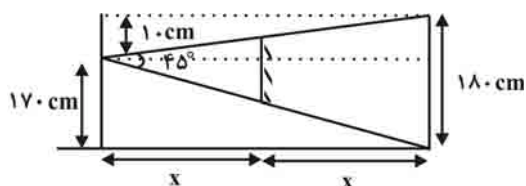


پاسخنامه‌ی فیزیک

۱- گزینه‌ی «۳» صحیح است.



$$\tan^{-1}\left(\frac{10}{x}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{170}{x}\right) = 45^\circ$$

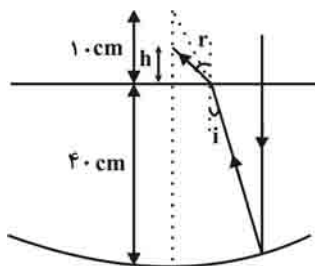
برای این که شخص فقط تمام قد خود را در آینه ببیند، باید:

با جای‌گذاری گزینه‌ها در معادله‌ی بالا در می‌یابیم که نزدیک‌ترین جواب $x = 94 \text{ cm}$ است.

۲- گزینه‌ی «۲» صحیح است.

می‌دانیم که نور وقتی به طور عمودی وارد آب می‌شود بدون شکست به مسیر خود ادامه می‌دهد، بعد به آینه برخورد می‌کند و در نقطه‌ی کانونی جمع می‌شود. اما چون فاصله‌ی کانونی بیش‌تر از عمق آب است، پس پرتوها در خارج شدن از آب می‌شکنند و در نقطه‌ای به

فاصله‌ی h از سطح آب جمع می‌شوند.



$$\Rightarrow n \sin i = \sin r$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} \times \sin i = \sin r$$

$$\frac{\tan(90-i)}{\tan(90-r)} = \frac{10}{h}$$

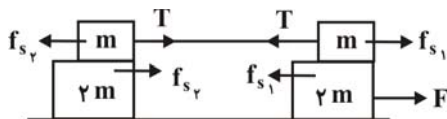
$$\Rightarrow \frac{\tan r}{\tan i} = \frac{10}{h} \Rightarrow h = 10 \times \frac{\tan i}{\tan r}$$

$$\Rightarrow \frac{\tan i}{\tan r} \approx \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{1}{n} = \frac{3}{4} \quad \text{تقریب پیرامحوری}$$

$$h = 10 \times \frac{3}{4} = 7.5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow 40 + 7.5 = 47.5 \text{ cm}$$

۳- گزینه‌ی «۴» صحیح است.



$$\begin{cases} F - f_{s1} = 2ma \\ f_{s1} - T = ma \\ T - f_{s2} = ma \\ f_{s2} = 2ma \\ f_{s1} = \mu mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F - f_{s1} = f_{s2} \\ f_{s1} = 2f_{s2} \end{cases} \Rightarrow F - \mu mg = \frac{\mu mg}{2} \Rightarrow F = \frac{3\mu mg}{2}, f_{s2} = \frac{\mu mg}{2}$$

چون هر دو نیروی اصطکاک ایستایی از بیشینه‌ی آستانه‌ی حرکت خود بیش‌تر نیستند این جواب قابل قبول است.

۴- گزینه‌ی «۳» صحیح است.

یک اتاق معمولی را می‌توان $5\text{m} \times 4\text{m} \times 3\text{m}$ در نظر گرفت. یک ذرت بو داده را می‌توان یک کره به شعاع 1cm در نظر گرفت.
پس:

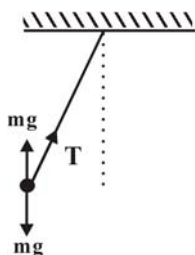
$$V_{\text{اتاق}} = 5 \times 4 \times 3 = 60 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{ذرت}} = \frac{4}{3} \pi \times 1^3 = \frac{4\pi}{3} \approx 4 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow N = \frac{V_{\text{اتاق}}}{V_{\text{ذرت}}} = \frac{60 \text{ m}^3}{4 \times 10^{-6} \text{ m}^3} = 15 \times 10^6 = 1.5 \times 10^7$$

پس گزینه‌ی «۳» قابل قبول است.

۵- گزینه‌ی «۴» صحیح است.



