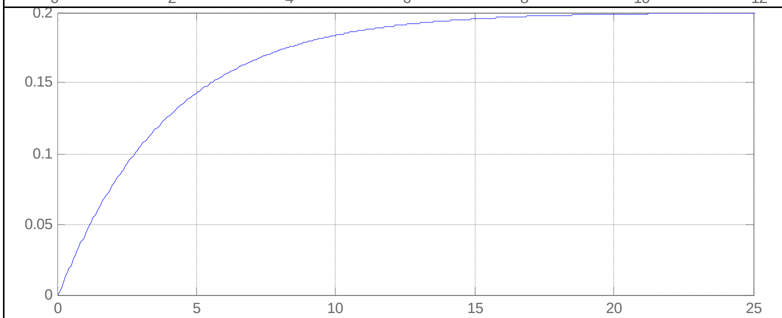
با توجه به فرمول 2-7 می‌بینیم که مقدار فرا جهش سیستم تنها به پارامتر z بستگی دارد. بسته به مقادیر مختلف آن شکل پاسخ سیستم می‌تواند هر یک از شکل‌های زیر باشد:



: انواع پاسخ پله سیستم مرتبه دوم

برای درک بهتر رابطه بین z و شکل پاسخ سیستم، حالت های مختلف شکل فوق به‌صورت یک جدول مجزا نمایش داده‌شده است.

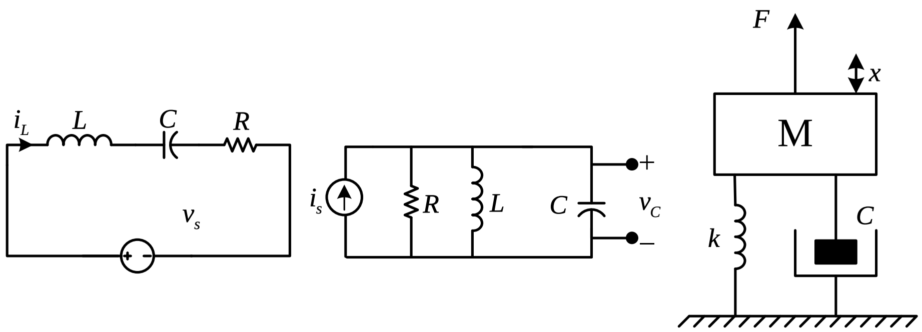
جدول 2-1 ارتباط بین z و نوع پاسخ پله سیستم

مقدار z	نام و فرم پاسخ	شکل عمومی پاسخ
$z<0$	**پاسخ ناپایدار** $y(t)=ke^{C_1 t}u(t), C_1>0$	
$z=0$	**پاسخ نوسانی نامیرا** $y(t)=(k_1\sin C_1 t+k_2\cos C_2 t)u(t)$	
$0<z<1$	**پاسخ میرای نوسانی** $y(t)=e^{-C_1 t}(k_1\sin C_1 t+k_2\cos C_2 t)u(t)$ $C_1>0$	
$z=1$	**پاسخ میرای بحرانی** $y(t)=k\left(1-e^{-C_1 t}u(t)\right), C_1>0$	
$z>1$	**پاسخ میرای شدید** $y(t)=k\left(1-e^{-C_1 t}u(t)\right), C_1>0$	

آزمایش دوم: مدلسازی و بررسی سیستم های مرتبه دوم

پیش گزارش

1- برای هر سه سیستم نشان داده‌شده در زیر، تابع تبدیل مرتبه دوم مربوطه را محاسبه نمایید.



$$G_1(s)=\frac{I_L(s)}{V_s(s)} \qquad G_2(s)=\frac{V_C(s)}{I_s(s)} \qquad G_3(s)=\frac{X(s)}{F(s)}$$

2- مرتبه و نوع سیستم‌های $G_1(s)$ تا $G_3(s)$ را مشخص نمایید.

3- چه نوع سیستم فیزیکی دیگری با تابع تبدیل مرتبه دوم می‌شناسید؟

4- حساسیت تابع تبدیل $G_1(s)$ را به تغییرات R، L و C محاسبه نمایید.

شرح آزمایش

1- برای شش سیستم داده شده جدول زیر را تکمیل نمایید.

