

یادداشت جلسه هفتم – بازی‌های ترکیبیاتی

مطالب تدریس شده

توضیحاتی درباره‌ی بازی‌های ترکیبیاتی و منصفانه، ویژگی‌های این گونه از بازی‌ها

تعاریف اولیه درباره‌ی استراتژی برد، استراتژی نباختن، حالت برد، حالت باخت و روش حل سوال با استفاده از حالت برد و باخت، روش دزدین استراتژی و ...

پرسش‌ها

در بازی‌های صفر تا پنج، دو نفر به صورت نوبتی بازی را انجام می‌دهند و کسی که نتواند حرکتی را انجام دهد بازنده‌ی بازی است.

صفر) یک شکلات $n \times m$ داریم، در هر مرحله، هر فرد یک شکلات را برداشته و آنرا با استفاده از خطی موازی یکی از اضلاع شکلات می‌شکند، به طوری که دو شکلات با طول و عرض طبیعی حاصل شود. به ازای چه n, m هایی نفر اول برنده‌ی بازی و به ازای چه n, m های نفر دوم برنده‌ی بازیست؟

یک) یک میز به شکل دایره و تعداد نامحدودی بشقاب به شکل دایره داریم (شعاع بشقاب‌ها از شعاع میز کمتر است)، هر فرد در نوبت خود، یک بشقاب به روی میز می‌گذارد به طوری که کاملاً روی میز باشد و با دیگر بشقاب‌ها هم‌پوشانی نداشته باشد. کسی که نتواند حرکتی انجام دهد بازنده‌ی بازیست، چه کسی استراتژی برد دارد؟

دو) یک جدول $1 \times n$ داریم که یک سکه در چپ‌ترین خانه‌ی آن قرار گرفته است. هر فرد در نوبت خود سکه را یک یا دو واحد به سمت جلو می‌برد و کسی که نتواند حرکت کند بازنده‌ی بازیست، چه کسی برنده‌ی بازیست؟

سه) دو عدد حسابی a, b داریم، هر فرد در نوبت خود یکی از اعداد را انتخاب کرده و مقداری طبیعی از آن کم می‌کند، اما نمی‌تواند عدد را منفی کند، کسی که نتواند حرکتی کند بازنده‌ی بازیست. چه کسی استراتژی برد دارد؟

***چهار**) دو عدد حسابی a, b ($a \neq b$) داریم، هر فرد در نوبت خود یکی از اعداد را انتخاب کرده و مقداری طبیعی از آن کم می‌کند، اما نمی‌تواند عدد را منفی کند و همچنین دو عدد نمی‌توانند مساوی شوند، کسی که نتواند حرکتی کند بازنده‌ی بازیست. چه کسی استراتژی برد دارد؟

پنج) بازی شطرنج دوتایی یک بازی با قوانین بازی شطرنج معمولی است، با این تفاوت که هر کس در نوبت خود به جای یک حرکت، باید دقیقاً دو حرکت انجام دهد. ثابت کنید نفر اول استراتژی نباختن دارد.

مسئله‌ی شکلات سمی یک شکلات به اضلاع $n \times m$ داریم به طوری که گوشه‌ی 1×1 بالا سمت راست این شکلات سمی‌ست. دو نفر به صورت نوبتی روی این شکلات بازی می‌کنند به این صورت که هر فرد در نوبت خود، یک نقطه از شکلات را انتخاب کرده و همه‌ی شکلات‌های پایین و سمت چپ این نقطه را می‌خورد. (باید مختصات نقطه‌ی انتخاب شده حسابی باشد). هر کس بخش سمی شکلات را بخورد، بازنده‌ی بازی است.

شش در مسئله‌ی شکلات سمی به ازای شکلات‌های $n \times n$ ، چه کسی استراتژی برد دارد؟ استراتژی برد را بیان کنید.

هفت در مسئله‌ی شکلات سمی به ازای شکلات‌های $2 \times n$ ، چه کسی استراتژی برد دارد؟ استراتژی برد را بیان کنید.

هشت در مسئله‌ی شکلات سمی به ازای شکلات‌های $3 \times n$ ، چه کسی استراتژی برد دارد؟ استراتژی برد را بیان کنید.

نه در مسئله‌ی شکلات سمی به ازای شکلات‌های $2 \times \infty$ (شکل از سمت چپ نامتناهی است)، چه کسی استراتژی برد دارد؟ استراتژی برد را بیان کنید.

ده در مسئله‌ی شکلات سمی به ازای شکلات‌های $n \times m$ ، چه کسی استراتژی برد دارد؟ چرا؟

پ.ن ۱) مسئله‌های ستاره‌دار به دلیل کمبود وقت، در کلاس حل نشد و برای تمرین و یادگیری بیشتر داده شده‌اند.

پ.ن ۲) برای یادگیری بیشتر، کتاب بازی‌های منصفانه و قسمت بازی‌ها از کتاب [Olympiad Combinatorics](#) توصیه می‌شود.