در حرکت شتابدار، می‌توانیم در یک دستگاه نالخت متصل به آسانسور معادلات حرکت جسم را بنویسیم، با این تفاوت که یک نیروی مجازی نیز به جسم وارد می‌شود: اندازه‌ی نیروی مجازی برابر است با شتاب آسانسور ضرب در جرم جسم و جهت آن در جهت خلاف شتاب است.

$$\vec{T} + m\vec{g} - m\vec{g} = \vec{T}$$

پس جمع نیروهای وارد بر جسم برابر است با:

پس فقط نیروی طناب است که به جسم وارد می‌شود، اگر جسم سرعت داشته باشد، پس با سرعت یکنواخت روی یک دایره به مرکز نقطه‌ی آویز حرکت می‌کند، اگر جسم بدون سرعت باشد، طناب شل می‌شود و جسم ساکن می‌ماند.

۶- گزینه‌ی «۳» صحیح است.

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} \Rightarrow q = 4\pi\epsilon_0 R V$$

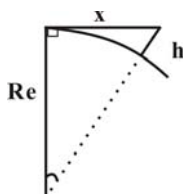
بار هر قطره‌ی آب برابر است با q :

$$Q = 1000q \quad v' = 1000v \Rightarrow \frac{4}{3}\pi R'^3 = 1000 \times \frac{4}{3}\pi R^3 = R' = 10R$$

$$\Rightarrow V' = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{1000 \times 4\pi\epsilon_0 R V}{4\pi\epsilon_0 R'} = \frac{1000 \times 1}{10} = 100V$$

۷- گزینه‌ی «۳» صحیح است.

در این سؤال با فرض این که قدرت تشخیص ما زیاد است، باید انحنای زمین را در حل سؤال در نظر بگیریم:



$$R_e^2 + x^2 = (h + R_e)^2$$

$$\Rightarrow x^2 = h^2 + 2R_e h \xrightarrow{h \ll R_e} x^2 \approx 2R_e h$$

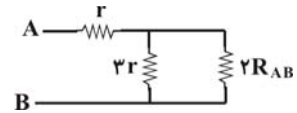
$$\Rightarrow x = \sqrt{2 \times 6/4 \times 10^6 \times 2300} \approx 170 \text{ km}$$

۸- گزینه‌ی «۱» صحیح است.

اگر مقاومت معادل از هر نقطه‌چین را در نظر بگیریم می‌بینیم که در هر پله مقاومت بعدی ۲ برابر مقاومت پله‌ی قبلی است، چون مقاومت‌ها تا بی‌نهایت ادامه دارند و در مقاومت‌ها اگر مقدار همگی مقاومت‌ها دو برابر شود، مقدار مقاومت معادل نیز دو برابر می‌شود، مقاومت معادل بین دو نقطه‌ی A و B را R_{AB} در نظر می‌گیریم:

$$\Rightarrow \frac{2R_{AB} \times 3r}{3r + 2R_{AB}} + r = R_{AB} \Rightarrow 6rR_{AB} + 3r^2 + 2R_{AB}r = 3rR_{AB} + 2R_{AB}^2$$

$$\Rightarrow 2R_{AB}^2 - 3rR_{AB} - 3r^2 = 0 \Rightarrow R_{AB} = \left(\frac{3 \pm \sqrt{9 + 24}}{2} \right) r \Rightarrow R_{AB} = 3r$$



۹- گزینه‌ی «۲» صحیح است.

سرعت باد از نظر موتورسوار برابر است با سرعت باد از نظر ناظر ساکن منهای سرعت موتورسوار: $u' = u - V \Rightarrow u = u' + V$

$$\Rightarrow u_x = V - u' \cos 45 = 15 - \frac{\sqrt{2}}{2} u'$$

$$u_y = u' \sin 45 = u' \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$u_x = V = 8$$

$$\Rightarrow 15 - \frac{\sqrt{2}}{2} u' = 8 \Rightarrow u_y = 7$$

$$\Rightarrow u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = \sqrt{64 + 49} \approx 10.5 \text{ m/s}$$

۱۰- گزینه‌ی «۲» صحیح است.