	$G_1(s)$	$G_2(s)$	$G_3(s)$	$G_4(s)$	$G_5(s)$	$G_6(s)$
تابع تبدیل	$\frac{1}{s^2-5s+1}$	$\frac{1}{s^2+1}$	$\frac{1}{s^2+0.4s+1}$	$\frac{1}{s^2+1.4s+1}$	$\frac{1}{s^2+2s+1}$	$\frac{1}{s^2+5s+1}$
z						
w_n						

2- پاسخ پله سیستم‌های فوق را رسم نموده و جدول زیر را تکمیل نمایید:

	$G_1(s)$	$G_2(s)$	$G_3(s)$	$G_4(s)$	$G_5(s)$	$G_6(s)$
نوع پاسخ						
زمان صعود						
فراجهش						
زمان پیک						
زمان نشست						
خطای حالت دائمی						
نوع پایداری						

3- با استفاده از سیمولینک این سیستم را پیاده‌سازی نموده و پاسخ آن را به ورودی ضربه، پله و شتاب روی یک اسیلوسکوپ مقایسه نمایید. چه ارتباطی بین این سه پاسخ مشاهده می‌شود؟

4- معادلات حالت سیستم‌ها را به‌دست آورید.

5- صفر و قطب سیستم‌ها را محاسبه نمایید. چه ارتباطی بین قطب‌ها و نوع پاسخ پله مشاهده می‌کنید؟

6- بار دیگر برای سیستم حلقه بسته مراحل فوق را تکرار نمایید.

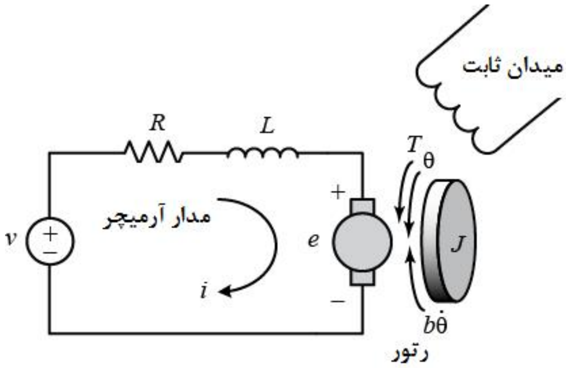
7- با مقایسه پاسخ های حلقه باز و حلقه بسته، نقش فیدبک را بر روی سرعت سیستم، خطای حالت دائمی و جایگاه قطب‌های سیستم بررسی نمایید.

آزمایش سوم:

مدل سازی و بررسی سیستم یک موتور DC

آزمایش سوم:
مدلسازی و بررسی سیستم یک موتور DC

شکل زیر، مدل الکتریکی یک سرو موتور را نشان می‌دهد:



شکل 3-1: مدار یک سرو موتور

پیداست با اعمال یک ولتاژ $v(t)$ در ورودی، گشتاور $T(t)$ در رتور به وجود می‌آید. اگر $q(t)$ که زاویه شفت رتور می‌باشد (موقعیت شفت) را به‌عنوان خروجی تعریف کنیم، داریم:

$$\begin{cases} T(t) = K\,i \\ e = K\dfrac{dq}{dt} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} J\dfrac{d^2q}{dt^2} + b\dfrac{dq}{dt} = K\,i \\ L\dfrac{di}{dt} + R\,i = v - K\dfrac{dq}{dt} \end{cases}$$

با اعمال تبدیل لاپلاس بر تابع تبدیل سیستم سرو موتور با خروجی موقعیت شفت به‌صورت زیر خواهد بود:

$$G_1(s) = \frac{q(s)}{V(s)} = \frac{K}{s\left((Js+b)(Ls+R)+K^2\right)} \qquad 1\text{-}3$$

اگر سرعت موتور به‌عنوان خروجی مد نظر باشد، (سرعت، مشتق $q(t)$ می‌باشد) داریم:

$$G_2(s) = \frac{sq(s)}{V(s)} = \frac{V_q(s)}{V(s)} = \frac{K}{\left((Js+b)(Ls+R)+K^2\right)} \qquad 2\text{-}3$$

پیش گزارش

1- روابط 3-1 و 3-2 را محاسبه نمایید.

2- تابع تبدیل یک سرو موتور را با مقادیر جدول زیر محاسبه نمایید:

J	b	K	L	R	$G_1(s)$	$G_2(s)$
3.228×10^{-6}	3.5077×10^{-6}	0.0274	2.75×10^{-6}	4		

3- مرتبه و نوع سیستم‌های $G_1(s)$ و $G_2(s)$ را مشخص نمایید.

4- کاربرد سرو موتور و علل لزوم کنترل خروجی آن را تشریح نمایید.

شرح گزارش

1- پاسخ پله و شیب سیستم‌های $G_1(s)$ و $G_2(s)$ را برای دو حالت حلقه باز و حلقه بسته با فیدبک واحد در پنجره شامل 4 نمودار نمایش داده و نتایج را مقایسه نمایید.

