

لازم است بدانید

این فایل متن سوالات ریاضی کنکور سراسری سال ۹۸، رشته علوم تجربی است. سوالات ۱۲۶ تا ۱۴۰ در فیلم بخش اول تست‌های ریاضی تجربی ۹۸ و ۱۴۱ تا ۱۵۵ در فیلم بخش دوم تست‌های ریاضی تجربی ۹۸ به طور تفصیلی توضیح داده شده است.

در فایلی که مشاهده می‌فرمایید ابتدا سوالات کنکور به همان صورتی که در جلسه کنکور ارائه شده (بدون جواب) آورده شده است تا خود را پس از دیدن فیلم محک بزنید. سپس در ادامه پاسخ‌های تشریحی سوالات آورده شده است. پاسخی که در این فایل متنی مشاهده می‌فرمایید همان متنی است که در طول فیلم توسط من نوشته شده است، بنابراین دیدن این پاسخ‌ها تداعی همان فیلم می‌شود و موجب ماندگاری بیشتر راه‌حل‌ها در ذهن خواهد شد.

توصیه می‌شود چنانچه در مواردی پاسخ نوشته شده برای تان مفهوم نیست، با دیدن فیلم مربوطه حل تست (بخش اول یا دوم) روش حل را کاملا درک کنید.

اهمیت تسلط بر تست‌های کنکور سراسری - به عنوان رقابتی که برای سنجیدن عمق یادگیری و تسلط افراد است، من را بر آن داشت که در صفحه **اصل مطلب** به تست‌های کنکور سراسری بپردازم و اینچنین با دقت و تفصیل به تکتک تست‌ها و وقتی مناسب برای توضیح اختصاصی دهم. هر سوال کنکور سراسری آنچنان دقیق طراحی شده است که پرداختن اینچنینی به آن را می‌طلبد.

دانش آموزان رشته ریاضی و فیزیک با توجه به اینکه تمامی مطالب ریاضی رشته علوم تجربی را در کتاب‌های خود دارند، دیدن این فیلم برای آنها بسیار مفید است.

چنانچه در مباحث اشکال داشتید، از آنجایی که آموزش تمامی مباحث بر اساس فصل‌های کتاب درسی پایه مربوطه با تمرین‌های متعدد در سایت فیلم آموزشی ریاضی و فیزیک ارائه شده است، می‌توانید به سایت مراجعه فرمائید و آموزش مربوطه را دانلود فرمائید.

در پایان توصیه می‌کنم:

فیلم‌ها را دانلود کنید و سرفرصت مشاهده فرمائید. برای اینکه کیفیت اصلی فیلم‌ها را داشته باشید از لینک‌های تلگرام، پیکوفایل یا گوگل درایو که در زیر لینک آپارات برای هر فیلم وجود دارد می‌توانید استفاده کنید.

حتما با آرامش و با حوصله فیلم‌ها را ببینید. ریاضی را با آرامش و با صبر می‌توان یاد گرفت. بنابراین سعی کنید یک‌بار وقت بگذارید و هر محبت را کاملا مفهومی یاد بگیرید، به جای اینکه هر بار سطحی و گذرا از آن عبور کنید.

هر تست کنکور سراسری، نه تنها یک مساله، بلکه ترکیبی از چند مفهوم است که در هم پیچیده شده و در قالب یک سوال طرح شده است، بنابراین لازم است قبل از اینکه به تست‌های کنکور بپردازید، مفاهیم کتاب درسی، تمرین‌ها، مثال‌ها و هر آنچه مربوط به یادگیری در حد کتاب درسی است را کاملا مسلط باشید. به این منظور جز فیلم‌های آموزشی، فیلم‌های تمرینات تکمیلی که برای آمادگی آزمون‌ها مناسب است در صفحه پایه مربوطه سایت قرار داده شده است.

برای استفاده موثرتر از فیلم‌های تمرین (یا همین فیلم تست کنکور) سعی کنید تمرین به تمرین پیش بروید. (برخلاف فیلم‌های آموزشی ریاضی که یک بار از ابتدا تا انتها می‌بینید و بعد تمرین به تمرین پیش می‌روید) و تا تمرین (یا تست) را کاملا فرا نگرفتید به سراغ تمرین (یا تست) بعدی نروید. برای اینکه مطمئن شوید که آن سوال را کاملا یاد گرفتید، لازم است از خود همان زمان امتحان بگیرید. یعنی سوال را یادداشت کنید و ببینید درست مانند آنچه در فیلم دیدید، می‌توانید مساله را حل کنید. اگر اشکالی داشتید حتما باید مجدداً به مرور فیلم بپردازید و مجدداً امتحان بگیرید. این تکرار را به حساب وقت تلف‌شدن نگذارید، بسیاری از اتفاقات خوب در این روش یادگیری برای شما رقم خواهد خورد که حتی از یادگیری خود سوال مهم‌تر است، یکی از آنها تجربه زندگی درست و با صبر است.

آدرس سایت فیلم آموزشی ریاضی و فیزیک که فیلم‌ها در آن قرار دارد و به صورت منظم دسته‌بندی شده است:

۱۲۶- اگر $\frac{3\pi}{2} < x < \pi$ باشد، حاصل $(2\sin^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 x)\sqrt{1 + \tan^2 x}$ ، کدام است؟

- (۱) $\sin x$ (۲) $\cos x$ (۳) $-\sin x$ (۴) $-\cos x$

۱۲۷- سرعت یک قایق موتوری، در آب راکد ۱۰۰ متر در دقیقه است. این قایق فاصله ۱۲۰۰ متری در رودخانه را رفته و برگشته است. اختلاف زمان رفت و برگشت ۵ دقیقه است. سرعت آب رودخانه، چند متر در دقیقه است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

۱۲۸- مجموعه جواب نامعادله $3 < \frac{2x-3}{x+1} < 1$ ، به کدام صورت است؟

- (۱) $R - [-6, 4]$ (۲) $R - [-4, 6]$ (۳) $x > 4$ (۴) $x < -6$

۱۲۹- گل فروشی از ۸ نوع گل مختلف، به چند طریق، می‌تواند دسته گل‌های متمایز درست کند، به طوری که در هر دسته ۴ یا ۵ یا ۶ شاخه مختلف، موجود باشد؟

