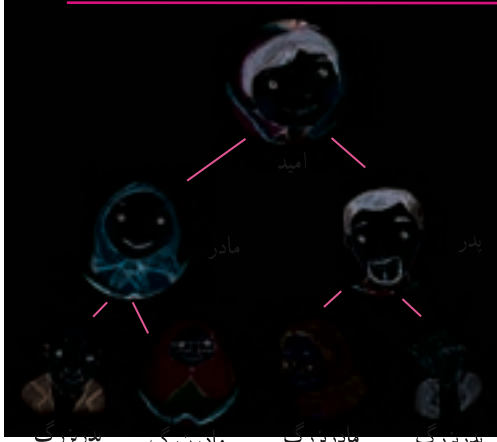


# تعریف توان



۱

۲

۱- امید می‌داند که نوهٔ چهار نفر است. این چهار نفر پدربزرگ‌ها و مادر بزرگ‌های امیدند. او می‌خواهد بداند که نتیجهٔ چند نفر است؟ (به فرزند نوه، نتیجه می‌گویند). امید برای پاسخ سؤال خود شکل مقابل را کشید.

الف) شکل را کامل کنید و با استفاده از آن بگویید که امید نتیجهٔ چند نفر است؟

ب) به نظر شما تعداد افرادی که امید نبیرهٔ آنها است، چند نفرند؟

(به فرزند نتیجه، نبیره می‌گویند.) ۱۶

ج) جدول مقابل را کامل کنید. برای محاسبهٔ تعداد، از ماشین حساب

نیز می‌توانید کمک بگیرید.

تعداد	روش محاسبه	بستگان امید
۲	۲	پدر و مادر
۴	$2 \times 2$	پدربزرگ و مادر بزرگ
۸	$2 \times 2 \times 2$	نسل سوم قبل از امید
۱۶	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	نسل چهارم قبل از امید
۳۲	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	نسل هفتم قبل از امید

۲- یک کاغذ را چند بار تا می‌زنیم و هر بار تعداد قسمت‌هایی را که کاغذ تقسیم شده است، می‌شماریم. چه الگویی در تعداد

قسمت‌ها می‌بینید؟



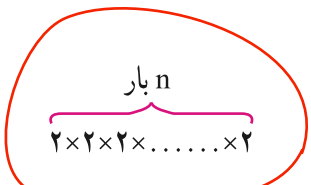
تعداد تا: ۰, ۱, ۲, ۳, ۴  
تعداد قسمت‌ها: ۱, ۲, ۲×۲, ۲×۲×۲, ۲×۲×۲×۲

اگر تا زدن را به همین ترتیب ادامه دهیم، در تای هشتم چند قسمت خواهیم داشت؟  $2^8 = 256 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

در تای دهم چند قسمت خواهیم داشت؟  $2^{10} = 1024$

در تای nام چند قسمت خواهیم داشت؟  $2^n$

چه راهی برای خلاصه کردن عبارت‌های بالا پیشنهاد می‌کنید؟



(با توجه به اینکه در عمل، تا کردن کاغذ تا چند مرحله بیشتر ممکن نخواهد بود، برای یافتن جواب‌ها از شکل‌های داده شده استفاده کنید.)

عبارتی مانند  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$  را در ریاضیات برای ساده‌تر شدن به صورت  $2^5$  می‌نویسیم و آن را چنین می‌خوانیم: ۲ به توان ۵.

در عبارت  $2^5$ ، ۲ را پایه و ۵ را توان می‌نامیم. درست شبیه همان کاری که در ساده کردن و خلاصه کردن جمع انجام می‌دادیم.

$(2+2+2+2+2 = 5 \times 2)$

جمع → تعداد جمع →

توان → تعداد توان

۱- جدول مقابل را کامل کنید.

