

و مقدار آن همان پتانسیل روی سطح است. به این ترتیب سهم پسته بزرگ کروی در اختلاف $V(R) - V(r)$ صفر است. آنچه باقی می ماند محاسبه اختلاف فقط با در نظر گرفتن کره کوچک است. برای تمام نقاط خارجی کره کوچک، می توان آن را یک بار نقطه ای در نظر گرفت و اختلاف پتانسیل را با بهره گیری از معادله (۱۹) به دست آورد:

$$V(R) - V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right)$$

این رابطه، اختلاف پتانسیل کره داخلی و پسته خارجی را به دست می دهد. توجه داشته باشید که در اینجا اختلاف پتانسیل مستقل از مقدار بار Q روی پسته خارجی است. اگر بار q مثبت باشد، اختلاف پتانسیل همواره منفی است، که نشان می دهد پسته خارجی همواره در پتانسیل کمتری قرار دارد. اگر بار مثبت بتواند بین دو کره جریان یابد، همواره از پتانسیل بالاتر به پتانسیل پایینتر جاری می شود، یعنی از کره داخلی به کره خارجی، بدون توجه به اینکه در هر زمان چه مقدار بار روی سطح پسته کروی خارجی قرار دارد.

پرسشها

۱. آیا می توانیم پتانسیل زمین را به جای صفر، $+10^6V$ اختیار کنیم؟ این فرض چه تاثیری در مقادیر اندازه گیری شده به (الف) پتانسیلها و (ب) اختلاف پتانسیلها خواهد داشت؟
۲. اگر روی یک تکیه گاه عایق بندی شده قرار داشتید و پتانسیل شما نسبت به زمین به اندازه $10^6 kV$ افزایش می یافت، چه اتفاقی می افتاد؟
۳. چرا اغلب الکترون-ولت یکای انرژی مناسبتری از ژول است؟
۴. چگونه پروتون-ولت را با الکترون-ولت مقایسه می کنید؟ جرم پروتون 1840 برابر جرم الکترون است.
۵. الکترونها به نواحی با پتانسیل بالا می روند یا پتانسیل پایین؟
۶. آیا برای انتقال بار الکتریکی از نقطه ای به نقطه دیگر در یک میدان الکتروستاتیکی مقدار کار مورد نیاز به ازای واحد بار به مقدار بار انتقال یافته بستگی دارد؟
۷. اختلاف پتانسیل چه تفاوتی با اختلاف انرژی پتانسیل دارد؟ مثالهایی بیاورید که در آنها هر اصطلاح به صورت صحیح به کار رفته است.
۸. مجموع انرژی کلیه الکترونهايي که در مدت یک ثانیه به صفحه یک نوسان نمای پرتو کاندی برخورد می کنند را برآورد کنید.