2- چه ارتباطی بین خطای حالت دائمی سیستم حلقه بسته و نوع سیستم حلقه باز مشاهده می‌کنید؟

آزمایش چهارم:
بررسی نمودار مکان ریشه‌ها

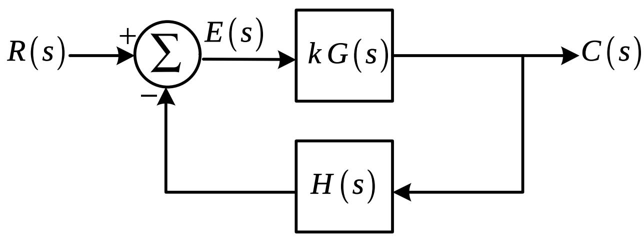
آزمایش چهارم:

بررسی نمودار مکان ریشه ها

همان طور که در آزمایش های قبل دیدیم، مشخصات اساسی پاسخ گذرای یک سیستم حلقه بسته، به محل قطب‌های آن وابسته است. اگر سیستم بهره متغیری داشته باشد، محل قطب‌های حلقه بسته به مقدار بهره انتخاب‌شده برای حلقه بستگی خواهند داشت. پس دانستن این که با تغییر بهره حلقه محل قطب‌های حلقه بسته در صفحه s چگونه تغییر می‌کند برای مهندسین طراح بسیار مهم است.

از دید طراحی، در بعضی از سیستم‌ها یک اصلاح ساده بهره می‌تواند قطب‌های حلقه بسته را به محل مطلوب ببرد. به‌این‌ترتیب مسئله طراحی به انتخاب مناسب بهره حلقه می‌انجامد. اگر اصلاح بهره به تنهایی نتواند به نتیجه مطلوب منجر شود، افزودن یک جبران ساز به سیستم ضروری خواهد بود.

در روش مکان ریشه‌ها، ریشه‌های معادله مشخصه سیستم حلقه بسته به ازای یک پارامتر مجهول که معمولاً بهره سیستم است، رسم می‌گردند. بار دیگر دیاگرام بلوکی سیستم حلقه بسته را در نظر بگیرید:



شکل 4-1: دیاگرام بلوکی سیستم حلقه بسته

معادله مشخصه چنین سیستمی به‌صورت:

$$T(s)=\frac{KG(s)}{1+KG(s)H(s)} \rightarrow$$

$$\Delta(s)=1+KG(s)H(s)=0 \qquad 1\text{-}4$$

خواهد بود. بنابراین همان طور که مشخص است، جایگاه ریشه‌های حلقه بسته به مقدار K بستگی دارد. بسته به مثبت یا منفی بودن مقدار K شروط مربوط به رسم مکان ریشه‌ها متفاوت خواهد بود. برای بررسی پایداری سیستم با استفاده از معادله مشخصه، معیار پایداری روث – هورویتز مناسب می‌باشد. به مثال زیر توجه کنید:

مثال: برای سیستم نشان داده‌شده در شکل زیر محدوده‌ای برای K بیابید که سیستم در آن محدوده پایدار باشد . (سیستم دارای فیدبک منفی واحد می‌باشد).

$$G(s)=\frac{K}{s(s+7)(s+11)}$$

$$\rightarrow \Delta(s)=s(s+7)(s+11)+K=s^3+18s^2+77s+K$$

مسئله را به‌صورت دستی محاسبه کرده و چک می‌نماییم

$S^3:1$

$S^2:18$

$S^1:\frac{(18\times 77)-(1\times K)}{18}=\frac{1386-K}{18}$

$S^0:$

همان طور که مشاهده می‌شود مقدار K بین صفر و عدد 1386 می‌باشد.
حال همان مثال را می‌توان توسط قطعه کد زیر نیز حل نمود.

```
clc
clear all
close all
k=[1:2000];
fori=1:length(k)
dent=[1 18 77 k(i)];
poles=roots(dent);
    r=real(poles);
if max(r)>=0
poles
        k=k(i)
break
end
end
```

نکته: اگر تابع تبدیل سیستم شامل جمله تأخیر e^{-Ts} باشد، برای رسم نمودار مکان ریشه‌ها از تقریب پا ده استفاده می‌کنیم:

$$e^{-Ts} \approx \frac{1-\frac{T}{2}s}{1+\frac{T}{2}s} \qquad (2\text{-}4)$$

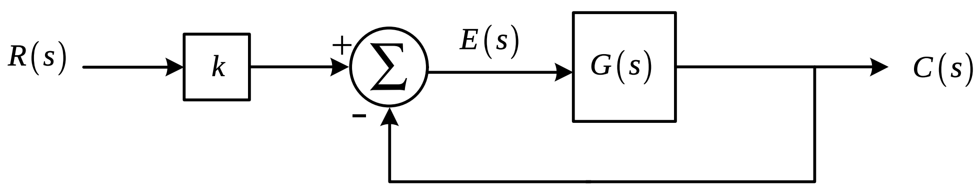
پیش گزارش

1- سیستم‌های

$$G_1(s)=\frac{1}{s^2(s-1)(s+5)},\quad G_2(s)=\frac{s+9}{s(s^2+4s+11)},\quad G_3(s)=\frac{1}{(s+1)(s^2+4s+13)}$$

را در نظر بگیرید. پایداری حلقه باز سه سیستم را بررسی نمایید.

