خواص مغناطیسی یک ماده را می‌توان توسط گشتاور دوقطبی مغناطیسی ناشی از هر اتم آن ماده مورد بررسی قرار داد. یکی از مواردی که باعث بوجود آمدن این گشتاور دوقطبی مغناطیسی می‌شود، میدان مغناطیسی ناشی از گردش الکترون به دور هسته است. ماده‌ی ساده‌ای را در نظر بگیرید. برای راحتی کار فرض می‌کنیم که هر اتم این ماده از یک الکترون با بار $-e$ و جرم m_e و یک پروتون با بار $+e$ و جرم m_p تشکیل شده است. شعاع گردش الکترون به دور پروتون را برابر R در نظر بگیرید.

i) فرض کنید که الکترون در صفحه‌ی $x-y$ حرکت می‌کند و همچنین جرم آن از جرم پروتون بسیار کوچک‌تر است. ($m_e \ll m_p$)

الف) سرعت زاویه‌ای الکترون به دور پروتون $\omega_.$ را محاسبه کنید. (۱ نمره)

م) میدان مغناطیسی ناشی از حرکت الکترون B_e را در فاصله‌ی $z \gg R$ از صفحه‌ی $x-y$ و بر روی محور چرخش الکترون به دور پروتون محاسبه کنید. (۱٫۵ نمره)

ی) میدان مغناطیسی ناشی از یک آهن‌ربای کوچک طبق رابطه‌ی زیر داده می‌شود.

$$B = \frac{\mu_.}{۲\pi}\frac{m}{z^۳}$$

که در آن به m قدرت مغناطیسی آهن‌ربا می‌گویند و z نیز فاصله از آهن‌ربا بر روی محوری است که از دو قطب آن می‌گذرد. فرض کنید سیستمی که در آن یک الکترون به دور یک پروتون می‌چرخد را بتوانیم شبیه یک آهن‌ربای کوچک در نظر بگیریم. قدرت مغناطیسی این آهن‌ربا m را محاسبه کنید. (۱ نمره)

ii) حال می‌خواهیم مدلی ساده از یک ماده‌ی دیامغناطیس را در نظر بگیریم. فرض کنید که مدار چرخش همه‌ی الکترون‌های این ماده در صفحه‌ی $x-y$ قرار دارد. زمانی که از سمت مثبت محور z به آن‌ها نگاه می‌کنیم، مشاهده می‌کنیم که دقیقن نیمی از آن‌ها در جهت ساعت‌گرد می‌چرخند و نیمِ دیگر در جهت پادساعت‌گرد.

د) قدرت مغناطیسی کل این ماده M را به شرطی که از N اتم تشکیل شده باشد، محاسبه کنید. (۱ نمره)

ظ) حال در مکان ماده‌ی دیامغناطیس یک میدان مغناطیسی خارجی به صورت $\vec{B}_. = B_.\hat{z}$ بوجود می‌آوریم. مقدار تغییر سرعت زاویه‌ای الکترون‌ها (هم آن‌هایی که ساعت‌گرد می‌چرخند و هم آن‌هایی که پادساعت‌گرد

می‌چرخند) $\Delta\omega$ را با فرض اینکه که شعاع چرخش آن‌ها تغییر نکند محاسبه کنید. در این قسمت می‌توانید فرض کنید که $\Delta\omega \ll \omega$. می‌باشد. (۱٫۵ نمره)

ر) حال فرض کنید که اندازه‌ی میدان مغناطیسی خارجی در مدت زمان Δt به صورت خطی افزایش پیدا کند. به صورتی که در $t = ۰$ اندازه‌ی آن برابر ۰ و در $t = \Delta t$ اندازه‌ی آن برابر B. می‌باشد. جهت آن را نیز همانند قسمت قبل در نظر بگیرید. مقدار emf القایی ناشی از حرکت الکترون $\mathscr{E}$ را بدست آورید. (۱٫۵ نمره)

ف) با فرض ثابت بودن شعاع چرخش الکترون، نشان دهید که انرژی جنبشی الکترون طبق رابطه‌ی $\Delta K = e\mathscr{E}$ تغییر می‌کند. (۱٫۵ نمره)

ط) تغییرات قدرت مغناطیسی کل ماده ΔM را در حضور میدان مغناطیسی محاسبه کنید. (۱ نمره)

راهنمایی: اندازه‌ی میدان مغناطیسی یک قطعه‌ی کوچک از سیمی به طول Δs که حامل جریان i است، در فاصله‌ی r از آن، طبق رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$$\Delta B = \frac{\mu_{۰} i}{۴\pi} \frac{\Delta s}{r^{۲}} \sin\theta$$

که در آن θ زاویه‌ی بین r و Δs می‌باشد. همچنین در کل مسئله از برهم‌کنش گرانشی بین ذرات چشم‌پوشی کنید.