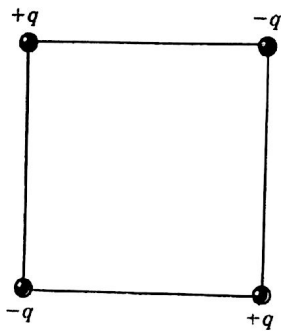
۹. چرا می توان یک اتاق را در برابر نیروهای الکتریکی حفاظت کرد؟
۱۰. فرض کنید زمین بار خالصی دارد که برابر صفر نیست. چرا می توان زمین را به عنوان نقطه مرجع استاندارد پتانسیل اختیار کرد؟
۱۱. به آن پتانسیل $V = 0$ را نسبت دهیم؟ آیا ممکن است بین دو رسانایی که بارهای هم علامت به مقدار مساوی دارند اختلاف پتانسیلی وجود داشته باشد؟
۱۲. مثالهایی را مطرح کنید که در آن علامت پتانسیل یک جسم باردار مخالف علامت بار مربوط به آن جسم باشد.
۱۳. آیا دو سطح هم پتانسیل متفاوت می توانند یکدیگر را قطع کنند؟
۱۴. یک کارگر برق کار به طور تصادفی دچار برق گرفتگی شد و در گذشتن و روزنامه ای در مورد این حادثه چنین نوشت: "او بر حسب تصادف کامل ولتاژ بالا را لمس کرد و $200000V$ برق از بدنش عبور کرد." این گزاره را نقد کنید.
۱۵. به کوهنوردان گرفتار آذرخش و توفانهای تندری توصیه می شود که (الف) به سرعت از قله ها و ستیغها فاصله بگیرند و (ب) هر دو را کنار هم قرار دهند و در فضای باز خم شوند تا فقط پاهای آنها زمین در تماس باشد. اساس این توصیه خوب چیست؟
۱۶. اگر E در نقطه ای برابر صفر باشد، آیا لازم است که V هم در آن نقطه برابر صفر باشد؟ برای اثبات پاسخ خود مثال بیاورید.
۱۷. اگر E را تنها در یک نقطه بدانید، آیا می توانید V را در آن نقطه محاسبه کنید؟ اگر پاسخ شما منفی است، چه اطلاعات بیشتری لازم دارید؟
۱۸. در شکل ۱۶، میدان الکتریکی E در طرف چپ شکل بیشتر است یا در طرف راست آن؟
۱۹. آیا قرص نارسانای مثال ۹ که به صورت یکنواخت باردار شده یک سطح با پتانسیل ثابت است؟ توضیح دهید.
۲۰. دیدیم که در داخل یک رسانای توخالی، از میدانهای ناشی از بارهای خارجی مصون هستیم. اگر در خارج یک رسانای توخالی که حاوی مقداری بار است از میدان ناشی از این بارها حفاظت شده ایم درباره جواب مثبت یا منفی خود توضیح دهید.
۲۱. آیا اگر سطح یک رسانای باردار یک سطح هم پتانسیل باشد، به معنی آن است که توزیع بار روی سطح آن یکنواخت است؟ اگر اندازه میدان الکتریکی روی سطح یک رسانای باردار ثابت باشد، به معنی آن است که توزیع بار روی آن سطح یکنواخت است؟

۳۲. یک کره فلزی بدون بار از یک نخ ابریشمی آویزان و در داخل یک میدان الکتریکی خارجی یکنواخت قرار دارد. اندازه شدت میدان الکتریکی برای نقاط داخل کره چقدر است؟ آیا اگر کره حامل باری باشد جوابهای شما تغییر خواهد کرد؟

مسئله‌ها

بخش ۳۰-۲ انرژی پتانسیل الکتریکی

- در مدل کوارکی ذرات بنیادی، پروتون از سه کوارک: دو کوارک "بالا"، که بار هر کدام $+\frac{2}{3}e$ و یک کوارک "پایین" با بار $-\frac{1}{3}e$ تشکیل شده است. فرض کنید سه کوارک در فاصله مساوی از یکدیگر قرار داشته باشند. فاصله بین آنها را $10^{-15} \times 1.32$ m در نظر بگیرید و (الف) انرژی پتانسیل برهم‌کنش بین دو کوارک "بالا" و (ب) انرژی پتانسیل الکتریکی کل این مجموعه را محاسبه کنید.
- رابطه‌ای برای کار مورد نیاز یک عامل خارجی برای قراردادن چهار بار الکتریکی به صورت نشان داده شده در شکل ۲۵ به دست آورید. طول هر ضلع مربع a است.



شکل ۲۵. مسئله ۲.

۳. یک دهه پیش از آنکه اینشتین نظریه نسبیت خود را منتشر کند، جی. جی. تامسون مطرح کرد که الکترون ممکن است از اجزای کوچکی تشکیل یافته باشد و جرم الکترون ناشی از برهم‌کنش الکتریکی اجزای آن است. علاوه بر آن، او پیشنهاد کرد که انرژی الکترون برابر با mc^2 است. با بهره‌گیری از روش زیر جرم الکترون را تقریباً برآورد کنید: فرض کنید الکترون از سه جزء کاملاً یکسان تشکیل شده است که آنها را از بی‌نهایت آورده و در سه رأس یک مثلث متساوی‌الاضلاع که هر ضلع آن برابر با شعاع کلاسیک الکترون یعنی $10^{-15} \times 2.82$ m است قرار داده‌ایم. (الف) انرژی پتانسیل الکتریکی کل این مجموعه را تعیین کنید. (ب) مقدار را بر c^2 تقسیم و نتیجه حاصل را با مقدار پذیرفته‌شده جرم الکترون (9.11×10^{-31} kg) مقایسه کنید.

