

تمرینات ترکیبیات

- تمرین شماره ۳ تحویلی است.
- ۱۸ مرداد قبل از شروع کلاس ترکیبیات، تمرینات تحویلی این سری توسط سپهر دادخواه^۱ جمع می‌شود.
- در صورتی که به پاسخ درست یک سوال نرسیدید، همان حاصل تلاش‌تان و نتایجی که به دست آورده‌اید را بنویسید؛ اما هرگز تقلب نکنید. هرگونه تقلب در تمرینات باعث افتادن در درس و (احتمالاً) محرومیت از مدال می‌شود. هم‌چنین این نکته را مد نظر داشته باشید که تمرینات با ارفاق تصحیح می‌شوند.

ادامه‌ی مبحث احتمال + امید ریاضی

۱. کلاس المپیاد کامپیوتر ۳ ماژیک مشکی و ۵ ماژیک قرمز دارد؛ در حالی که کلاس المپیاد ریاضی ۲ ماژیک مشکی و ۲ ماژیک قرمز دارد. یکی از بچه‌های المپیاد ریاضی یک ماژیک به تصادف از کلاس المپیاد کامپیوتر برداشته و در کلاس المپیاد ریاضی گذاشته است. استاد ریاضی یک ماژیک به تصادف از کلاس ریاضی برداشته و شروع به نوشتن می‌کند. اگر بدانیم ماژیک برداشته شده توسط استاد، قرمز باشد، احتمال این که ماژیک انتقالی قرمز بوده باشد چقدر است؟
۲. یک رشته‌ی دودویی n -رقمی داریم. به دو رقم متوالی دشمن می‌گوییم؛ هرگاه با هم متفاوت باشند. امید ریاضی تعداد زوج ارقام متوالی دشمن را بیابید. برای مثال رشته‌ی دودویی ۰۰۱۱۱۰۰۱، سه زوج رقم متوالی دشمن دارد.
۳. یک جای‌گشت از اعداد $1, 2, \dots, n$ داریم. به یک عدد خوب می‌گوییم؛ هرگاه از تمام اعداد سمت چپش بزرگ‌تر باشد. امید ریاضی تعداد اعداد خوب را بیابید.
۴. بیماری به پزشک مراجعه می‌کند و پزشک کیسه‌ای شامل a قرص کامل و b نیم‌قرص به بیمار می‌دهد. بیمار باید هر روز یک قرص به تصادف از کیسه بیرون بکشد؛ سپس:
 - اگر این قرص به صورت نیم‌قرص باشد، بیمار آن را می‌خورد.
 - اگر این قرص، کامل باشد، بیمار آن را دو نیم می‌کند؛ نیمی از آن را می‌خورد و نیمی از آن را به کیسه برمی‌گرداند.

^۱نماینده‌ی کلاس

تمرینات ترکیبیات

بیمار وقتی خوب می‌شود که دیگر قرص کاملی در کیسه نمانده باشد. امید ریاضی تعداد روزهایی را که طول می‌کشد تا بیمار خوب شود، به دست آورید. سپس با دانش اردری خود نتیجه بگیرید پزشک، بیش از حد قرص تجویز نکرده است!

موفق باشید

— اسدی