عبارت	شکل ساده شده	خوانده می شود	حاصل
$7 \times 7$	$7^2$	هفت به توان ۲	۴۹
$7 + 7$	$2 \times 7$	دو به توان ۷	۱۴
$2/5 \times 2/5 \times 2/5$	$(2/5)^3$	—	۸/۱۲۵
$1 \times 1 \times 1$	$1^3$	—	۱
$1 + 1$	$2 \times 1$	دو به توان ۱	۲
$5/3 \times 5/3$	$(5/3)^2$	پنج به توان ۳	۲۵/۹

پس از آن عبارتهای زیر را به صورت ساده بنویسید.

$4 \times 4 \times 4 =$

$9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 =$

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$

$a \times a \times a =$

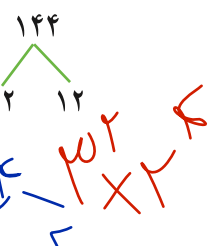
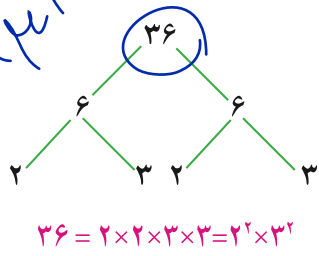
$b \times b =$

$4^3 = 4 \times 4 \times 4$

$9^5 = 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9$

۲- عددهای داده شده را مانند نمونه تجزیه کنید و به صورت عدد توان دار بنویسید.

$36 = 2^2 \times 3^2$



۳- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ در صورت امکان موارد نادرست را اصلاح کنید.

$4^2 = 64$   $\alpha$

$5^2 = 5 \times 2$   $\alpha$

$(2/3)^2 = 4/9$   $\alpha$

$9^2 = 18$   $\alpha$

$(1/3)^2 = 4/81$   $\alpha$

$3^2 = 9/5 = 25/5$   $\alpha$

$(3/4)^2 = 9/4$   $\alpha$

۴- تساویها را کامل کنید.

$a \times a \times a \times a = a^4$

$b^2 = b \times b \times b$

$(a/b)^2 = a/b \times a/b$

$\frac{a \times a \times a}{b} = \frac{a^3}{b}$

$x \times x = x^2$

$(y+x)(y+x) = (x+y)^2$

$(ab)^2 = abab = a^2b^2$

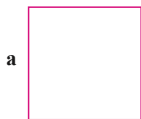
$\frac{x \times x \times x}{y \times y \times y \times y \times y} = \frac{x^3}{y^5}$

۵- در تکثیر یاخته ها، هر یاخته به ۲ یاخته تقسیم می شود. دوباره هر کدام از آن یاخته ها خودشان به ۲ یاخته تقسیم می شوند و این

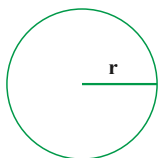
کار ادامه پیدا می کند. جدول زیر را کامل کنید و حاصل را به صورت عدد توان دار بنویسید.

مرحله تکثیر	۱	۲	۳	۴	...	بار n
تعداد یاخته	۲	$2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	...	$2 \times \dots \times 2$
به صورت توان دار	$2^1$	$2^2$	$2^3$	$2^4$	...	$2^n$

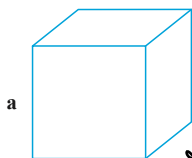
۱- با توجه به شکل های زیر مساحت و حجم های خواسته شده را با عبارات های توان دار جبری نمایش دهید.



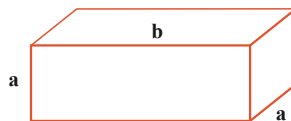
$$S = a \times a$$



$$S = \frac{3}{14} \times r \times r = \frac{3}{14} r^2$$



$$V = a \times a \times a = a^3$$



$$V = a \times a \times b = a^2 b$$

۲- جمله های کلامی زیر را به صورت عبارت جبری نشان دهید.