۲۲. در بخش $30-10$ یادآور شدیم باری که به‌داخل یک رسانای منزوی منتقل شود، بدون توجه به اینکه چقدر بار روی سطح خارجی آن قرار دارد کاملاً به سطح خارجی انتقال می‌یابد. آیا می‌توان این کار را برای همیشه ادامه داد؟ اگر نمی‌شود، چه عاملی مانع از آن است؟

۲۳. چرا یک اتم منزوی نمی‌تواند گشتاور دو قطبی الکتریکی دائمی داشته باشد؟

۲۴. یونها و الکترونها مانند مراکز چگالش عمل می‌کنند؛ یعنی در هوا قطرات ریز آب در اطراف آنها شکل می‌گیرند. بگویید چرا؟

۲۵. اگر V در سراسر ناحیه‌ای از فضا ثابت باشد، درباره E در آن ناحیه چه می‌توانید بگویید؟

۲۶. در فصل ۱۶ دیدیم که شدت میدان گرانشی در داخل یک پوسته کروی ماده برابر صفر است. شدت میدان الکتریکی نه تنها در داخل یک رسانای باردار کروی منزوی صفر است بلکه در داخل هر رسانای منزوی با هر شکلی صفر است. آیا شدت میدان گرانشی در داخل، مثلاً یک پوسته مکعبی از ماده صفر است؟ اگر صفر نیست، چرا مقایسه کامل میدانها ممکن نیست؟

۲۷. چگونه می‌توانید اطمینان یابید که پتانسیل الکتریکی در ناحیه مشخصی از فضا مقداری ثابت است؟

۲۸. سه بار نقطه‌ای، که در فاصله محدودی از یکدیگر قرار گرفته‌اند را طوری مرتب کنید که انرژی پتانسیل الکتریکی آن صفر باشد.

۲۹. باری روی یک رسانای عایق‌بندی شده به شکل مکعب کامل دارد. چگالی نسبی بار در نقاط مختلف روی مکعب (سطوح، یالها و کنجها) چگونه است؟ اگر مکعب در هوا باشد چه بر سر بار خواهد آمد؟

۳۰. دیدیم (بخش $30-10$) که پتانسیل در داخل یک رسانا مانند پتانسیل در سطح آن است. (الف) اگر رسانا شکل نامنظمی داشته باشد و کاواک داخل آن نیز نامنظم باشد چه اتفاقی خواهد افتاد؟ (ب) اگر کاواک با یک "سوارخ کرم‌خوردگی" کوچک به خارج وصل شود چه خواهد شد؟ (ج) اگر کاواک بسته باشد ولی یک بار نقطه‌ای در داخل معلق باشد چه خواهد شد؟ در مورد پتانسیل داخل ماده رسانا و در نقاط مختلف درون کاواکها بحث کنید.

۳۱. یک پوسته رسانای کروی عایق‌بندی شده حامل مقداری بار منفی است. اگر یک جسم فلزی که حامل بار مثبت است در تماس با جدار داخلی پوسته قرار گیرد چه اتفاقی می‌افتد؟ سه مورد زیر را که در آن اندازه بار مثبت (الف) کمتر از بار منفی (ب) برابر بار منفی و (ج) بیشتر از بار منفی است بررسی کنید.

دوب کردن سطح استفاده می‌کردیم. چقدر سطح را در 90° دوب می‌کردیم؟
 ۸. اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه تخلیه در یک آذرین‌شعاع
 معین $10^{17} \times 23$ است. اندازه تغییر در انرژی پتانسیل الکتریکی
 الکترونی که بین دو نقطه جاهه‌جا می‌شود چقدر است؟ جوابهای خود
 را بر حسب (الف) ژول و (ب) الکترون-ولت بیان کنید.