- (۱) ۱۲۶ (۲) ۱۴۰ (۳) ۱۵۴ (۴) ۱۶۸

۱۳۰- اگر $2 = 3a + \sqrt{2a^2 + 4a}$ باشد، عدد $\frac{a+1}{a}$ ، کدام است؟

- (۱) $1/5$ (۲) $2/5$ (۳) $3/5$ (۴) $4/5$

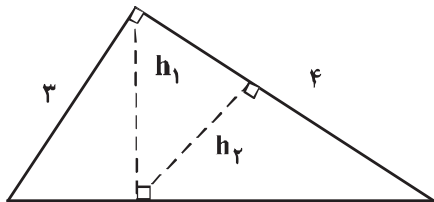
۱۳۱- در یک دوزنقه، پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق را بهم وصل کند، مساحت آن را به نسبت‌های ۱ و ۲ تقسیم می‌کند. نسبت قاعده‌های آن دوزنقه، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۱۳۲- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، اضلاع قائم $AB = 3\sqrt{5}$ و $AC = 6$ ارتفاع AH و میانه AM رسم شده است. مساحت مثلث ABC ، چند برابر مساحت مثلث AMH است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۱۸

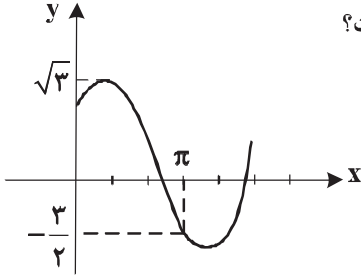
۱۳۳- در شکل زیر، h_1 و h_2 ارتفاع‌های دو مثلث قائم‌الزاویه هستند. نسبت $\frac{h_2}{h_1}$ ، کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۱۳۴- حاصل عبارت $\sin\left(\frac{17\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{-17\pi}{6}\right) + \tan\left(\frac{19\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{-11\pi}{6}\right)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

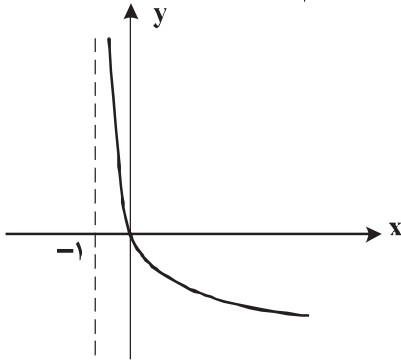


۱۳۵- شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ است. b کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) 2

۱۳۶- اگر $2x-1 = \left(\frac{125}{8}\right)^{x^2}$ باشد، $\log_8(9x+1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$



۱۳۷- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = \log_p U(x)$ است. $U(x)$ کدام است؟

- (۱) $x+1$ (۲) $(x+1)^{-1}$ (۳) $x-1$ (۴) $1-x$

۱۳۸- به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{8+x^3}{|x+2|} & ; x \neq -2 \\ a & ; x = -2 \end{cases}$ در نقطه $x = -2$ ، فقط از چپ پیوسته است؟

- (۱) -12 (۲) -6 (۳) 6 (۴) 12

۱۳۹- احتمال موفقیت فردی، در آزمون اول $\frac{7}{10}$ و در آزمون دوم $\frac{6}{10}$ است. اگر این فرد در آزمون اول موفق شود، احتمال

موفقیت وی در آزمون دوم $\frac{8}{10}$ است. با کدام احتمال، لااقل در یکی از این دو آزمون، موفق می‌شود؟

- (۱) $\frac{74}{100}$ (۲) $\frac{76}{100}$ (۳) $\frac{82}{100}$ (۴) $\frac{84}{100}$

۱۴۰- در یک کارگاه، دو گروه مشغول کار هستند، میانگین نمرات مسئولیت پذیری و واریانس در گروه اول به ترتیب ۸۰ و

۲۵ و در گروه دوم ۷۲ و ۱۶ می باشد. کدام گروه بهتر است؟

(۱) گروه اول (۲) گروه دوم (۳) یکسان (۴) اظهار نظر نمی توان کرد.

۱۴۱- تابع با ضابطه $f(x) = |x+2| + |x-1|$ ، در کدام بازه، اکیداً نزولی است؟

(۱) $(-\infty, -2)$ (۲) $(-\infty, 1)$ (۳) $(-2, 1)$ (۴) $(1, +\infty)$

۱۴۲- مجموع جواب های معادله مثلثاتی $4 \sin x \sin\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) = 1$ ، در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{5\pi}{2}$ (۲) 3π (۳) 4π (۴) 5π

۱۴۳- حد عبارت $\frac{x^2 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt{x}}$ ، وقتی $x \rightarrow -8$ ، کدام است؟

(۱) -۲۴ (۲) -۱۸ (۳) -۱۲ (۴) -۶

۱۴۴- در مورد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + |x|}$ ، کدام بیان، درست است؟

(۱) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$ (۲) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$
 (۳) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ (۴) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$

۱۴۵- اگر $f(x) = 2x + \sqrt{4x^2 + x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، کدام است؟

(۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) صفر

۱۴۶- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x}}{5 - 2x}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{7}{12}$ (۴) $\frac{5}{6}$

۱۴۷- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & ; x \geq 2 \\ -x^2 + ax + b & ; x < 2 \end{cases}$ ، روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است. b کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۴۸- اگر $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ و $(f \circ g)'(2) = 6$ باشد، $f'(5)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۴۹- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x}$ ، اختلاف آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x = 2$ ، از آهنگ تغییر متوسط در بازه $[1, 4]$ ،

کدام است؟

- (۱) $0,25$ (۲) $0,5$ (۳) $0,45$ (۴) $0,75$

۱۵۰- در تابع با ضابطه $f(x) = x|x-4|$ ، فاصله دو نقطه ماکسیمم نسبی و می‌نیمم نسبی آن، کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{5}$

۱۵۱- بیشترین مساحت مستطیلی که دو ضلع آن بر روی محورهای مختصات و رأس چهارم آن، بر روی منحنی به معادله

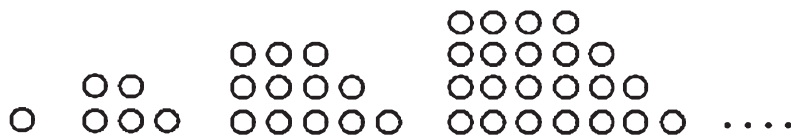
$y = \sqrt{12-x}$ ، در ناحیه اول واقع شود، کدام است؟

- (۱) $8\sqrt{2}$ (۲) $8\sqrt{3}$ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۱۵۲- در یک بیضی به کانون‌های $(2, -1)$ و $(2, 7)$ ، اندازه قطر کوچک ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی، کدام است؟

- (۱) $0,6$ (۲) $0,64$ (۳) $0,75$ (۴) $0,8$

۱۵۳- در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها، در شکل نهم، کدام است؟



(۱) ۱۱۷

(۲) ۱۲۰

(۳) ۱۲۳

(۴) ۱۲۵

۱۵۴- اگر $f(x) = x^2 - 2x - 3$ ؛ $x \geq 1$ باشد، نمودارهای دو تابع f^{-1} و $g(x) = \frac{x-9}{2}$ با کدام طول، متقاطع هستند؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۸ (۴) ۲۱