2- با استفاده از جدول روث – هورویتز پایداری سه سیستم فوق را برای دیاگرام بلوکی زیر به ازای $k=1$ را بررسی نمایید.



در خصوص محل قطب‌های حلقه بسته این سیستم‌ها چه اطلاعاتی را از جدول روث – هورویتز می‌توان به‌دست آورد؟

3- برای دیاگرام بلوکی فوق و سه سیستم قسمت 1 معادله مشخصه سیستم‌ها را به‌دست آورید.

شرح گزارش

برای سه سیستم بررسی‌شده در پیش گزارش،

1- نمودار مکان ریشه را برای $k>0$ را رسم نمایید.

2- محدوده پایداری را از طریق به‌دست آوردن بهره مرزی به‌دست آورید. در نقطه مرزی نسبت میرایی و فرکانس نوسانات مربوطه را مشخص نمایید.

3- بهره مرزی را با استفاده از کد نویسی نیز به‌دست آورید.

4- برای سیستم $G_2(s)$ قطب‌های حلقه بسته را برای وقتی که میرایی قطب‌ها 0.5 است، از روی نمودار مکان ریشه‌ها به‌دست آورید.

5- قطب‌های سیستم و حداکثر فرا جهش سیستم را به ازای بهره مرزی به‌دست آورید.

6- برای سیستم $G_3(s)$ نمودار مکان ریشه را به ازای تغییرات زیر بررسی و توجیه نمایید:

- افزودن یک صفر پایدار
- افزودن یک صفر ناپایدار
- افزودن یک قطب پایدار
- افزودن یک قطب ناپایدار
- افزودن صفر در مبدأ
- افزودن قطب در مبدأ

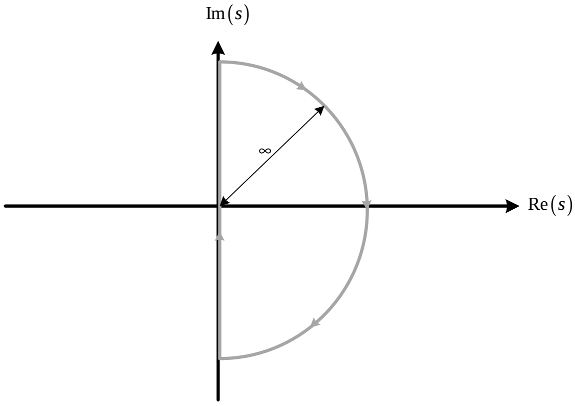
آزمایش پنجم:

بررسی نمودار نایکوئیست

آزمایش پنجم:
بررسی نمودار نایکوئیست

روش معیار پایداری نایکوئیست یک روش نیمه ترسیمی است که برای بررسی پایداری سیستم‌های تأخیر دار مناسب می‌باشد. معیار پایداری نایکوئیست، رابطه پاسخ فرکانسی حلقه باز $G(jw)H(jw)$ با تعداد قطب ناپایدار سیستم حلقه بسته را مشخص می‌کند. با این روش پایداری مطلق سیستم حلقه بسته را می‌توان به روش ترسیمی و با توجه به منحنی های پاسخ فرکانسی حلقه باز (منحنی نایکوئیست) تعیین کرد. بدون آنکه نیاز به محاسبه قطب‌های سیستم حلقه بسته باشد.

برای تحلیل پایداری سیستم‌های کنترلی، یک مسیر بسته در صفحه s چنان برمی‌گزینیم که تمام نیم‌صفحه راست (ناحیه پایداری) را در بر داشته باشد. این مسیر را مسیر نایکوئیست می‌نامند. (جهت مسیر ساعت‌گرد است)