۹. (الف) یک الکترون باید در چه اختلاف پتانسیلی سقوط کند، تا
 با توجه به مکانیک نیوتونی سرعت، v ، آن برابر با سرعت نور، c ،
 شود؟ (ب) وقتی $c \rightarrow v$ مکانیک نیوتونی با شکست مواجه می‌شود
 بنابراین با بهره‌گیری از رابطه صحیح نسبیتی برای انرژی جنبشی
 (معادله ۲۷) فصل (۲۱)

$$K = mc^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - 1 \right]$$

به جای عبارت نیوتونی $K = \frac{1}{2}mv^2$ ، سرعت واقعی الکترون را پس
 از سقوط در اختلاف پتانسیل قسمت (الف) تعیین کنید. این سرعت
 را به صورت کسر مناسبی از سرعت نور بیان کنید.

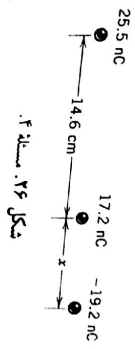
۱۰. الکترونی با سرعت اولیه $1.05 \text{ mm/s} \times 10^{24}$ مستقیماً به‌طول
 یوتونی که در حال سکون است پرتاب می‌شود. اگر فاصله الکترون از
 پروتون در ابتدا زیاد باشد، در چه فاصله‌ای از پروتون سرعت لفظی
 آن دو برابر سرعت اولیایش خواهد شد؟

۱۱. ذره‌ای با بار q را در مکان ثابتی در نقطه P نگه‌داشته‌ایم و ذره
 دیگری به جرم m را که حامل همان بار q است ابتدا در حالت
 سکون در فاصله r_1 از نقطه P نگه می‌داریم. سپس ذره دوم را با
 می‌کنیم و ذره اول آن را دفع می‌کنیم. سرعت ذره دوم را در لفظی
 که در فاصله r_2 از P قرار دارد معین کنید. فرض کنید $q = 3.1 \times 10^{-18} \text{ C}$
 $m = 1.8 \text{ mg}$ و $r_1 = 9.0 \text{ mm}$ و $r_2 = 5.0 \text{ mm}$.

۱۲. (الف) پتانسیل الکتریکی که هسته اتم هیدروژن در فاصله r بیابان
 الکترونی که گرد آن می‌چرخد $11 \text{ m} \times 10^{-11} \times 5.29 \text{ eV}$ ، (ب) انرژی
 پتانسیل الکتریکی اتم وقتی الکترون در این فاصله قرار دارد و (ج) انرژی
 جنبشی الکترون را، با فرض اینکه مدار الکترون دایره‌ای با این شعاع
 به مرکز هسته است، محاسبه کنید. (د) برای یونش اتم هیدروژن چقدر
 انرژی لازم است؟ تمام انرژیها را بر حسب الکترون-ولت بیان کنید.
 ۱۳. فرض می‌کنیم ذره‌ای با بار "مثبت" Q در مکان ثابت P قرار
 دارد. ذره دومی به جرم m و بار (منفی) $-q$ با سرعتی ثابت در
 دایره‌ای به شعاع r_1 و به مرکز P در حال حرکت است. رابطه‌ای برای

۹۸ پتانسیل الکتریکی

اگر تعداد اجزا را بیشتر بگیریم نتیجه بهتر می‌شود. امروزه الکترون را
 به عنوان یک ذره تقسیم‌شدنی در نظر می‌گیریم.
 ۴. بارها در شکل ۲۶ در مکان ثابتی قرار دارند. فاصله x را چنان
 تعیین کنید که انرژی پتانسیل الکتریکی این مجموعه برابر با صفر شود.



۵. شکل ۲۷ نمایش ایده‌آلی از یک هسته اورانیوم ${}^{238}\text{U}$ ($Z = 92$)
 را در راستای شکافت نشان می‌دهد. (الف) نیروی دافعه وارد بر هر یک
 از شکافت‌ها را و (ب) انرژی پتانسیل الکتریکی متقابل دو شکافت
 باره را محاسبه کنید. فرض کنید که شکافت‌ها بارها از نظر اندازه و بار
 یکسان و هر دو کروی و تماس با یکدیگر باشند. شعاع هسته اورانیوم در
 ابتدا کروی ${}^{238}\text{U}$ برابر با $7.8 \times 10^{-15} \text{ m}$ فرض کنید ماده هسته‌ای
 چگالی ثابتی داشته باشد.

