

به نام آن که عالم را به پا کرد
گروهی را ذلیل و باربر کرد
ز حکمت خاک بر فرق گدا ریخت
دبنگی بی هنر را کرد مالک
به ملک او یکی از پرخوری مرد
جهان را موقع تسهیم و تقسیط

یکی را خان یکی را میرزا کرد
در این قسمت شتر را مثل خر کرد
به جیب اغنیا پول طلا ریخت
به راهش برزگر را ساخت هالک
یکی با کندن جان، نان جو خورد
مرکب کرد از افراط و تفریط
شادروان بقایای نائینی

آزمون تئوری چهارم (نظریه گراف)

پنجشنبه 16 آبان 1392 - 3 ساعت

(40 نمره)

پرسش نخست : پوشش دایره‌ای

یک پوشش دایره‌ای از گراف دلخواه G ، زیر مجموعه‌ی A از دورهای G است به طوری که به ازای هر یال از G حداقل یک دور در مجموعه‌ی A وجود داشته باشد که آن را می‌پوشاند.

به یک پوشش دایره‌ای B از G به طوری که به ازای هر یال از G دقیقاً k دور در B وجود داشته باشد که شامل آن می‌شود، پوشش دایره‌ای k -زیبا می‌گوییم.

به یک پوشش دایره‌ای C از G به طوری که به ازای هر یال از G حداکثر k دور در C وجود داشته باشد که شامل آن می‌شود، پوشش دایره‌ای k -جالب می‌گوییم.

الف) شرط لازم کافی برای G پیدا کنید که پوشش دایره‌ای داشته باشد. (5 نمره)

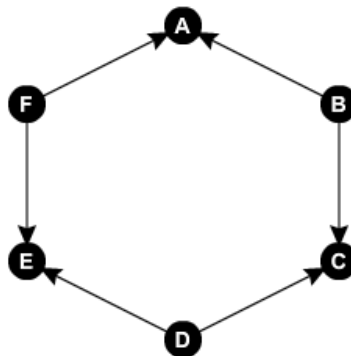
ب) شرط لازم و کافی برای G پیدا کنید که پوشش دایره‌ای 1-زیبا داشته باشد. (10 نمره)

پ) ثابت کنید اگر در گراف G یک پوشش دایره‌ای 2-جالب وجود داشته باشد، حتماً یک پوشش 2-زیبا نیز وجود دارد. (25 نمره)
توجه : عضو تکراری در پوشش دایره‌ای قابل قبول است.

(30 نمره)

پرسش دوم : دور عجیب

ثابت کنید در هر گراف جهت دار D با n راس و حداقل $4n$ یال، یک دور وجود دارد که جهت یال‌های آن یکی در میان تغییر می‌کند. (یکی در میان رو به عقب و جلو) به شکل توجه کنید :



شکل 1: مثال از یک دور مطلوب

(20 نمره)

پرسش سوم : تقسیمات یالی

ثابت کنید یال‌های هر گراف زوج یالی را می‌توان به مسیرهای 2 تایی (یا دو یال) افراز کرد.