۱۵۵- در جعبه‌ای ۵ مهره سفید و ۶ مهره سیاه است. ابتدا یک مهره را بدون رویت خارج می‌کنیم. سپس از بین بقیه

مهره‌ها، ۲ مهره بیرون می‌کشیم. با کدام احتمال هر دو مهره اخیر، سفید است؟

- (۱) $\frac{1}{11}$ (۲) $\frac{2}{11}$ (۳) $\frac{4}{11}$ (۴) $\frac{5}{22}$

۱۲۶- اگر $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ باشد، حاصل $\sqrt{1 + \tan^2 x} (2 \sin^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 x)$ کدام است؟

-cos x (۴)

-sin x (۳)

cos x (۲)

sin x (۱)

روش اول: جایگذاری $x = \frac{4\pi}{3}$

$$\sqrt{1 + \tan^2(\frac{4\pi}{3})} \cdot (2 \sin^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 \frac{4\pi}{3})$$

$$\tan \frac{4\pi}{3} = \tan(\pi + \frac{\pi}{3}) = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

$$\sin \frac{4\pi}{3} = \sin(\pi + \frac{\pi}{3}) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sqrt{1 + (\sqrt{3})^2} \cdot (2 \sin^2 \frac{\pi}{4} - (-\frac{\sqrt{3}}{2})^2) = 2 \cdot (2 \cdot \frac{1}{4} - \frac{3}{4}) = 2(1 - \frac{3}{4}) = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

از میان گزینه‌ها تنها $(- \cos \frac{4\pi}{3})$ گزینه (۴) برابر $\frac{1}{2}$ است.

روش دوم: ساده کردن عبارت مثلثاتی

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sqrt{1 + \tan^2 x} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} \rightarrow \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} = \left| \frac{1}{\cos x} \right| = -\frac{1}{\cos x}$$

$\pi < x < \frac{3\pi}{2}$

$$\rightarrow -\frac{1}{\cos x} \cdot (2 \cdot \frac{1}{4} - \sin^2 x)$$

$$= -\frac{1}{\cos x} (\cos^2 x) = -\cos x$$

گزینه (۴)

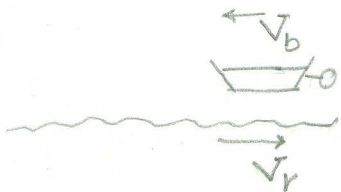
۱۲۷- سرعت یک قایق موتوری، در آب راکد ۱۰۰ متر در دقیقه است. این قایق فاصله ۱۲۰۰ متری در رودخانه را رفته و برگشته است. اختلاف زمان رفت و برگشت ۵ دقیقه است. سرعت آب رودخانه، چند متر در دقیقه است؟

۲۵ (۴)

۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)



$V_{\text{قایق}} = V_b = 100$ متر در دقیقه

$V_{\text{رودخانه}} = V_r = ?$

رفت: $(V_b - V_r) t_{\text{رفت}} = 1200 \rightarrow t_{\text{رفت}} = \frac{1200}{V_b - V_r}$

برگشت: $(V_b + V_r) t_{\text{برگشت}} = 1200 \rightarrow t_{\text{برگشت}} = \frac{1200}{V_b + V_r}$

$t_r - t_f = 5$

$$\frac{1200}{V_b - V_r} - \frac{1200}{V_b + V_r} = 5 \rightarrow \frac{1200}{100 - V_r} - \frac{1200}{100 + V_r} = 5 \quad (1)$$

با امتحان کردن گزینه‌ها به $V_r = 20$ (گزینه (۳)) می‌رسیم.

اگر بخواهیم می‌توانیم به روش (۱) راه حل کنیم.

$$\frac{1200 \cdot 100 + 1200 V_r - 1200 \cdot 100 + 1200 V_r}{100^2 - V_r^2} = 5 \rightarrow 2400 V_r = 50000 - 5 V_r^2$$

$$5 V_r^2 + 2400 V_r - 50000 = 0$$

$$V_r^2 + 480 V_r - 10000 = 0$$

$$(V_r - 20)(V_r + 500) = 0$$

$V_r = 20$ قابل قبول

گزینه (۳)

۱۲۸- مجموعه جواب نامعادله $1 < \frac{2x-3}{x+1} < 3$ به کدام صورت است؟

$x < -6$ (۴)

$x > 4$ (۳)

$R - [-4, 6]$ (۲)

$R - [-6, 4]$ (۱)

$$1 < \frac{2x-3}{x+1} \rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 1 > 0 \rightarrow \frac{2x-3-x-1}{x+1} > 0 \rightarrow \frac{x-4}{x+1} > 0 \quad (1)$$

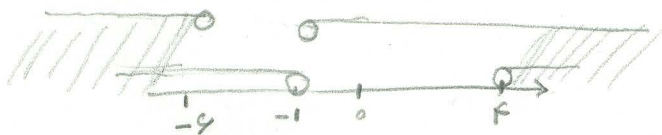
$$\frac{2x-3}{x+1} < 3 \rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 3 < 0 \rightarrow \frac{2x-3-3x-3}{x+1} < 0 \rightarrow \frac{-x-6}{x+1} < 0 \quad (2)$$

(1)

		-1		4	
x+1	-	0	+		+
x-4	-		-	0	+
	+	0	-	0	+

(2)

x		-6		-1	
-x-6	+	0	-		-
x+1	-		-	0	+
	-		+		-



$$x > 4 \rightarrow R - [-6, 4]$$

$$x < -6$$

گزینه (۱)

۱۲۹- گل فروشی از ۸ نوع گل مختلف، به چند طریق، می تواند دسته گل های متمایز درست کند، به طوری که در هر دسته

۴ یا ۵ یا ۶ شاخه مختلف، موجود باشد؟

۱۶۸ (۴)

۱۵۴ (۳)

۱۴۰ (۲)

۱۲۶ (۱)

گزینه (۳)

$$\binom{8}{4} + \binom{8}{5} + \binom{8}{6} = V_0 + 56 + 28 = 154$$

$$\frac{\binom{8}{4}}{\binom{8}{4} \cdot \binom{8}{4}} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 4!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 4} = V_0$$

$$\binom{8}{5} = \frac{\binom{8}{5}}{\binom{8}{5} \cdot \binom{8}{5}} = \frac{8 \times 7 \times 6}{5} = 56$$

$$\binom{8}{6} = \frac{\binom{8}{6}}{\binom{8}{6} \cdot \binom{8}{6}} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

۱۳۰- اگر $2a + \sqrt{2a^2 + fa} = 2$ باشد، عدد $\frac{a+1}{a}$ کدام است؟

۴/۵ (۴)

۳/۵ (۳)

۲/۵ (۲)

۱/۵ (۱)

$$2a + \sqrt{2a^2 + fa} = 2$$

$$\sqrt{2a^2 + fa} = 2 - 2a$$

$$2a^2 + fa = 4 - 4a$$

$$2a^2 - 4a + 4 = 0$$

$$\Delta = 16 - 4 \times 2 \times 4 = 16 - 16 = 0$$

$$a = \frac{-(-4) \pm \sqrt{0}}{4} = \frac{4 \pm 0}{4} = 1$$

$$\frac{\frac{2}{5} + 1}{\frac{2}{5}} = \frac{\frac{7}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{7}{2} = 3.5$$

گزینه (۴)

۱۳۱- در یک دوزنقه، پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق را به هم وصل کند، مساحت آن را به نسبت‌های ۱ و ۲ تقسیم می‌کند.