اگر فرکانس نوری که از سوراخ عبور می‌کند از ۱۶ هرتز بیشتر شود، انسان نور را پیوسته می‌بیند. پس باید شعاع دایره‌ای را بیابیم که

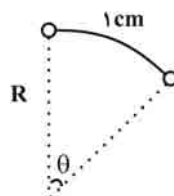
در آن فاصله‌ی زمانی بین دو وضعیت یکسان کم‌تر از $\frac{1}{16}$ s شود:

$$T = \frac{1}{16} \text{ s}$$

$$\theta = \omega T = \frac{1 \text{ cm}}{R} \Rightarrow R = \frac{1}{\omega T}$$

$$\omega = \frac{30 \times 2\pi}{60} = \pi \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow R = \frac{1}{\pi \times \frac{1}{16}} = \frac{16}{\pi} \approx 5.1 \text{ cm}$$

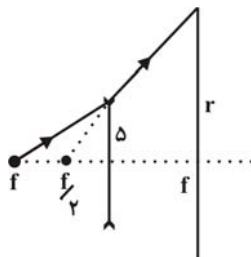


۱۱- گزینه‌ی «ب» صحیح است.

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = -\frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f} + \frac{1}{q} = -\frac{1}{f} \Rightarrow q = -\frac{f}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{f}{2}}{f + \frac{f}{2}} = \frac{\Delta}{r} \Rightarrow \frac{\Delta}{r} = \frac{1}{3} \Rightarrow r = 15 \text{ cm} \Rightarrow 2r = 30 \text{ cm}$$



۱۲- پاسخ صحیح ندارد.

$$\rho_A \frac{V}{2} + \rho_B \frac{V}{2} = \rho \times V$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{\rho_A + \rho_B}{2} \Rightarrow \rho_A + \rho_B = 16 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho_A \times \frac{V}{3} + \rho_B \frac{2V}{3} = \rho' \times V$$

$$3\rho' = 2\rho_B + \rho_A = 18 \text{ g/cm}^3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \rho_A + 2\rho_B = 18 \\ \rho_A + \rho_B = 16 \end{cases} \Rightarrow \rho_B = 2 \text{ g/cm}^3 \Rightarrow \rho_A = 14 \text{ g/cm}^3$$

۱۳- گزینه‌ی «ا» صحیح است.

$$a: E - \frac{rI}{2} - RI = 0$$

$$\Rightarrow I = \frac{E}{R + \frac{r}{2}}$$

$$\Rightarrow P = RI^2 = \frac{rE^2 R}{(r + 2R)^2}$$

$$\frac{dP}{dR} = \frac{rE^2 (r - 2R)}{(r + 2R)^3} = 0$$

$$\Rightarrow R = \frac{r}{2}$$

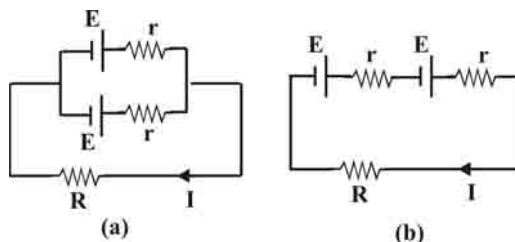
$$b: 2E - 2rI - RI = 0$$

$$\Rightarrow I = \frac{2E}{2r + R}$$

$$\Rightarrow P = RI^2 = \frac{rE^2 R}{(R + 2r)^2}$$

$$\frac{dP}{dR} = \frac{rE^2 (2r - R)}{(R + 2r)^3} = 0$$

$$\Rightarrow R = 2r$$

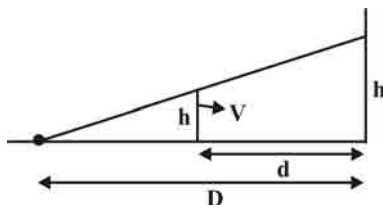


۱۴- پاسخ صحیح ندارد.

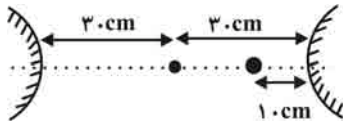
$$\frac{D-d}{D} = \frac{h}{h'}$$

$$\Rightarrow h' = \frac{Dh}{D-d}$$

$$V' = \frac{dh'}{dt} = \frac{Dh}{(D-d)^2} \times V = \frac{DhV}{(D-d)^2}$$



۱۵- پاسخ صحیح ندارد.



$$\text{تصویر در آینه‌ی اول: } \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = -\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{1.0} + \frac{1}{q} = -\frac{1}{3.0} \Rightarrow -\frac{1}{q} = \frac{3+1}{3.0} \Rightarrow q = -\frac{7}{5} \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{5} + 6.0 = \frac{67}{5} \text{ cm}$$