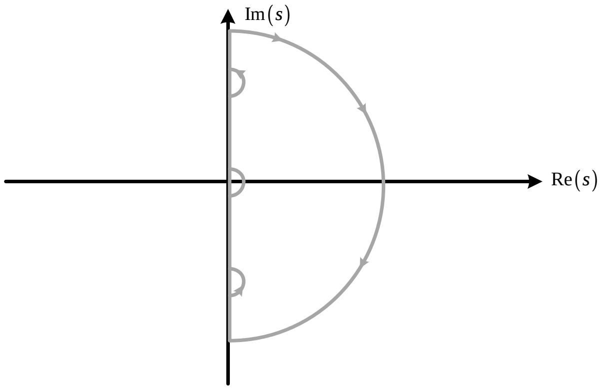


شکل 5-1: مسیر نایکوئیست

مسیر نایکوئیست تمام نیم‌صفحه راست را در بردارد و تمام صفر و قطب‌های دارای بخش حقیقی مثبت (ناپایدار) در داخل آن قرار دارند. اگر $1+G(s)H(s)$ ریشه‌ای در نیم‌صفحه راست نداشته باشد سیستم حلقه بسته در نیم‌صفحه راست قطب ندارد و سیستم پایدار است. مسیر بسته نایکوئیست را به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که از هیچ‌کدام از صفر و قطب‌های $1+G(s)H(s)$ عبور نکند. ریشه‌های $1+G(s)H(s)$ از حل معادله

$$1+G(s)H(s)=0 \rightarrow G(s)H(s)=-1$$

به‌دست می‌آیند. بنابراین نقطه $-1+0j$ در منحنی نایکوئیست نقطه بحرانی به حساب می‌آید. اگر سیستم حلقه باز $G(s)H(s)$ روی محور موهومی ریشه نداشته باشد، مسیر نایکوئیست را همانند شکل 5-1 در نظر می‌گیریم، اما اگر سیستم حلقه باز $G(s)H(s)$ روی محور موهومی ریشه داشته باشد، ازآنجاکه می‌خواهیم تمام قطب‌های موجود در مسیر نایکوئیست پایدار باشند، ریشه‌های روی محور موهومی را با نیم‌دایره‌هایی به شعاع بسیار کوچک $e<<1$ از مسیر نایکوئیست جدا می‌کنیم:



شکل 5-2: مسیر نایکوئیست اصلاح‌شده

۷ معیار پایداری نایکوئیست:

اگر مسیر نایکوئیست تمام نیم‌صفحه راست را در برداشته باشد، تعداد ریشه‌های $1+G(s)H(s)$ در نیم‌صفحه راست صفحه s با تعداد دور ساعت‌گرد منحنی فرکانسی $G(jw)H(jw)$ حول نقطه بحرانی $-1+0j$ و تعداد قطب‌های سیستم حلقه باز در نیم‌صفحه راست صفحه s برابر است:

$$Z = N_R + P$$

که در آن:

Z : تعداد ریشه‌های $1+G(s)H(s)$ در نیم‌صفحه راست صفحه s

N_R : تعداد دور ساعت‌گرد منحنی فرکانسی $G(jw)H(jw)$ حول نقطه بحرانی $-1+0j$

P : تعداد قطب‌های سیستم حلقه باز در نیم‌صفحه راست صفحه s

می‌باشد. سیستم حلقه بسته زمانی پایدار است که $Z=0$ باشد.

نکته: برای تکمیل نمودار نایکوئیست نشان داده‌شده توسط نرم‌افزار، باید برای رسیدن از $w=0^-$ به $w=0^+$ برای سیستم نوع N، N نیم‌دایره در جهت ساعت‌گرد و به شعاع بی‌نهایت رسم نمایید.

۷ محاسبه پارامترهای اصلی پایداری در حوزه فرکانس با استفاده از منحنی نایکوئیست:

دو پارامتر اصلی حد بهره و حد فاز که اساس طراحی های حوزه فرکانسی سیستم‌های کنترلی می‌باشند را می‌توان با استفاده از منحنی نایکوئیست به‌دست آورد. در این بخش با این دو پارامتر و نحوه محاسبه آنها آشنا می‌شویم:

فرکانس قطع فاز: فرکانس قطع فاز (w_C)، فرکانسی است که در آن زاویه تابع تبدیل برابر $180°$ گردد. برای محاسبه فرکانس قطع فاز می‌توان نقطه‌ای که در آن بخش موهومی $GH(jw)$ صفر می‌شود را نیز محاسبه نمود.

حد بهره: حد بهره به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$GM = 20\log\frac{1}{|GH(jw_C)|} \qquad 1\text{-}5$$

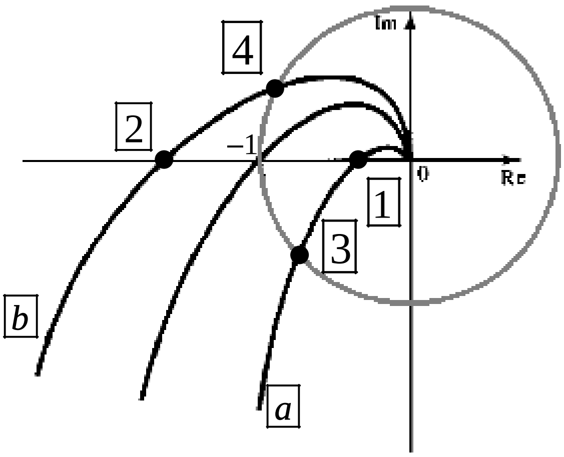
فرکانس قطع بهره فرکانس قطع بهره (w_g)، فرکانسی است که در آن اندازه تابع تبدیل برابر 1 گردد.