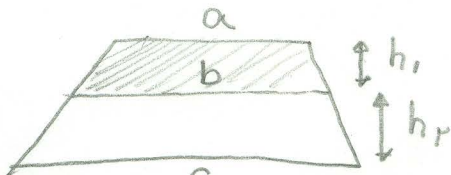
نسبت قاعده‌های آن دوزنقه، کدام است؟

۲/۵ (۴)

۱/۴ (۳)

۱/۵ (۲)

۱/۶ (۱)



$$\frac{S_1}{S} = \frac{\frac{(a+b)h_1}{r}}{\frac{(a+c)h}{r}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{(a+b)h_1}{r} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{(a+b)}{r(a+c)} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\frac{1}{r}(a+b) \frac{h}{r}}{\frac{1}{r}(b+c) \frac{h}{r}} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{a+b}{b+c} = \frac{1}{3} \rightarrow 3a + 3b = b + c \rightarrow \boxed{b = c - 2a} \rightarrow \textcircled{1}$$

$$\frac{a+c-2a}{ra+rc} = \frac{1}{3} \rightarrow 3c - 2a = ra + rc \rightarrow c = 5a$$

$$\rightarrow \frac{c}{a} = 5$$

$$\frac{a}{c} = \frac{1}{5}$$

گزینه (۲)

۱۳۲- در مثلث قائم الزاویه ABC، اضلاع قائم $AB = 3\sqrt{5}$ و $AC = 6$ ارتفاع AH و میانه AM رسم شده است.

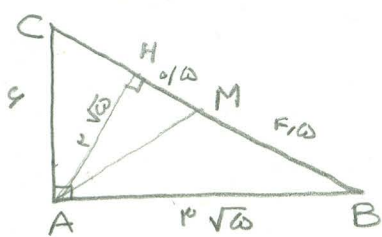
مساحت مثلث ABC، چند برابر مساحت مثلث AMH است؟

۱۸ (۴)

۱۵ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)



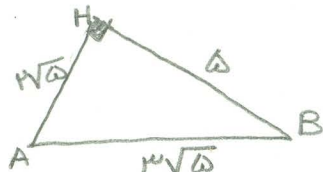
$$BC^2 = 6^2 + (3\sqrt{5})^2$$

$$BC^2 = 36 + 45 \rightarrow BC = \sqrt{81} = 9$$

$$\frac{AH \times BC}{2} = \frac{AC \times AB}{2}$$

$$\frac{AH \times 9}{2} = \frac{6 \times 3\sqrt{5}}{2} \rightarrow AH = \frac{18\sqrt{5}}{9} = 2\sqrt{5}$$

$$BH = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{5})^2} = \sqrt{45 - 20} = 5$$

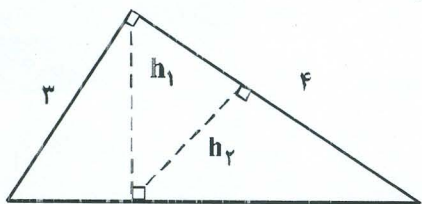


$$\frac{S_{ABC}}{S_{AHM}} = \frac{6 \times 3\sqrt{5}}{\frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 5} = 18$$

$$S_{AHM} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 5 = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

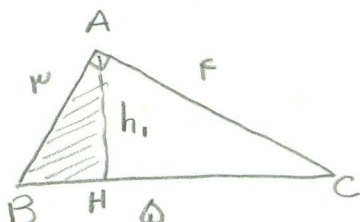
گزینه (۴)

۱۳۳- در شکل زیر، h_1 و h_2 ارتفاع‌های دو مثلث قائم الزاویه هستند. نسبت $\frac{h_2}{h_1}$ ، کدام است؟



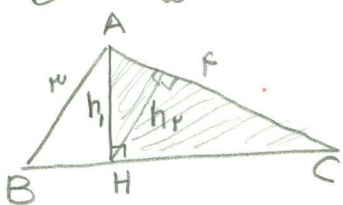
$\frac{4}{5}$ (۲)
 $\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{3}{5}$ (۱)
 $\frac{2}{3}$ (۳)



$$\frac{AH}{AC} = \frac{AB}{BC} \rightarrow \frac{h_1}{4} = \frac{3}{5}$$

$$h_1 = \frac{12}{5}$$



$$\frac{h_2}{AH} = \frac{HC}{AC}$$

$$HC = \sqrt{16 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{8}{5}$$

$$\frac{h_1}{AB} = \frac{HC}{AC} \rightarrow \frac{h_1}{3} = \frac{8}{5}$$

$$\frac{12}{5} = \frac{HC}{4} \rightarrow HC = \frac{16}{5}$$

$$h_2 \times 4 = \frac{12}{5} \times \frac{16}{5} \rightarrow h_2 = \frac{48}{25}$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\frac{48}{25}}{\frac{12}{5}} = \frac{4}{5}$$

گزینه (۲)

۱۳۴ - حاصل عبارت $\sin(\frac{17\pi}{3})\cos(\frac{-17\pi}{6}) + \tan(\frac{19\pi}{4})\sin(\frac{-11\pi}{6})$ کدام است؟

- $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۱)

$$\square \sin(\frac{17\pi}{3}) = \sin(\frac{17\pi}{3}) = \sin(5\pi + \frac{2\pi}{3}) = \sin(\pi + \frac{2\pi}{3}) = -\sin(\frac{2\pi}{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\square \cos(\frac{17\pi}{6}) = \cos(\frac{17\pi}{6}) = \cos(2\pi + \frac{5\pi}{6}) = \cos(\frac{5\pi}{6}) = \cos(\pi - \frac{\pi}{6}) = -\cos(\frac{\pi}{6}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

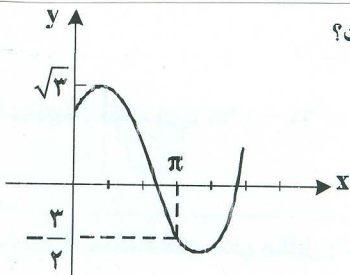
$$\square \tan(\frac{19\pi}{4}) = \tan(\frac{19\pi}{4}) = \tan(\pi - \frac{\pi}{4}) = -\tan(\frac{\pi}{4}) = -1$$

$$\square \sin(-\frac{11\pi}{6}) = -\sin(\frac{11\pi}{6}) = -\sin(2\pi - \frac{\pi}{6}) = -\sin(\frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} \times -\frac{\sqrt{3}}{2} + (-1) \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