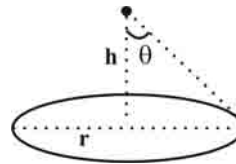
$$\text{تصویر در آینه‌ی دوم: } \frac{1}{p} + \frac{1}{q'} = -\frac{1}{f} \Rightarrow -\frac{1}{q'} = \frac{1}{3.0} + \frac{1}{67/5} \Rightarrow q' \approx -\frac{20}{8} \text{ cm}$$

۱۶- گزینه‌ی «۱» صحیح است.

$$\Rightarrow I \propto \frac{h}{(h^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

می‌دانیم روشنایی نور با معکوس فاصله به توان ۲ و کسینوس زاویه‌ی θ رابطه دارد:

$$\Rightarrow \frac{dI}{dh} = 0 \Rightarrow \frac{(h^2 + r^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2} \times 2h \times (h^2 + r^2)^{\frac{1}{2}}}{(h^2 + r^2)^3} = 0$$



$$\Rightarrow h^2 + r^2 - 3h^2 = 0 \Rightarrow 2h^2 = r^2 \Rightarrow h = \frac{r}{\sqrt{2}}$$

۱۷- گزینه‌ی «۲» صحیح است.

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = k_{Cu} A \frac{\Delta T_{\gamma}}{\Delta L} = k_{Fe} A \frac{\Delta T_{\alpha}}{\Delta L} = k A \frac{\Delta T}{\Delta L} \quad \text{در سری کردن دو میله می‌توانیم ضریب رسانندگی معادل به کار ببریم:}$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta T_{\alpha} + \Delta T_{\gamma} &= \Delta T \\ \Rightarrow k_{Cu} \Delta T_{\alpha} &= k_{Fe} \Delta T_{\gamma} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{k_{Fe}}{k_{Cu}} \Delta T_{\gamma} + \Delta T_{\gamma} = \Delta T \Rightarrow \Delta T_{\gamma} = \frac{\Delta T}{1 + \frac{k_{Fe}}{k_{Cu}}}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta t} = k_{Fe} A \times \frac{\Delta T}{1 + \frac{k_{Fe}}{k_{Cu}}} \times \frac{1}{\Delta T} = \frac{k_{Fe} k_{Cu}}{k_{Fe} + k_{Cu}} \times \frac{\Delta T}{\Delta L} A$$

$$\Rightarrow k = \frac{k_{Fe} k_{Cu}}{(k_{Fe} + k_{Cu})}$$

$$k_{Cu} \times 3.0 \text{ min} = k_{Fe} \times 7.5 \text{ min} \Rightarrow \frac{k_{Fe}}{k_{Cu}} = \frac{3.0}{7.5} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow 7.5 k_{Fe} = \Delta t \times k$$

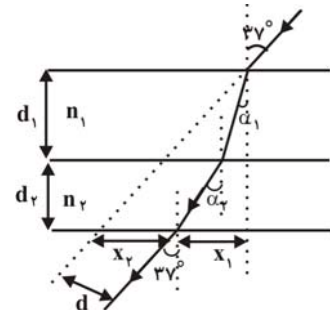
$$\Rightarrow \Delta t = \frac{7.5 k_{Fe}}{k}$$

$$k = \frac{k_{Fe}}{(1 + \frac{k_{Fe}}{k_{Cu}})} = \frac{k_{Fe}}{(1 + \frac{2}{5})} = \frac{5 k_{Fe}}{7}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{7.5 \times k_{Fe}}{\frac{5 k_{Fe}}{7}} = 10.5 \text{ min}$$

۱۸- گزینه‌ی «ب» صحیح است.

$$\begin{aligned} \sin 37^\circ &= n_1 \sin \alpha_1 \Rightarrow \sin \alpha_1 = 0.3 \Rightarrow \cos \alpha_1 = 0.95 \Rightarrow \tan \alpha_1 = 0.32 \\ \Rightarrow n_1 \sin \alpha_1 &= n_2 \sin \alpha_2 \Rightarrow \sin \alpha_2 = 0.4 \Rightarrow \cos \alpha_2 = 0.92 \Rightarrow \tan \alpha_2 = 0.43 \\ x_1 &= d_1 \tan \alpha_1 + d_2 \tan \alpha_2 = 3.86 \text{ cm} \quad \text{جابه‌جایی افقی پرتو به دست می‌آید:} \\ x_2 &= (d_1 + d_2) \tan 37^\circ - x_1 = 3.64 \text{ cm} \quad \text{انحراف افقی پرتو از مسیر اولیه:} \\ d &= x_2 \sin(90 - 17) \approx 3 \text{ cm} \quad \text{جابه‌جایی عرضی پرتو:} \end{aligned}$$