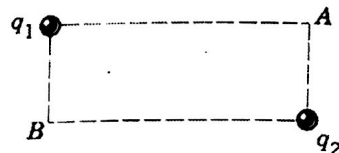
شکل ۲۷. مسئله ۵.

بخش ۳۳۰ پتانسیل الکتریکی

۶. اختلاف پتانسیل دو سطح تخت رسانای موازی که در فاصله
 $d = 1.0 \text{ cm}$ از یکدیگر قرار دارند، ΔV برابر 327 V است.
 الکترونی از یکی از این دو صفحه مستقیماً به صفحه دیگر پرتاب
 می‌شود. اگر الکترون درست در زمان رسیدن به سطح دوم به حالت
 سکون در آید، سرعت اولیه الکترون به هنگام پرتاب چقدر بوده است؟
 از آثار نسبیتی چشم‌پوش کنید.
 ۷. در یک آذرین‌شعاع نوعی اختلاف پتانسیل بین نقاط تخلیه در حدود
 $10^{17} \times 10^6$ است و مقدار بارای که انتقال پیدا می‌کند در حدود 30 C
 است. (الف) در این آذرین‌شعاع چقدر انرژی آزاد می‌شود؟ (ب) اگر تمام
 انرژی آزاد شده را صرف شتاب‌دادن به یک اتمیومسپیل 1200 keV می‌کردیم
 سرعت نهایی آن چقدر می‌شد؟ (ج) اگر از این انرژی برای

کار W که یک عامل خارجی باید روی ذره دوم انجام دهد تا شعاع حرکت دایره‌ای حول P با r_2 افزایش یابد به دست آورید.

۱۴. در مستطیل شکل ۲۸، طول اضلاع 5.0 cm و 15 cm و بارها $q_1 = -5.0\ \mu\text{C}$ و $q_2 = +2.0\ \mu\text{C}$ است. (الف) پتانسیل الکتریکی در رأسهای A و B چقدر است؟ (ب) چه مقدار کار خارجی لازم است تا بار سومی $q_3 = +3.0\ \mu\text{C}$ را در امتداد قطر مستطیل از B به A ببریم؟ (ج) آیا در این فرایند کار خارجی به انرژی پتانسیل الکتروستاتیکی تبدیل شده است یا برعکس؟ توضیح دهید.



شکل ۲۸. مسئله ۱۴.

۱۵. سه بار $+122\text{ mC}$ روی سه رأس مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع 1.72 m قرار گرفته‌اند. اگر انرژی با آهنگ 831 وات تأمین شود، چند روز طول می‌کشد تا یکی از این بارها را وسط خطی که دویار دیگر را به هم متصل می‌کند ببریم؟

بخش ۳۰-۴ محاسبه پتانسیل از میدان

۱۶. یک ورقه باردار نامتناهی دارای چگالی بار $\sigma = 12\ \mu\text{C}/\text{m}^2$ است. سطوح هم‌پتانسیلی که اختلاف پتانسیل آنها 48 V است در چه فاصله‌ای از هم قرار دارند؟

۱۷. دو صفحه بزرگ رسانای موازی در فاصله 12.0 cm از هم قرار دارند و هر دو حامل بارهای مساوی و با علامت مخالف روی سطوحی هستند که مقابل هم قرار گرفته‌اند. بر الکترونی که در وسط دو صفحه قرار گرفته است نیروی $10^{-15}\text{ N} \times 390$ وارد می‌شود. (الف) شدت میدان الکتریکی را در محل الکترون معین کنید. (ب) اختلاف پتانسیل بین صفحات چقدر است؟

۱۸. در آزمایش قطره روغن میلیکان (نگاه کنید به بخش ۲۸-۶)، یک میدان الکتریکی ثابت $1.92 \times 10^5\text{ N/C}$ بین دو صفحه که در فاصله 1.5 cm از هم قرار دارند برقرار است. اختلاف پتانسیل بین صفحات را به دست آورید.