گزینه (۳)

۱۳۵ - شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b\sin(x + \frac{\pi}{3})$ است. کدام است b؟



- $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱) $\frac{3}{2}$ (۲)
 $\sqrt{3}$ (۳) 2 (۴)

$$f(\pi) = -\frac{3}{2}$$

$$\sin(\pi + \frac{\pi}{3}) = -\sin(\frac{\pi}{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$y = a + b\sin(\pi + \frac{\pi}{3})$$

$$-\frac{3}{2} = a + b\sin(\frac{4\pi}{3})$$

$$\begin{cases} -\frac{3}{2} = a + b\sin(\frac{4\pi}{3}) \\ \sqrt{3} = a + b \end{cases}$$

استخراج تابع وقتی $\sin = 1$ $y = a + b$

$$-\frac{3}{2} = a - b\frac{\sqrt{3}}{2}$$

مثبت (با توجه به شکل نمودار) که قرینه نسبت به محور x است

$$-\frac{3}{2} = \sqrt{3} - b - \frac{b\sqrt{3}}{2}$$

$$-3 = 2\sqrt{3} - 2b - b\sqrt{3}$$

$$2b + b\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 3 \rightarrow b(2 + \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} + 3$$

$$b = \frac{2\sqrt{3} + 3}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{4 - 2\sqrt{3} + 6 - 3\sqrt{3}}{4 - 3} = 10 - 5\sqrt{3}$$

گزینه (۳) $b = \sqrt{3}$

۱۳۶- اگر $(\frac{5}{4})^{2x-1} = (\frac{125}{8})^{x^2}$ باشد، $\log_8(9x+1)$ کدام است؟

$\frac{2}{4}$ (۴)

$\frac{4}{2}$ (۳)

$\frac{2}{4}$ (۲)

$\frac{2}{2}$ (۱)

$(\frac{5}{4})^{2x-1} = (\frac{125}{8})^{x^2}$

$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

$\log_8(9x + \frac{1}{4}) = \log_8 8$

$(\frac{2}{5})^{2x-1} = ((\frac{5}{2})^3)^{x^2}$

$\frac{125}{8} = (\frac{5}{2})^3$

$= \frac{\log 8^r}{\log 8^r} = \frac{r}{r}$

$(\frac{2}{5})^{2x-1} = (\frac{5}{2})^{3x^2}$

$(\frac{2}{5}) = (\frac{5}{2})^{-1}$

$\log_{\frac{2}{5}} \frac{2}{5} = \frac{1}{3} \log_{\frac{2}{5}} \frac{2}{5} = \frac{1}{3}$

گزینہ (۱)

$((\frac{5}{2})^{-1})^{2x-1} = (\frac{5}{2})^{3x^2}$

$(\frac{5}{2})^{-2x+1} = (\frac{5}{2})^{3x^2}$

$-2x+1 = 3x^2$

$x = \frac{-2 \pm 4}{6}$

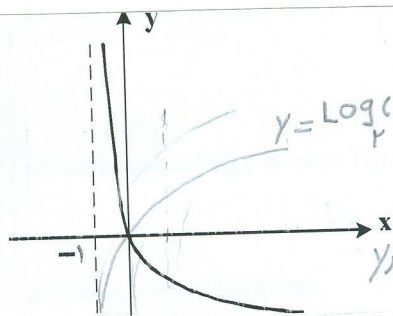
خفاق $x = -1$

خفاق $x = \frac{1}{3}$

$3x^2 + 2x - 1 = 0$

$\Delta = 4 - 4 \times 3 \times (-1) = 16$

۱۳۷- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = \log_p U(x)$ است. $U(x)$ کدام است؟



$y = \log_p(x+1)$

$y = \log_p(x+1)^{-1}$

$y = -\log_p(x+1)$

قرینه نمودار $y = \log_p(x+1)$ نسبت به محور y

$x+1$ (۱)

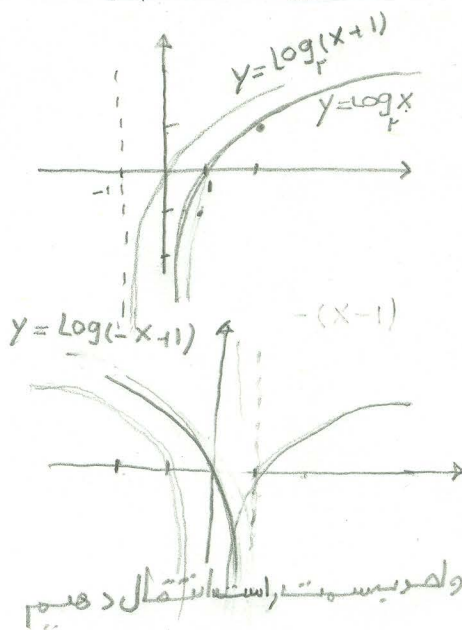
$(x+1)^{-1}$ (۲)

$x-1$ (۳)

$1-x$ (۴)

روش دوم: از طریق نقطه یابی

(۰، ۰) باید باشد. $x > -1$ دامنه



$y = \log_p x$

$x=1 \rightarrow y = \log_p 1 \rightarrow y=0$

$x=2 \rightarrow y = \log_p 2 \rightarrow y=1$ (۲، ۱)

$x = \frac{1}{2} \rightarrow y = \log_p \frac{1}{2} \rightarrow y = \log_p 2^{-1} = -1$ ($\frac{1}{2}$ ، -۱)

$y = \log_p(x+1)$

$y = \log_p x$ نمودار

$y = \log_p x$

گراف و نمودار نسبت به محور y متقل می‌شود

گزینه (۳) نیز گراف و نمودار راست متقل می‌شود

گزینه (۴) نسبت به محور y باید $\log_p x$ را قرینه کنیم و گراف و نمودار راست متقل می‌شود

$y = \log(x+1)^{-1}$

۱۳۸- به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{\Delta + x^3}{|x+2|} & ; x \neq -2 \\ a & ; x = -2 \end{cases}$ در نقطه $x = -2$ ، فقط از چپ پیوسته است؟

۱۲ (۴)

۶ (۳)

-۶ (۲)

-۱۲ (۱)

شرط پیوستگی
از چپ

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = f(-2) \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{\Delta + x^3}{|x+2|} = \frac{0}{0}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{\Delta + x^3}{-(x+2)} &= \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{(x+2)(x^2 - 2x + x^2)}{-(x+2)} = - \lim_{x \rightarrow -2^-} (x - 2x + x^2) \\ &= -(x - 2x - 2 + (-2)^2) = -(x + x + f) = -12 \rightarrow \boxed{a = -12} \end{aligned}$$