۱۹- پاسخ صحیح گزینه‌ی «ا»

برای به دست آوردن Q و R به دو معادله از تعادل نیروها برای بارها نیازمندیم:

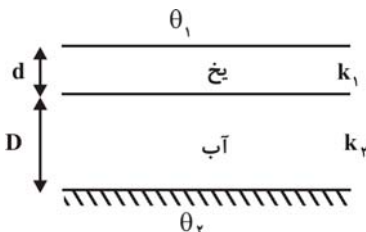
$$\Rightarrow \sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \text{برای بار } Q: \frac{q_1(\vec{R} - \vec{r}_1)}{4\pi\epsilon_0 |\vec{R} - \vec{r}_1|^3} + \frac{q_2(\vec{R} - \vec{r}_2)}{4\pi\epsilon_0 |\vec{R} - \vec{r}_2|^3} = 0$$

$$\text{برای بار } q_1: \frac{Q(\vec{r}_1 - \vec{R})}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}_1 - \vec{R}|^3} + \frac{q_2(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} = 0$$

با حل معادلات و یا جای‌گزینی گزینه‌ها جواب صحیح به دست می‌آید:

$$\Rightarrow R = \frac{r_1 \sqrt{q_2} + r_2 \sqrt{q_1}}{\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}}, \quad Q = \frac{-q_1 q_2}{(\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2})^2}$$

۲۰- گزینه‌ی «ب» صحیح است.



برای این که مقادیر d و D ثابت بمانند باید سیستم به حالت پایدار برسد. پس گرمای از دست رفته و گرفته شده برای هر دو ماده باید یکی باشد. در مرز آب و یخ دما صفر درجه است:

$$\begin{aligned} \frac{k_1 A (\theta_1 - 0)}{d} &= \frac{k_2 A (\theta_2 - 0)}{D} \\ \Rightarrow \frac{k_1 \theta_1}{d} &= \frac{k_2 \theta_2}{D} \Rightarrow \frac{d}{D} = \frac{k_1 \theta_1}{k_2 \theta_2} \end{aligned}$$

۲۱- گزینه‌ی «ک» صحیح است.

ابتدا فاصله‌ی شیء تا عدسی را بر حسب فاصله‌ی کانونی حساب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{p} + \frac{1}{q} &= \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p} + \frac{1}{1-p} = \frac{1}{f} \\ \Rightarrow \frac{1-p+p}{p(1-p)} &= \frac{1}{f} \Rightarrow p(1-p) = f \Rightarrow p^2 - p + f = 0 \Rightarrow p = \frac{1 \pm \sqrt{1-4f}}{2} \end{aligned}$$

هر دو ریشه قابل قبول هستند، یکی از ریشه‌ها فاصله‌ی جسم تا عدسی در حالت اول و ریشه‌ی بعدی فاصله‌ی جسم تا عدسی در حالت

$$\frac{1 + \sqrt{1-4f}}{2} - \frac{1 - \sqrt{1-4f}}{2} = 0.2$$

دوم است. اختلاف فاصله‌ی دو حالت ۲۰cm است:

$$\Rightarrow \frac{2\sqrt{1-4f}}{2} = 0.2$$

$$\Rightarrow 1-4f = 0.4 \Rightarrow 4f = 0.6 \text{ m}$$

$$\Rightarrow f = 15 \text{ cm} \Rightarrow p_1 = 0.6, p_2 = 0.4$$

$$m = \left| \frac{q}{p} \right|$$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{\frac{q_1}{p_1}}{\frac{q_2}{p_2}} = \frac{0.4}{0.6} = \left(\frac{0.4}{0.6}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

از فرمول بزرگ‌نمایی خطی می‌دانیم:

۲۲- گزینه‌ی «۱» صحیح است.

$$-2QE + \frac{Q \times 2Q}{4\pi\epsilon_0 L^2} = \frac{M}{2} a$$

از قانون نیوتون برای بار $2Q$ داریم:

$$QE - \frac{2Q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2} = Ma'$$

برای بار Q داریم:

$$a' = a$$

برای این که فاصله‌ی نسبی دو بار ثابت بماند باید شتاب دو بار برابر باشد:

$$\Rightarrow \frac{4Q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2} - 2QE = QE - \frac{2Q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2}$$

$$\Rightarrow \frac{6Q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2} = 3QE \Rightarrow L = \sqrt{\frac{2Q^2}{1 \cdot \pi\epsilon_0 E}}$$

۲۳- گزینه‌ی «۲» صحیح است.