۱۹. یک شمارگر گایگر دارای یک استوانه فلزی به قطر 1.0 cm است که در امتداد محور آن رشته سیمی به قطر $10^{-4}\text{ cm} \times 34$ کشیده شده است. اگر پتانسیل 855 V بین آنها اعمال شود، شدت

میدان الکتریکی را در سطح (الف) سیم و (ب) استوانه معین کنید. (راهنمایی: از نتیجه مسئله ۳۶، فصل ۲۹ استفاده کنید.)
۲۰. میدان الکتریکی در داخل یک کره نارسا به شعاع R که چگالی بار در آن یکنواخت است، شعاعی و دارای اندازه برابر مقدار زیر است با

$$E(r) = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

که در آن q کل بار هر موجود در کره و r فاصله نقطه مورد نظر از مرکز کره است. (الف) پتانسیل $V(r)$ را در داخل کره معین کنید، فرض کنید که در $r = 0$ داشته باشیم $V = 0$. (ب) اختلاف پتانسیل الکتریکی بین یک نقطه روی سطح و مرکز کره چقدر است؟ اگر بار q مثبت باشد، کدام نقطه در پتانسیل بالاتری قرار دارد؟ (ج) نشان دهید که برای $r < R$ ، پتانسیل در فاصله r از مرکز از رابطه زیر به دست می‌آید

$$V = \frac{q(3R^2 - r^2)}{8\pi\epsilon_0 R^2}$$

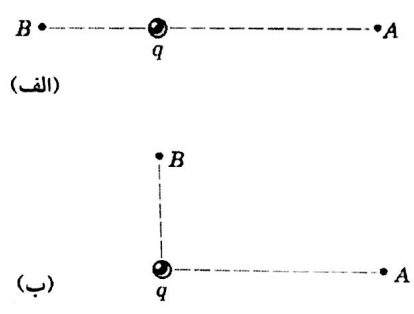
که در آن پتانسیل صفر را در $r = \infty$ اختیار کرده‌ام. چرا این نتیجه با آنچه در قسمت (الف) به دست آمد تفاوت دارد؟

بخش ۳۰-۵ پتانسیل ناشی از یک بار نقطه‌ای

۲۱. هسته طلا حاوی بار مثبت برابر با بار 79 پروتون است و شعاع آن 7.0 فرمی است؛ مثال ۶ را ببینید. ذره آلفایی (که از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شده است) در فاصله‌های بسیار دور از هسته طلا دارای انرژی جنبشی K است و مستقیماً به سمت آن حرکت می‌کند. ذره آلفا با سطح هسته طلا تماس می‌شود و جهت سرعت آن تغییر می‌کند. (الف) انرژی جنبشی K را محاسبه کنید. (ب) انرژی واقعی ذره آلفایی که در آزمایش رادرفورد و همکارانش مورد استفاده قرار گرفت و به کشف مفهوم اتم دارای هسته انجامید برابر 5.0 MeV بود از این موضوع چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

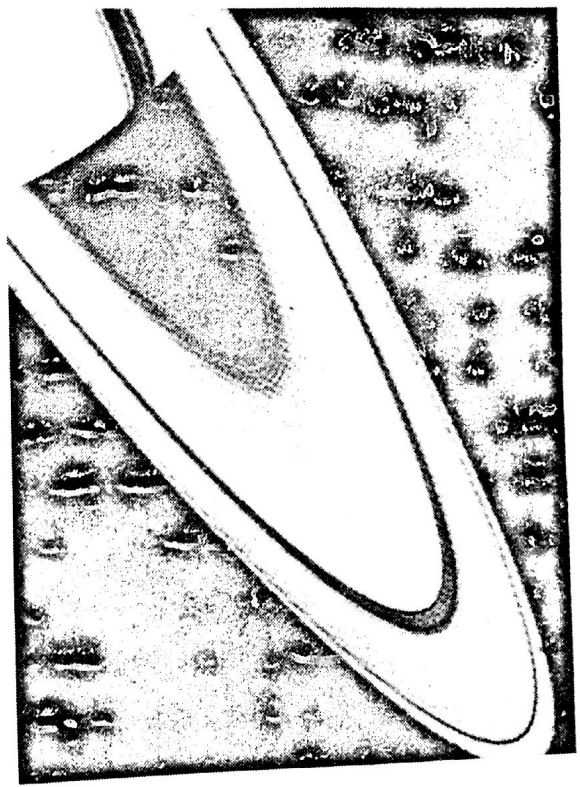
۲۲. سرعت فرار الکترون را از سطح یک کره دارای بار یکنواخت به شعاع 1.22 cm و بار کل $10^{-15}\text{ C} \times 176$ محاسبه کنید. از نیروهای گرانشی چشم‌پوش کنید.