گزینه (۱)

روش دوم: (استفاده از قاعده هسپتال)

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0} \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{\Delta + x^3}{-(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3x^2}{-1} = \frac{3x(-2)^2}{-1} = -12$$

۱۳۹- احتمال موفقیت فردی، در آزمون اول $\frac{7}{10}$ و در آزمون دوم $\frac{6}{10}$ است. اگر این فرد در آزمون اول موفق شود، احتمال موفقیت وی در آزمون دوم $\frac{8}{10}$ است. با کدام احتمال، لااقل در یکی از این دو آزمون، موفق می‌شود؟

۰٫۸۴ (۴)

۰٫۸۲ (۳)

۰٫۷۶ (۲)

۰٫۷۴ (۱)

در آزمون اول موفق
شود

یا در آزمون اول
موفق نشود

$$\frac{7}{10} \times \frac{1}{10} + \frac{3}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{56}{100} + \frac{18}{100} = \frac{74}{100}$$

روش کتاب:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A): \text{موفقیت در آزمون ①} \quad 0.7 + 0.6 - \frac{56}{100} = 1.3 - 0.56 = 0.74$$

$P(B):$ موفقیت در آزمون ②

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \rightarrow P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = 0.8 \times 0.7 = \frac{56}{100}$$

۱۴۰- در یک کارگاه، دو گروه مشغول کار هستند، میانگین نمرات مسئولیت پذیری و واریانس در گروه اول به ترتیب ۸۰ و

۲۵ و در گروه دوم ۷۲ و ۱۶ می باشد. کدام گروه بهتر است؟

(۴) اظهار نظر نمی توان کرد.

(۳) یکسان

(۲) گروه دوم

(۱) گروه اول

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \quad \text{انحراف معیار} = \frac{\text{ضریب تغییرات}}{\text{میانگین}}$$

$$\sigma_{(1)}^2 = 25 \rightarrow \sigma_{(1)} = 5 \rightarrow CV_{(1)} = \frac{\sigma_{(1)}}{\bar{x}_{(1)}} = \frac{5}{80} = \frac{1}{16}$$

$$\sigma_{(2)}^2 = 16 \rightarrow \sigma_{(2)} = 4 \rightarrow CV_{(2)} = \frac{\sigma_{(2)}}{\bar{x}_{(2)}} = \frac{4}{72} = \frac{1}{18}$$

$$\frac{1}{16} > \frac{1}{18} \quad CV_{(2)} < CV_{(1)}$$

بنابراین گروه دوم بهتر است

گزینۀ (۲)

۱۴۱- تابع با ضابطه $f(x) = |x+2| + |x-1|$ ، در کدام بازه، اکیدا نزولی است؟

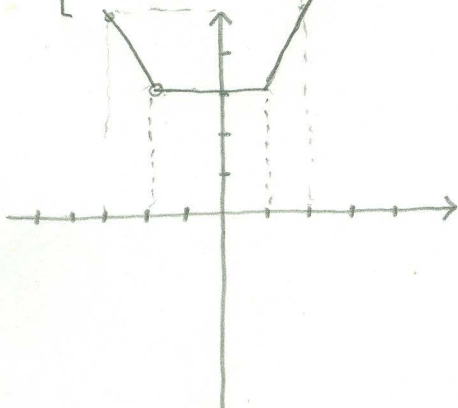
(۴) $(1, +\infty)$

(۳) $(-2, 1)$

(۲) $(-\infty, 1)$

(۱) $(-\infty, -2)$

$$f(x) = \begin{cases} -2x-1 & x < -2 \\ 3 & -2 \leq x < 1 \\ 2x+1 & x \geq 1 \end{cases}$$



$$x < -2$$

$$-x-2-(x-1) = -2x-1$$

$$-2 \leq x < 1$$

$$x+2-(x-1) = 3$$

$$x \geq 1$$

$$x+2+x-1 = 2x+1$$

اکیدا نزولی $(-\infty, -2)$

نزولی (صعودی) $[-2, 1)$

اکیدا صعودی $(1, +\infty)$

گزینۀ (۱)

۱۴۲- مجموع جواب های معادله مثلثاتی $1 = \sin\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) + 4 \sin x$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

5π (۴)

4π (۳)

3π (۲)

$\frac{5\pi}{2}$ (۱)

$$\sin\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{4} - x\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = -\cos x$$

$$4 \sin x \cdot (-\cos x) = 1$$

انتاده مثلثاتی: $2 \sin x \cdot \cos x = \sin 2x$

$$-2 \times 2 \sin x \cdot \cos x = 1 \rightarrow 2 \sin x \cos x = -\frac{1}{2}$$

$$\sin 2x = -\frac{1}{2}$$

$$2x = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{6} \quad (۲)$$

$$2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \quad (۱)$$

$$2x = 2k\pi + \frac{7\pi}{6}$$

$$x = k\pi - \frac{\pi}{12}$$

$$x = k\pi + \frac{7\pi}{12}$$

$$k=1 \quad x = \frac{11\pi}{12}$$

$$k=0 \quad x = \frac{7\pi}{12}$$

$$k=2 \quad x = \frac{23\pi}{12}$$

$$k=1 \quad x = \frac{19\pi}{12}$$

$$\frac{11}{12} + \frac{23}{12} + \frac{7}{12} + \frac{19}{12} = \frac{60}{12} = 5$$

گزینہ (۴)

۱۴۳- حد عبارت $\frac{x^2 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt{x}}$ وقتی $x \rightarrow -8$ ، کدام است؟

-6 (۴)

-12 (۳)

-18 (۲)

-24 (۱)

$$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^2 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt{x}} = \frac{0}{0}$$

$$x \rightarrow -8$$

$$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{(x+2)(x+8)}{6(2+\sqrt{x})} \cdot \frac{(4-2\sqrt{x}+\sqrt{x^2})}{(4-2\sqrt{x}+\sqrt{x^2})} = \lim_{x \rightarrow -8} \frac{(x+2)(x+8)(4-2\sqrt{x}+\sqrt{x^2})}{6(\sqrt{x}+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -8} \frac{(x+2)(4-2\sqrt{x}+\sqrt{x^2})}{6} = \frac{-6x(4-2x-2+4)}{6}$$

$= -12$ (۳) گزینہ

$$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^2 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow -8} \frac{2x + 10}{6\sqrt{x}}$$

قاعده هوسپیتال

$$\sqrt{x} \rightarrow (\sqrt{x})' = (x^{\frac{1}{2}})' = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -8} \frac{(2x+10) \cdot \frac{1}{2} \sqrt{x}}{6} = \frac{(-16+10) \cdot \frac{1}{2} \sqrt{8}}{6} = -12$$

۱۴۴- در مورد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + |x|}$ کدام بیان، درست است؟