هر عدد به توان یک برابر خودش می شود:  $a^1 = a$

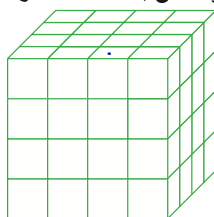
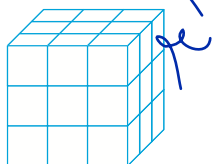
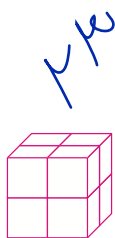
یک به توان هر عدد برابر یک می شود:  $a^0 = 1$

مجذور هر عدد؛ یعنی آن عدد به توان ۲:  $a^2$  = مجذور

مکعب یک عدد؛ یعنی آن عدد به توان ۳:  $x^3$  = مکعب

صفر به توان هر عدد به جز صفر برابر است با:  $b \neq 0 \Rightarrow b^0 = 1$

۳- تعداد مکعب های کوچک  $1 \times 1 \times 1$  را در هر شکل با یک عدد توان دار نشان دهید.



مکعب n تایی

۴- حاصل هر عبارت توان دار را به دست آورید.

$3^2 = 9$	$4^2 = 16$	$5^2 = 25$	$6^2 = 36$	$7^2 = 49$
$8^2 = 64$	$9^2 = 81$	$10^2 = 100$	$11^2 = 121$	$12^2 = 144$
مجذور دو = 4 $\frac{2^3}{5^2} = \frac{8}{25}$ $0.1^2 = 0.01$	مجذور یک = 1 $(\frac{3}{4})^3 = \frac{27}{64}$ $1/1^2 = 1$	مکعب دو = 8 $\frac{2^4}{7} = \frac{16}{7}$ $2/1^2 = 2$	مکعب یک = 1 $0.2^2 = 0.04$ $0.5^2 = 0.25$	

۵- مقدار عبارت  $3^n$  را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

n	1	2	3	4
$3^n$	$3^1 = 3$	$3^2 = 9$	$3^3 = 27$	$3^4 = 81$

32 16 8 4 2

۶- حاصل عددهای  $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$  را به دست آورید و به صورت نمودار ستونی در دفتر خود رسم کنید (باید واحد مناسبی)

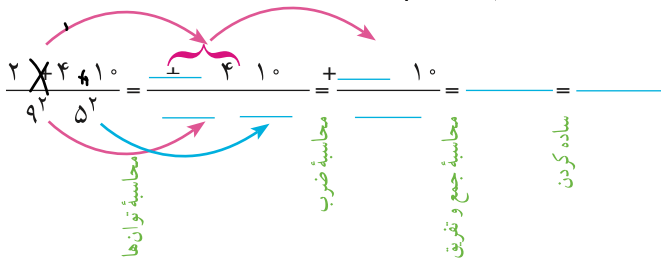
برای محور عمودی رسم کنید). در مورد شیوه رسم هر ستون توضیح دهید، آیا می توانید  $2^6$  یا  $2^7$  را در دفتر خود رسم کنید؟ چرا؟

۷- عدد  $111^2$  به طور تقریبی چند رقمی است؟ چرا؟

Handwritten calculations and diagrams for questions 6 and 7. For question 6, a vertical stack of squares is shown with heights 2, 4, 8, 16, 32. For question 7, a number line is shown with points at 100, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190, 200, and a point labeled  $111^2$  is marked between 120 and 130.

# محاسبه عبارت توان دار

ترتیب انجام عملیات را در دوره دبستان آموخته اید. با توجه به درس توان، ترتیب انجام دادن عملیات مختلف ریاضی به صورت  
 (۱) پراتز (۲) توان (۳) ضرب و تقسیم (۴) جمع و تفریق انجام می شود.  
 با کامل کردن مراحل محاسبه عبارت و همچنین ترتیب انجام عملیات و نحوه نوشتن راه حل توجه کنید.



محاسبه های بعدی را کامل کنید.

$$2 \times 3^2 - (2^2 + 2) = 2 \times 9 - (4 + 2) = 18 - 6 = 12$$

$$\frac{10 \div (1+6) - 9 \div 4 + 10}{25 + 35} = \frac{10 \div 7 - 9 \div 4 + 10}{60} = \frac{1.428 - 2.25 + 10}{60} = \frac{9.178}{60} = 1.529$$

$$\frac{11}{220}$$

۱- حاصل عبارت ها را به دست آورید.