حد فاز حد فاز به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$PM = \angle GH(jw_g) \pm 180 \qquad 2\text{-}5$$

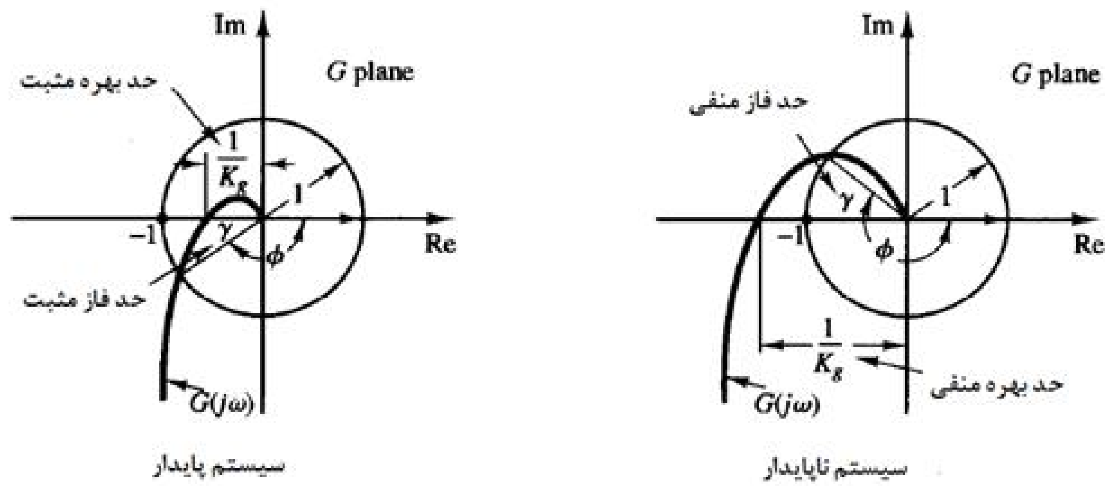
به شکل 5-3 توجه کنید. برای نمودار $\boxed{a}$، نقاط $\boxed{1}$ و $\boxed{3}$ به ترتیب برابر w_C و w_g می‌باشد. برای نمودار $\boxed{b}$، نقاط $\boxed{2}$ و $\boxed{4}$ به ترتیب برابر w_C و w_g می‌باشد.

نکته: برای پایداری یک سیستم مقادیر حد فاز و حد بهره هر دو باید **مثبت** باشند. حتی اگر یکی از این مقادیر منفی باشند سیستم ناپایدار خواهد بود.



شکل 5-3 مفاهیم حد فاز و حد بهره

برای درک بهتر این موضوع به شکل زیر توجه کنید.



شکل 5-4 نحوه تشخیص علامت جبری حد فاز و حد بهره از روی دیاگرام نایکوئیست

پیش گزارش

1- سیستم‌های

$$G_1(s)=\frac{1}{(s^2+4s+13)},\quad G_2(s)=\frac{s+9}{s(s+4)},\quad G_3(s)=\frac{1}{s^2(s+1)}$$

را در نظر بگیرید. نوع و مرتبه سیستم‌ها را به‌دست آورده و سپس دیاگرام نایکوئیست هر سه سیستم را ترسیم نمایید.

2- با استفاده از معیار پایداری نایکوئیست، پایداری حلقه بسته سه سیستم را بررسی نمایید.

3- برای سیستم $G_1(s)$، حد فاز و حد بهره و فرکانس های مربوطه را محاسبه نمایید. چه نتیجه‌ای برای پایداری حلقه باز به‌دست می‌آید؟

شرح گزارش

1- نمودار نایکوئیست حلقه باز هر سه سیستم را رسم نمایید.

2- ارتباط بین نوع سیستم و نمودار نایکوئیست را بررسی نمایید.

3- تأثیر تأخیر به مدت 1 ثانیه را بر روی نمودار نایکوئیست سیستم $G_1(s)$ بررسی نمایید.