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT}$$

از قانون گازهای کامل می‌توانیم تعداد مول مولکول هوای اتاق را حساب کنیم:

از تعریف گاز کامل می‌دانیم که مولکول‌های گاز انرژی پتانسیل ندارند و انرژی جنبشی آن‌ها در دمای صفر کلوین، صفر

است. پس تغییرات انرژی درونی آن‌ها از دمای صفر کلوین تا دمای T همان انرژی جنبشی مولکول‌ها می‌باشد.

$$\Delta u = nC_{Mv}\Delta T$$

$$\Delta u = \frac{PV}{RT} \times \frac{5}{2} R \times T = \frac{5}{2} PV$$

$$\Rightarrow \Delta u = mgh \Rightarrow h = \frac{\Delta PV}{2mg}$$

$$\Rightarrow h = \frac{5 \times 1.0^5 \times 5.0}{2 \times 5.0 \times 1.0} = 25.0 \text{ m} = 2/5 \text{ km}$$

که به گزینه‌ی «۲» نزدیک‌تر است.

۲۴- گزینه‌ی «۴» صحیح است.

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{q+p}{pq} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{pq}{q+p} = f$$

$$D = p + q \Rightarrow q = D - p$$

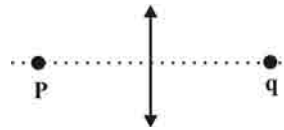
$$\Rightarrow \frac{p(D-p)}{D} = f \Rightarrow pD - p^2 = fD$$

$$\Rightarrow D = \frac{p^2}{p-f}$$

$$\frac{dD}{dp} = 0 \Rightarrow \frac{2p(p-f) - p^2}{(p-f)^2} = 0$$

$$\Rightarrow p^2 - 2pf = 0 \Rightarrow p = 2f$$

$$\Rightarrow D = \frac{(2f)^2}{2f-f} = \frac{4f^2}{f} = 4f$$



برای این که D کمینه شود:

۲۵- گزینه‌ی «۴» صحیح است.

$$V_1 = gt - V_0$$

اگر جهت مثبت را رو به پایین بگیریم، سرعت سنگ اول در هر لحظه برابر است با:

$$V_2 = g(t-1.0)$$

اندازه‌ی سرعت سنگ دوم بعد از پرتاب برابر است با:

$$\Rightarrow V_2 - V_1 = g(t-1.0) - (gt - V_0)$$

سرعت نسبی سنگ دوم نسبت به اول برابر است با:

$$\Rightarrow V_2 - V_1 = V_0 - 1.0g$$

$$V_0 < 1.0 \cdot m/s$$

اگر سرعت نسبی سنگ‌ها منفی باشد، یعنی فاصله‌ی آن‌ها کم شود، دو سنگ می‌توانند به هم برسند:

از طرفی می‌دانیم اگر سرعت اولیه طوری باشد که سنگ اول قبل از رها شدن سنگ دوم از نقطه‌ی اولیه عبور کند، دو سنگ هیچ‌گاه به هم نمی‌رسند:

$$V_0 = gt_0 - V_0$$

$$\Rightarrow \frac{2V_0}{g} = t_0 \Rightarrow t_0 > 1.0 \cdot s \Rightarrow \frac{2V_0}{g} > 1.0 \Rightarrow V_0 > 5.0 \cdot m/s \Rightarrow 5.0 \cdot m/s < V_0 < 10.0 \cdot m/s$$

۲۶- گزینه‌ی «۱» صحیح است.

اگر جسمی در داخل دستگاه شتاب داری قرار گیرد، یک نیروی مجازی برابر با شتاب دستگاه ضرب در جرم جسم به آن وارد می‌شود.

جهت این نیرو خلاف جهت شتاب دستگاه است. پس اگر رو به جنوب بایستیم و سکه روبه‌روی شخص بیافتد، پس نیرویی رو به جنوب به

سکه وارد شده است، بنابراین شتاب دستگاه به طرف شمال است. در این صورت گزینه‌ی «۱» صحیح است.