۲۳. یک بار نقطه‌ای $q = +1.6\ \mu\text{C}$ داریم. نقطه A را در فاصله 2.06 m از آن و نقطه B را در فاصله 1.7 m در طرف دیگر آن، مطابق شکل ۲۹ الف، در نظر بگیرید. (الف) اختلاف پتانسیل $V_A - V_B$ را معین کنید. (ب) همین کار برای وقتی که نقاط A و B در محل نشان داده شده در شکل ۲۹ ب قرار گرفته‌اند تکرار کنید.



شکل ۲۹. مسئله ۲۳.

۲۴. بخش اعظم موادی که حلقه‌های زحل را تشکیل می‌دهند (نگاه کنید به شکل ۳۰) ذرات غبار بسیار ریز با شعاعهای از مرتبه 10^{-6} m هستند. این دانه‌های ریز در ناحیه‌ای قرار دارند که حاوی گاز یونیده رقیق است و این ذرات الکترونهاى اضافی را جمع می‌کنند. اگر پتانسیل الکتریکی در سطح این دانه‌ها برابر 4000 V- باشد، آنها چند الکترون اضافی جمع کرده‌اند؟



شکل ۳۰. مسئله ۲۴.

۲۵. وقتی یک فضایما در ناحیه‌ی حاوی گاز یونیده رقیق در یون سپهرزمین حرکت می‌کند، پتانسیل آن قبل از اینکه یک دور کامل بزند، نوعاً به اندازه 10^6 V- تغییر می‌کند. با فرض اینکه فضایما کره‌ای به شعاع 10^6 m باشد، مقدار بار گردآوری شده را برآورد کنید.

۲۶. ذره‌ای به جرم m ، بار $q > 0$ ، و انرژی جنبشی اولیه K (از "بی‌نهایت") به طرف یک هسته سنگین با بار Q ، که فرض می‌کنیم

در دستگاه مختصات ثابت است، پرتاب می‌شود. (الف) اگر هر دو "کامل" باشد، وقتی که ذره پرتابه به صورت لحظه‌ای متوقف می‌شود فاصله آن از مرکز هسته چقدر است. (ب) برای یک هدف نامرئی مشخص کمترین فاصله ذره از هسته دو برابر فاصله‌ای است که بخش (الف) مشخص کردیم. سرعت ذره پرتابه را در این نزدیکترین فاصله از مرکز هسته معین کنید. فرض کنید که ذره به سطح نمی‌رسد.

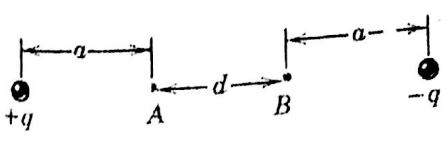
۲۷. یک قطره کروی آب حامل بار $32 \mu\text{C}$ و پتانسیل سطحی 512 V است. (الف) شعاع قطره چقدر است؟ (ب) اگر دو تا از این قطره‌ها به هم ملحق شوند و تشکیل یک قطره کروی بدهند، پتانسیل در سطح این قطره جدید چقدر است؟

۲۸. فرض کنید که بار منفی موجود در یک سکه مسی را برداریم به فاصله بسیار دوری از زمین منتقل کنیم - شاید به یک کهکشان دوردست - و بار مثبت آن را به طور یکنواخت روی سطح زمین توزیع کنیم. پتانسیل الکتریکی در سطح زمین چه تغییری خواهد کرد؟ (مثال ۲ فصل ۲۷ را ببینید.)