آزمایش ششم:

بررسی نمودارهای بود

آزمایش ششم:

بررسی نمودارهای بود

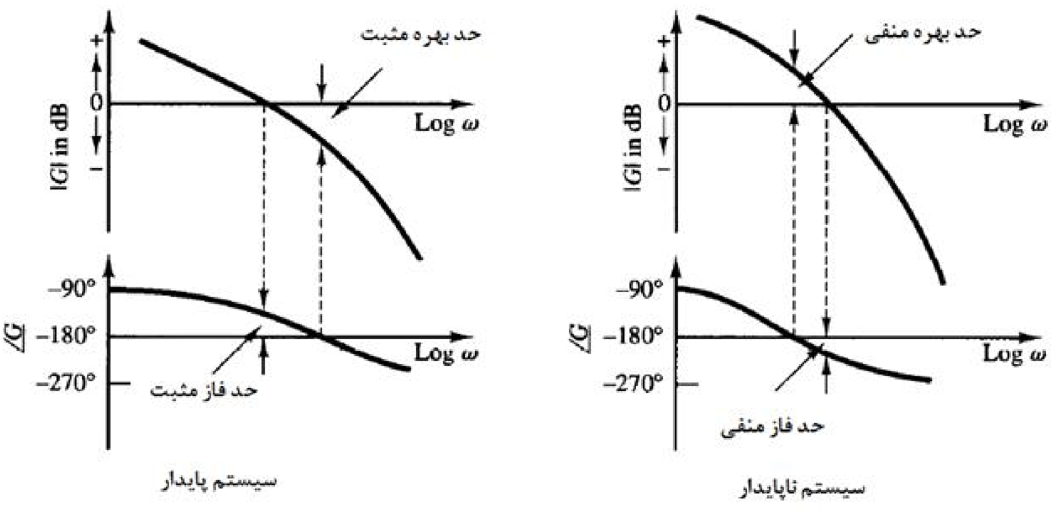
در روش ترسیمی منحنی های بود، دو تابع اندازه و فاز تابع تبدیل حلقه باز $GH(jw)$ به‌صورت لگاریتمی در نمودارهایی جداگانه بر حسب لگاریتم فرکانس رسم می‌شوند. بیان استاندارد لگاریتم اندازه $GH(jw)$، $20\log|GH(jw)|$ است که بر حسب دسی بل بیان می‌گردد.

محاسبه پارامترهای اصلی پایداری در حوزه فرکانس با استفاده از منحنی های بودی:

مقادیر فرکانس های قطع فاز و بهره و حد فاز و حد بهره را به‌راحتی می‌توان از روی نمودارهای بود تشخیص داد. فرکانس قطع فاز، فرکانسی است که در آن زاویه $GH(jw)$ برابر $180°$ می‌باشد. برای محاسبه حد بهره به ازای این فرکانس، اختلاف نمودار اندازه $GH(jw)$ را با 0^{dB} اندازه می‌گیریم. اگر این مقدار زیر محور 0^{dB} باشد، حد بهره مثبت و در غیر این صورت منفی خواهد بود.

فرکانس قطع بهره، فرکانسی است که در آن اندازه $GH(jw)$ برابر 0^{dB} خواهد شد. برای محاسبه حد فاز به ازای این فرکانس، اختلاف نمودار فاز $GH(jw)$ را با محور $-180°$ اندازه می‌گیریم. اگر این مقدار بالای خط $-180°$ باشد، حد فاز مثبت و اگر خلاف آن باشد منفی خواهد بود.

به شکل زیر توجه کنید:

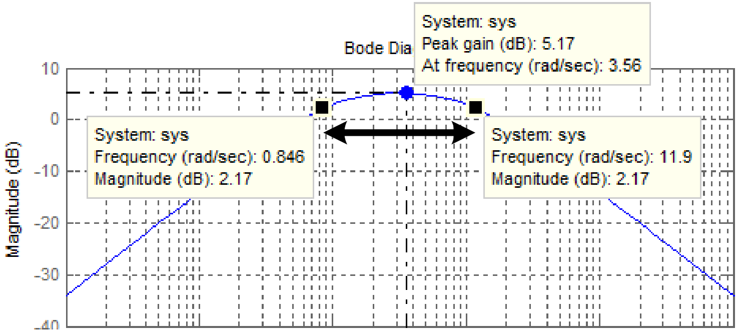


شکل 6-1 نحوه تشخیص علامت جبری حد فاز و حد بهره از روی نمودارهای بودی

پهنای باند:

اندازه محدوده فرکانسی که سیستم سیگنال‌های مربوطه به آن محدوده را از خود عبور می‌دهد را پهنای باند گویند. بر طبق تعریف پهنای باند یک سیستم محدوده فرکانسی است که در آن اندازه $GH(jw)$ به‌اندازه 3^{dB} افت داشته باشد.

به مثال زیر توجه کنید:



بنابراین پهنای باند این سیستم برابر $11.9-0.846=11.054$ می‌باشد.