۲۷- گزینه‌ی «۳» صحیح است.

سرعت قدم زدن یک انسان معمولی تقریباً 3 km/h است. یک انسان در طول روز حدود ۳ ساعت قدم می‌زند. طول عمر یک انسان را

$$60 \times 365 \times 3 \times 3 \approx 1.0^5 \text{ km}$$

۶۰ سال در نظر می‌گیریم:

۲۸- گزینه‌ی «۲» صحیح است.

$$P' = P \left(\frac{T}{T'} - 1 \right)$$

ماکسیمم توان ورودی به یخچال برابر است با:

$$P = \left(\frac{T}{T'} - 1 \right) P' \Rightarrow \frac{T}{T'} = 2 \Rightarrow T' = \frac{T}{2}$$

که T' دمای داخل یخچال است. در حالت تعادل این توان با توان لامپ برابر است:

۲۹- گزینه‌ی «۳» صحیح است.

تقریباً 50.0 s طول می‌کشد تا نور خورشید به زمین برسد، پس فاصله‌ی زمین تا خورشید را می‌توانیم حساب کنیم:

$$R = 50.0 \times 3 \times 10^8 = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$$

$$M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho = \frac{4}{3} \pi \times (1.5 \times 10^{11})^3 \times 1.0^{18} \text{ kg}$$

جرم ماده‌ی اولیه‌ی جهان می‌شود:

$$\Rightarrow M = 1.4 \times 10^{52} \text{ kg}$$

می‌دانیم جرم پروتون و نوترون تقریباً برابر است و از جرم الکترون در برابر پروتون و نوترون می‌توان صرف نظر کرد. جرم پروتون تقریباً

$$N = \frac{M}{2 \times 1.7 \times 10^{-27}} = \text{تعداد هر یک از ذرات با فرض برابر بودن} \quad 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg است:}$$

$$N = \frac{1.4 \times 10^{52}}{3 \times 10^{-27}} = 4 \times 10^{78}$$

$$\text{تعداد کل ذرات} = 3N = 1.2 \times 10^{79} \approx 1.0^{79}$$

۳۰- پاسخ صحیح گزینه‌ی «۳»

$$\frac{80/1 - 5/5}{100} = 0.746$$

ابتدا رابطه‌ی دمای بنزن و سانتی‌گراد را پیدا می‌کنیم:

یعنی هر 0.746°C معادل 1°B است.

$$100 - 80/1 = 19/9^\circ \text{C}$$

$$\frac{19/9}{0.746} = 26/7^\circ \text{B} \Rightarrow 100 + 26/7 = 126/7^\circ \text{B} \approx 127^\circ \text{B}$$

۳۱- گزینه‌ی «۴» صحیح است.

برای این که جریان گذرنده از هر دو باتری یکسان باشد، باید مقاومت معادل از دو سر باتری در هر دو حالت یکی باشد:

$$R = \frac{RR_{\gamma}}{R + R_{\gamma}} + R_1$$

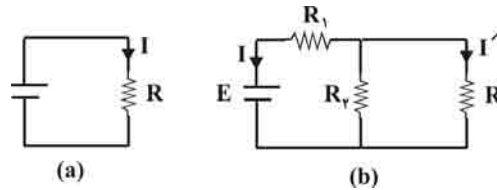
$$\Rightarrow R^2 + RR_{\gamma} = RR_{\gamma} + R_1R + R_1R_{\gamma}$$

$$\Rightarrow R^2 - RR_1 - R_1R_{\gamma} = 0$$

$$I' = \frac{1}{2}I, I = \frac{E}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{E - ER_1}{R} = \frac{1}{2} \frac{E}{R} \Rightarrow 1 - \frac{R_1}{R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{R_1}{R} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_1 = \frac{1}{2}R$$

$$\Rightarrow R_1R_{\gamma} = R^2 - RR_1 = R^2 - \frac{1}{2}R^2 = \frac{1}{2}R^2$$



۳۲- گزینه‌ی «۱» صحیح است.