$$\frac{49}{10}$$

$$\frac{910 - 14}{100}$$

$$2^5 + 3^2 = 32 + 9 = 41$$

$$2^5 \times 3^2 = 32 \times 9 = 288$$

$$2^5 - 3^2 = 32 - 9 = 23$$

$$2^5 \div 8 = 32 \div 8 = 4$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{8} = \frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{2+3}{8} = \frac{5}{8}$$

$$5^2 - 5 \times 2 = 25 - 10 = 15$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{25}{4} = 6.25$$

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$2^4 - 3^2 + 1^5 = 16 - 9 + 1 = 7$$

$$5^1 + 1^5 + 0^5 = 5 + 1 + 0 = 6$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ دلیل خود را توضیح دهید.

$$(3+2)^2 = 2^2 + 3^2 \quad \alpha$$

$$(4 \times 3)^2 = 3^2 \times 4^2 \quad \checkmark$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} \quad \alpha$$

$$5 \times 6^2 = (6 \times 5)^2 \quad \alpha$$

$$(6 \times 5)^2 = 6^2 \times 5^2 \quad \checkmark$$

$$2^2 \times 5^2 = (2 \times 5)^2 \quad \alpha$$

$$2^2 \times 2^2 = 2^4 \quad \checkmark$$

۳- روش محاسبه را توضیح دهید.

$$2^8 + 8^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 + 8 \times 8 = (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2) + (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) = 16 \times 16 + 8 \times 8 = 256 + 64 = 320$$

۱- مانند نمونه عبارتهای توان دار را حساب کنید.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 =$$

$$(-2)^3 = 19$$

$$\underline{(-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4}$$

$$\underline{(-2)^5 = -32}$$

$$\underline{(-2)^3 = -8}$$

$$\underline{(-2)^6 = 64}$$

با توجه به توانها و حاصل عبارتهای چه نتیجه ای می گیرید؟  
۲- عبارتهای زیر را حساب کنید.

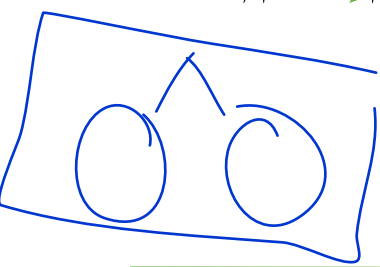
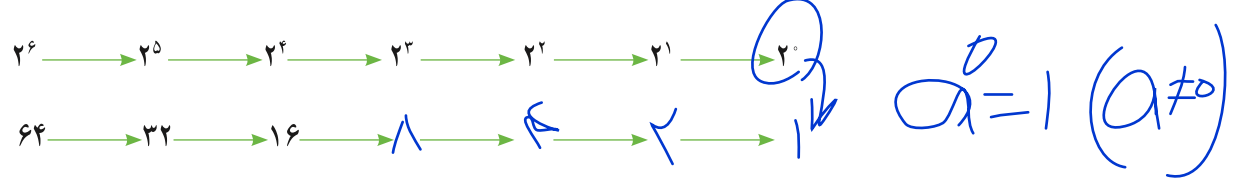
$$-2^3 = -2 \times 2 \times 2 = -8$$

$$(-2)^3 = -8$$

$$-2^4 = -16$$

$$(-2)^4 = 16$$

۳- الگوی عددی زیر را کامل کنید.



ارتباط بین عددهای توان دار و حاصل آنها را توضیح دهید.  
به نظر شما در جای خالی چه عددی باید نوشت؟

۱- حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$-3^2 = -9$$

$$(-5)^2 = 25$$

$$-1^5 = -1$$

$$(-1)^0 = -1$$

$$(-1)^4 = 1$$

$$-1^7 = -1$$

$$7^0 = 1$$

$$\left(\frac{2}{7}\right)^0 = 1$$

$$(-9)^0 = 1$$

$$5^0 + 1/1^0 = 5 + 1 = 6$$

$$4 + 2^0 = 4 + 1 = 5$$

$$-1^5 = -1$$

$$2^3 = 8$$

$$(-2)^3 = -8$$

$$5^0 = 1$$

۲- در جای خالی علامت < یا = یا > بگذارید.