✓ سیستم‌های مینیمم فاز و غیر مینیمم فاز:

توابع تبدیلی که در نیمه سمت راست صفحه s صفر و قطبی نداشته باشند را مینیمم فاز گویند. گستره تغییرات فاز سیستم مینیمم فاز کمتر از دیگر سیستم‌ها می‌باشد. برای سیستم‌های مینیمم فاز می‌توان تابع تبدیل را با استفاده از نمودار بودی به‌دست آورد.

در یک سیستم مینیمم فاز، نمودار فاز در $w=\infty$ به $-90(m-n)$ می‌رسد که در آن m و n به ترتیب درجه چند جمله‌ای‌های صورت و مخرج است.

در هر دو نوع سیستم، شیب منحنی دامنه در $w=\infty$ برابر $-20(m-n)$ دسی بل بر دهه است.

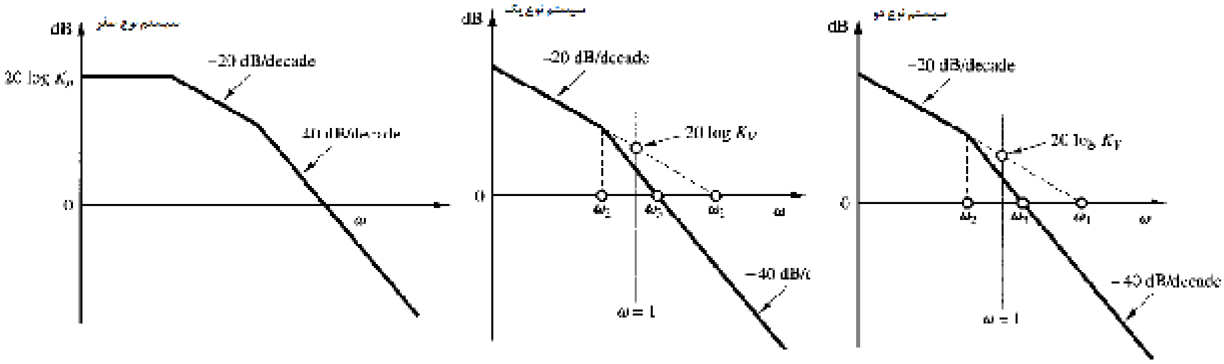
✓ رابطه بین نوع سیستم و منحنی دامنه:

نوع سیستم شیب منحنی لگاریتم دامنه در فرکانس های پایین را تعیین می‌کند:

1- برای سیستم نوع صفر، مجانب فرکانس پایین خطی افقی برابر $20\log K_P$ دسی بل می‌باشد.

2- برای سیستم نوع یک، محل برخورد پاره خط اول دارای شیب $-20\,dB/dec$ با خط $0\,dB$ فرکانسی است که از لحاظ عددی با K_v برابر است.

3- برای سیستم نوع دو، فرکانس w_a یعنی محل برخورد اولیه دارای شیب $-40\,dB/dec$ با خط $0\,dB$ فرکانسی است که از لحاظ عددی با $\sqrt{K_a}$ برابر است.



شکل 6-2 ارتباط بین نوع سیستم و منحنی دامنه

پیش گزارش

1- سیستم‌های

$$G_1(s)=\frac{1}{s^2(s-1)(s+5)},\quad G_2(s)=\frac{s+9}{s\left(s^2+4s+11\right)},\quad G_3(s)=\frac{1}{(s+1)\left(s^2+4s+13\right)},\quad G_4(s)=\frac{1}{s^2(s+4)}$$

را در نظر بگیرید. کدامیک از سیستم‌های فوق مینیمم فاز است؟

2- دیاگرام های بود هر چهار سیستم را ترسیم نمایید.

3- برای سیستم $G_2(s)$ تا $G_4(s)$ خطای حالت دائمی سیستم را محاسبه نمایید.

شرح گزارش

1- برای سیستم‌های فوق دیاگرام های بود هر چهار سیستم را ترسیم نمایید.

2- مشخصات پایداری سیستم‌ها را بررسی نمایید.

3- برای هر چهار سیستم، شیب نمودار را در $w=\infty$ با $-90(m-n)$ مقایسه نموده و نتیجه‌گیری کنید.

4- برای سیستم $G_2(s)$ تا $G_4(s)$ پهنای باند سیستم را از روی نمودار محاسبه نمایید.

5- برای سیستم $G_2(s)$ تا $G_4(s)$ خطای حالت دائمی سیستم را از روی نمودار محاسبه نمایید.

6- نمودارهای بودی را به ازای تغییرات زیر بررسی و توجیه نمایید:

- افزودن یک صفر پایدار
- افزودن یک قطب پایدار
- افزودن صفر و قطب در مبدأ