قطعه از ارتفاع H بالای سطح آب رها شده است. سرعت و زمان رسیدن قطعه به سطح آب برابر می‌شود با:

$$V_0 = \sqrt{2gH}, t_0 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

با صرف نظر از کشش سطحی آب، اگر فرض کنیم قطعه با همان سرعت V_0 وارد آب می‌شود در داخل آب:

$$F - mg = ma \Rightarrow a = \frac{F - mg}{m}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} \frac{F - mg}{m} t^2 - V_0 t \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 & \text{(لحظه‌ی وارد شدن به آب)} \\ t = \frac{2mV_0}{F - mg} = \frac{2mg}{F - mg} \sqrt{\frac{2H}{g}} & \text{(زمان برگشتی به سطح آب)} \end{cases}$$

$$T = \frac{2mg}{F - mg} \sqrt{\frac{2H}{g}} + \sqrt{\frac{2H}{g}} = \frac{F + mg}{F - mg} \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

۳۳- پاسخ صحیح گزینه‌ی «۳»

زمانی نفت از مخزن لبریز می‌شود که حجم مخزن بزرگ‌تر شود: $V_1 = \pi \times 3^2 \times 9 / 5 \text{ m}^3$: حجم نفت در 10°C

$V_2 = \pi \times 3^2 \times 10 \text{ m}^3$: حجم مخزن در 10°C

$$\Rightarrow V_1' = V_1(1 + 10^{-3} \Delta T)$$

$$\Rightarrow V_2' = V_2(1 + 3 \times 10^{-5} \Delta T)$$

$$\Rightarrow V_1' > V_2'$$

$$\Rightarrow V_1(1 + 10^{-3} \Delta T) > V_2(1 + 3 \times 10^{-5} \Delta T)$$

$$\Rightarrow 9\pi \times 9 / 5 (1 + 10^{-3} \Delta T) > 9\pi \times 10 (1 + 3 \times 10^{-5} \Delta T)$$

$$\Rightarrow 9 / 5 \times 10^{-3} \Delta T - 30 \times 10^{-5} \Delta T > 1 / 5$$

$$\Rightarrow \Delta T (0.0018) > 0.2$$

$$\Delta T > 54 / 3^\circ\text{C}$$

$$\Rightarrow T - 10 = 54 / 3^\circ\text{C} \Rightarrow T = 44 / 3^\circ\text{C}$$

۳۴- گزینه‌ی «۱» صحیح است.

$$F = \frac{GM(r)}{r^2}$$

میدان گرانشی یک جسم کروی برابر است با:

که $M(r)$ جرمی از ستاره است که داخل کره‌ای به شعاع r و هم مرکز با ستاره است. از این فرمول درمی‌یابیم که بیشینه میدان گرانشی در سطح جسم است.

$$a = r\omega^2$$

شتاب ناشی از چرخش سیاره برابر است با:

که r فاصله از محور چرخش است. ماکسیمم این شتاب در سطح ستاره، روی استوای ستاره است. این شتاب رو به بیرون است.

$$r\omega^2 = \frac{G \times \frac{4}{3}\pi r^3 \rho}{r^2}$$

برای این که ستاره از هم نپاشد باید این شتاب کم‌تر از میدان گرانشی باشد:

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{4}{3}\pi\rho G} \Rightarrow F = \frac{\omega}{2\pi} = \sqrt{\frac{\rho G}{3\pi}}$$

$$\Rightarrow F = \sqrt{\frac{1.18 \times 6/67 \times 10^{-11}}{3\pi}} = 2/7 \times 10^3 \text{ Hz}$$

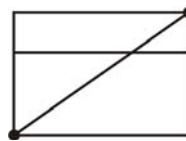
۳۵- گزینه‌ی «۲» صحیح است.

مورچه می‌خواهد به نقطه‌ای واقع در رأس مقابل برسد. می‌دانیم کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه خط مستقیم بین دو نقطه است. اما مورچه نمی‌تواند روی خط مستقیم بین دو رأس روی قطر مکعب حرکت کند. پس مورچه باید حداقل روی دو سطح مجاور مکعب مستطیل حرکت کند. حال اگر دو سطح مجاور را که بر هم عمودند، در کنار هم قرار دهیم، مورچه برای این که کوتاه‌ترین مسافت را طی کند، باید روی قطر مستطیل به وجود آمده حرکت کند. برای سه حالت ممکن داریم:

$$\sqrt{(20+40)^2 + 8^2} = 100 \text{ cm}$$

$$\sqrt{(40+60)^2 + 8^2} = 128 \text{ cm}$$

$$\sqrt{(60+80)^2 + 4^2} = 145/6 \text{ cm}$$



پس کوتاه‌ترین مسافتی که مورچه می‌تواند طی کند 100 cm است.