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty \quad (۲)$$

$$x \rightarrow 0^-$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty \quad (۴)$$

$$x \rightarrow 0^+$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty \quad (۱)$$

$$x \rightarrow 0^-$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty \quad (۳)$$

$$x \rightarrow 0^+$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 1}{x + |x|} = \frac{-1}{0^+ + 0^+} = -\infty \quad \text{گزینه (۴)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 - 1}{x + |x|} = \frac{-1}{-0 + 0} = \text{تعریف نشده}$$

۱۴۵- اگر $f(x) = 2x + \sqrt{4x^2 + x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟

صفر (۴)

$$-\frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$-1 \quad (۱)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + \sqrt{4x^2 + x}) = -\infty + \infty$$

$$x \rightarrow -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + \sqrt{4x^2 + x}) \times \frac{(2x - \sqrt{4x^2 + x})}{(2x - \sqrt{4x^2 + x})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 - 4x^2 - x}{2x - \sqrt{4x^2 + x}}$$

$$x \rightarrow -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{2x - \sqrt{4x^2 + x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{2x + 2x} = -\frac{1}{4} \quad \text{گزینه (۳)}$$

$$x \rightarrow -\infty$$

$$|2x|$$

$$x \rightarrow -\infty$$

راه دوم: استفاده از روش ارزیابی

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[n]{ax^n + bx^{n-1} + \dots} \sim \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} \left| x + \frac{b}{na} \right|$$

$$x \rightarrow \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4x^2 + x} \sim \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4} \left| x + \frac{1}{4} \right|$$

$$x \rightarrow \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x - 2\left(x + \frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$x \rightarrow -\infty$$

۱۴۶- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1+\sqrt{x}}{5-2x}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)-f(4)}{x-4}$ کدام است؟

$$\frac{5}{6} \quad (۴)$$

$$\frac{7}{12} \quad (۳)$$

$$\frac{5}{12} \quad (۲)$$

$$\frac{4}{9} \quad (۱)$$

$$\lim_{x \rightarrow f} \frac{f(x) - f(f)}{x - f} = f'(f)$$

$$f(x) = \frac{1 + \sqrt{x}}{5 - 2x} \rightarrow f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot (5 - 2x) + 2(1 + \sqrt{x})}{(5 - 2x)^2}$$

$$u(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$u'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{(g(x))^2}$$

$$f'(f) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{f}} \cdot (5 - 2xf) + 2(1 + \sqrt{f})}{(5 - 2xf)^2}$$

$$f'(f) = \frac{\frac{1}{f} \cdot (-3) + 2(3)}{9} = \frac{-\frac{3}{f} + 6}{9}$$

$$f'(f) = \frac{-\frac{3}{f} + 6}{9} = \frac{21}{36} = \frac{7}{12} \quad \text{گزینه (۳)}$$

۱۴۷- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & ; x \geq 2 \\ -x^2 + ax + b & ; x < 2 \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است. b کدام است؟

$$2 \quad (۴)$$

$$1 \quad (۳)$$

$$-1 \quad (۲)$$

$$-2 \quad (۱)$$

شرط پیوستگی

$$f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

$$f(2) = \frac{1}{2-1} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -2^2 + 2a + b$$

$$f'(2^-) = f'(2^+)$$

$$-2 \times 2 + a = \frac{-1}{(2-1)^2}$$

$$-4 + a = -1 \rightarrow a = 3$$

$$\begin{cases} 2a + b - f = 1 \\ 2a + b = 5 \end{cases} \xrightarrow{a=3} \begin{cases} 6 + b = 5 \\ 6 + b = 5 \end{cases}$$

$$b = -1$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{-1}{(x-1)^2} & x > 2 \\ -2x + a & x < 2 \end{cases} \quad \text{گزینه (۳)}$$

شرط مشتق پذیری

۱۴۸ - اگر $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ و $(f \circ g)'(2) = 6$ باشد، $f'(5)$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

$$(f \circ g)'(x) = (f(g(x)))' = g'(x) \cdot f'(g(x))$$

$$g'(x) = \frac{2(x-1) - 1 \times (2x+1)}{(x-1)^2} = \frac{-3}{(x-1)^2}$$

$$(f \circ g)'(x) \xrightarrow{x=2} (f \circ g)'(2) = (f(g(2)))' = g'(2) \cdot f'(g(2))$$

$$6 = \frac{-3}{(2-1)^2} \cdot f'\left(\frac{2 \times 2 + 1}{2-1}\right)$$

$$6 = -3 \times f'(5)$$

$$\Rightarrow f'(5) = -2 \quad \text{گزینه (۱)}$$

۱۴۹ - در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x}$ ، اختلاف آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x=2$ ، از آهنگ تغییر متوسط در بازه $[1, 4]$ ،

کدام است؟

۰٫۷۵ (۴)

۰٫۴۵ (۳)

۰٫۵ (۲)

۰٫۲۵ (۱)

$$\text{آهنگ تغییر متوسط از } 1 \text{ تا } 4 = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{\left(\frac{1}{2}(4)^2 - \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{2}(1)^2 - \frac{1}{1}\right)}{4 - 1}$$

$$= \frac{\left(8 - \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{2} - 1\right)}{4 - 1} = \frac{\frac{31}{4} + \frac{1}{2}}{3} = \frac{\frac{31+2}{4}}{3} = \frac{33}{12}$$

$$\text{آهنگ لحظه‌ای } f'(2) \text{ در } x=2$$

$$f'(x) = x + \frac{1}{x^2}$$

$$f'(2) = 2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\left| \frac{33}{12} - \frac{9}{4} \right| = \left| \frac{33-27}{12} \right| = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 0.5 \quad \text{گزینه (۲)}$$

۱۵۰- در تابع با ضابطه $f(x) = x|x-4|$ ، فاصله دو نقطه ماکسیم نسبی و می نیم نسبی آن، کدام است؟

$2\sqrt{5}$ (۴)

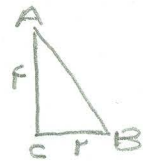
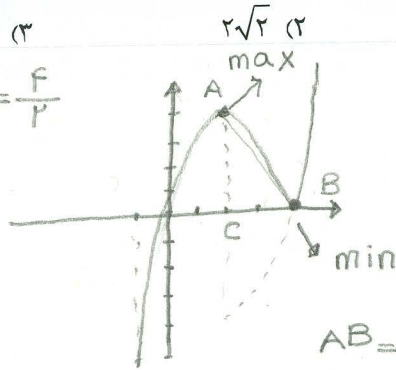
$2\sqrt{2}$ (۳)

$2\sqrt{2}$ (۲)

