**ممان اینرسی**

در این جزوه ابتدا ممان اینرسی و شعاع ژیراسیون تعریف شده و در ادامه قضیه محورهای موازی توضیح داده خواهد شد.

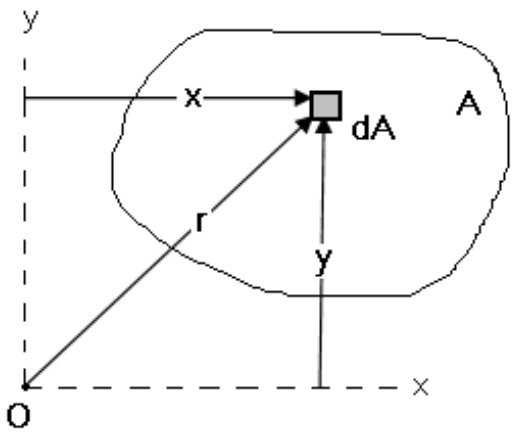
سطح A در صفحه xy را در نظر می‌گیریم (شکل ۱). **ممان اینرسی** یا ممان دوم سطح A نسبت به محورهای x و y عبارتند از:

$$I_x = \int y^2 dA \qquad I_y = \int x^2 dA$$

در این روابط انتگرالها روی سطح A محاسبه می‌شوند. ممان اینرسی در واقع نحوه توزیع یک سطح نسبت به یک محور را نشان می دهد. به عبارت دیگر، از بین دو شکل با سطح مقطع یکسان، شکلی که فاصله‌اش از یک محور بیشتر باشد، ممان اینرسیش نسبت به آن محور نیز بیشتر خواهد بود.

ممان اینرسی سطح A نسبت به نقطهO (یا نسبت به محور z گذرا از O) نیز برابر است با:

$$I_z = \int r^2 dA$$




شکل ۱- محاسبه ممان اینرسی

ممان اینرسی‌های $I_x$ و $I_y$ را ممان اینرسی‌های **مستطیلی** و $I_z$ را ممان اینرسی **قطبی** می‌نامند. ممان اینرسی قطبی نیز در واقع نشان دهنده چگونگی توزیع سطح نسبت به یک نقطه است. رابطه بین ممان اینرسی-های مذکور به صورت زیر است:

$$I_z = I_x + I_y$$

**شعاع ژیراسیون:** شعاع ژیراسیون سطح A نسبت به محورهای x و y و نقطه O را با استفاده از روابط زیر می-توان بدست آورد:

$$k_x = \sqrt{I_x/A} \qquad k_y = \sqrt{I_y/A} \qquad k_z = \sqrt{I_z/A}$$

رابطه بین شعاع ژیراسیون‌ها بصورت مقابل است: $k_z^2 = k_x^2 + k_y^2$

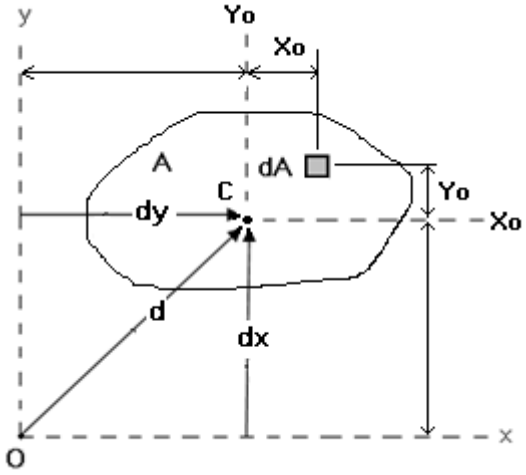
## قضیه محورهای موازی

قضیه محورهای موازی (قضیه انتقال محورها) یک قضیه مهم، کاربردی و مفید در بحث ممان اینرسی است. با استفاده از این قضیه ممان اینرسی یک سطح نسبت به یک محور **غیر مرکزی** (محوری که از مرکز سطح نمی-گذرد) را بر حسب ممان اینرسی آن سطح نسبت به یک محور **مرکزی** و موازی با محور غیر مرکزی می‌توان بیان کرد (شکل ۲). رابطه مزبور به صورت زیر است:

$$I_x = \bar{I}_x + Ad_x^2$$

$$I_y = \bar{I}_y + Ad_y^2$$

$$I_z = \bar{I}_z + Ad^2$$




شکل ۲- قضیه محورهای موازی

به عبارت دیگر ممان اینرسی نسبت به یک محور غیر مرکزی، برابر است با ممان اینرسی نسبت به محور مرکزی موازی با آن، به علاوه (مساحت سطح مورد نظر ضربدر فاصله دو محور به توان دو).

**نکته**: قضیه محورهای موازی برای شعاع‌های ژیراسیون نیز به کار می‌رود. به صورت مقابل:

$$k^2 = \bar{k}^2 + d^2$$