$\sqrt{5}$ (۱)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x & x \geq 4 \\ -x^2 + 4x & x < 4 \end{cases}$$

$$-\frac{b}{2a} = \frac{f}{2}$$



$$AB = \sqrt{f^2 + c^2}$$

$$AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$$

گزینه (۴)

$$y = -x^2 + 4x$$

$$-\frac{b}{2a} = \frac{-f}{-2} = 2$$

$$x(-x + 4) = 0$$

$$x = 0 \quad x = 4$$

۱۵۱- بیشترین مساحت مستطیلی که دو ضلع آن بر روی محورهای مختصات و رأس چهارم آن، بر روی منحنی به معادله

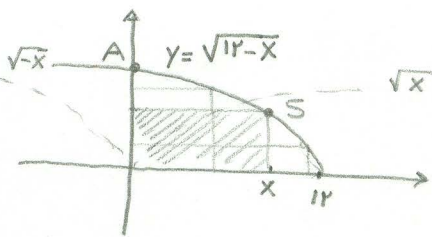
$y = \sqrt{12-x}$ ، در ناحیه اول واقع شود، کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

$8\sqrt{3}$ (۲)

$8\sqrt{2}$ (۱)



$$y = \sqrt{12-x}$$

$$x = 0 \quad y = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$S(x, \sqrt{12-x})$$

مساحت مستطیل‌هایی که با نقطه S ایجاب می‌شود

$$S = x \cdot \sqrt{12-x}$$

$$S'(x) = \sqrt{12-x} + \frac{-1}{2\sqrt{12-x}} \cdot x$$

$$S(8, \sqrt{12-8}) = (8, 2)$$

$$S'(x) = \frac{2(12-x) - x}{2\sqrt{12-x}}$$

$$S'(x) = 0 \rightarrow 24 - 3x = 0 \rightarrow x = 8$$

مساحت ماکسیم: $2 \times 8 = 16$
گزینه (۳)

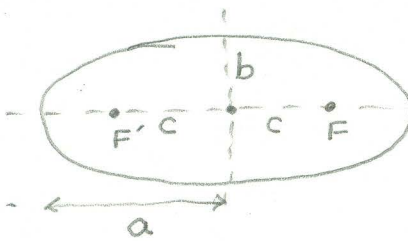
۱۵۲- در یک بیضی به کانون‌های $(2, 7)$ و $(2, -1)$ ، اندازه قطر کوچک ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی، کدام است؟

۰٫۸ (۴)

۰٫۷۵ (۳)

۰٫۶۴ (۲)

۰٫۶ (۱)



$$a' = b' + c'$$

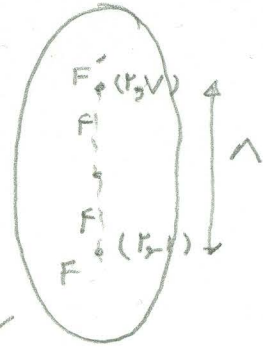
$$c = f$$

$$b = 3$$

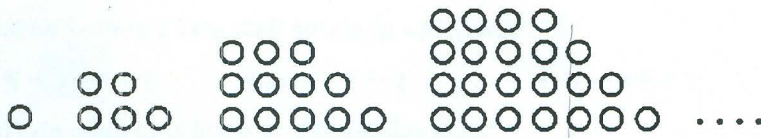
$$a = \sqrt{3^2 + f^2} = 5$$

$$\text{خروج از مرکز بیضی} = \frac{c}{a} = \frac{f}{5} = 0.18$$

گزینہ (۴)



۱۵۳- در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها، در شکل نهم، کدام است؟



۱۱۷ (۱)

۱۲۰ (۲)

۱۲۳ (۳)

۱۲۵ (۴)

$$1^r + 0 \quad 2^r + 1 \quad 3^r + 1 + 2 \quad 4^r + 1 + 2 + 3 \quad 5^r + 1 + 2 + 3 + 4$$

$$n^r + \frac{n(n-1)}{r} \rightarrow n^r + \frac{n(n-1)}{r}$$

$$a_n = n^r + \frac{n(n-1)}{r}$$

$$a_1 = 1 + 0$$

$$a_2 = 2^r + 1$$

$$a_3 = 3^r + 3$$

$$a_f = f^r + \frac{f(f-1)}{r} = f^r + 9$$

$$a_9 = 9^r + \frac{9(9-1)}{r}$$

$$a_9 = 81 + 9 \times 9 = 81 + 81$$

$$= 162$$

گزینہ (۱)

۱۵۴- اگر $x \geq 1$ ، $f(x) = x^2 - 2x - 3$ باشد، نمودارهای دو تابع f^{-1} و $g(x) = \frac{x-9}{2}$ با کدام طول، متقاطع هستند؟

۲۱ (۴)

۱۸ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

$$f(x) = x^2 - 2x - 3$$

$$y = x^2 - 2x - 3$$

$$y = x^2 - 2x + 1 - 4$$

$$y = (x-1)^2 - 4$$

$$y+4 = (x-1)^2$$

$$\sqrt{y+4} = x-1$$

$$\sqrt{y+4} + 1 = x$$

$$y = \sqrt{x+4} + 1$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x+4} + 1$$

$$\sqrt{x+4} + 1 = \frac{x-9}{2}$$

$$2\sqrt{x+4} + 2 = x-9$$

$$2\sqrt{x+4} = x-11$$

$$4(x+4) = x^2 - 22x + 121$$

$$x^2 - 22x + 121 - 4x - 16 = 0$$

$$x^2 - 26x + 105 = 0$$

$$(x-21)(x-5) = 0$$

غرفه $x=5$ قاق $x=21$ گزیت (۴)

۱۵۵- در جعبه‌ای ۵ مهره سفید و ۶ مهره سیاه است. ابتدا یک مهره را بدون رویت خارج می‌کنیم. سپس از بین بقیه مهره‌ها، ۲ مهره بیرون می‌کشیم. با کدام احتمال هر دو مهره اخیر، سفید است؟

$\frac{5}{22}$ (۴)

$\frac{4}{11}$ (۳)

$\frac{2}{11}$ (۲)

$\frac{1}{11}$ (۱)

روش اول:

چون مهره‌ها خارج شده را رویت نکردیم بنابراین برای مهره اولی که می‌خواهیم خارج کنیم $\frac{5}{11}$ احتمال سفید بودن است. و اگر بخواهیم مهره دوم هم سفید

باشد احتمال $\frac{4}{10}$ است. روش دوم: (تملیبی)

$$\frac{5}{11} \times \frac{4}{10} = \frac{20}{110} = \frac{2}{11}$$

$$\begin{aligned} & \frac{5}{11} \times \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{60}{990} \\ & \frac{5}{11} \times \frac{5}{10} \times \frac{4}{9} = \frac{100}{990} \end{aligned}$$

$$\frac{60}{990} + \frac{100}{990} = \frac{160}{990} = \frac{16}{99} = \frac{2}{11}$$

گزیت (۲)