۲۹. در نزدیکی سطح زمین اغلب یک میدان الکتریکی با شدت تقریبی 10^6 V/m مشاهده می‌شود. اگر این میدان در تمامی سطح زمین یکسان باشد، پتانسیل الکتریکی در یک نقطه روی سطح زمین چقدر می‌شود؟ نگاه کنید به مثال ۶.

بخش ۳۰-۶ پتانسیل ناشی از مجموعه‌ای از بارهای نقطه‌ای
۳۰. مولکول آمونیاک NH_3 دارای یک گشتاور دوقطبی الکتریکی دائمی به مقدار 1.47 D است، که در آن D یکای دبی و مقدار آن $3.34 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$ است. پتانسیل الکتریکی ناشی از مولکول آمونیاک را در نقطه‌ای به فاصله 52 nm از مرکز دوقطبی و روی محور آن محاسبه کنید.

۳۱. (الف) در شکل ۳۱ رابطه‌ای برای پتانسیل $V_A - V_B$ به دست آورید. (ب) آیا جوابی را که به دست آورده‌اید در حالت‌های زیر جواب مورد انتظار شما را می‌دهند: وقتی $d = 0$ ؟ وقتی $a = 0$ ؟ وقتی $q = 0$ ؟



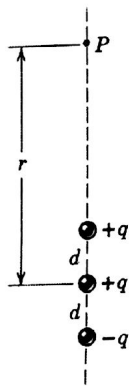
شکل ۳۱. مسئله ۳۱.

دهیم؟ (ج) وقتی بار سوم در جای خود قرار گرفت، انرژی پتانسیل U این پیکربندی چقدر است؟

۳۵. برای مجموعه بارهای الکتریکی شکل ۳۵ نشان دهید که پتانسیل $V(r)$ برای نقاط روی محور قائم، با فرض اینکه $d \gg r$ باشد، از رابطه زیر به دست می‌آید

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \left(1 + \frac{2d}{r} \right)$$

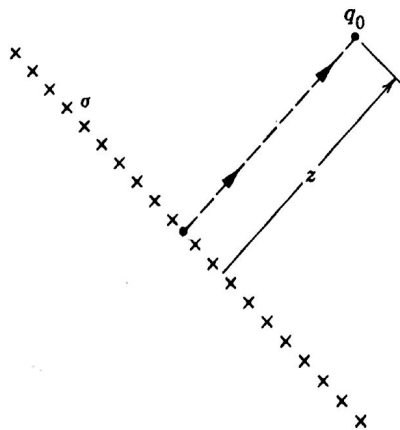
(راهنمایی: این پیکربندی بار را می‌توان مجموعه یک‌بار منزوی و یک دوقطبی در نظر بگیریم.)



شکل ۳۵. مسئله ۳۵.

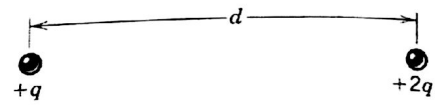
بخش ۳۰-۷ پتانسیل الکتریکی توزیعیهای پیوسته بار

۳۶. شکل ۳۶ مقطع یک ورقه "نامتناهی" از بار مثبت با چگالی σ را نشان می‌دهد. (الف) وقتی یک بار آزمون کوچک مثبت q را از یک محل اولیه‌اش در روی ورقه به محل نهایی که در فاصله عمودی z از ورقه قرار دارد می‌بریم، میدان الکتریکی چه مقدار کار انجام می‌دهد؟ (ب) با استفاده از نتایج قسمت (الف) نشان دهید که پتانسیل



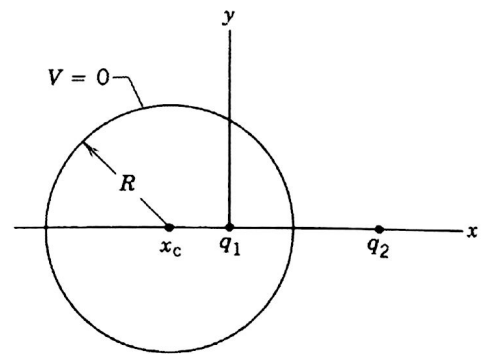
شکل ۳۶. مسئله ۳۶.

۳۲. در شکل ۳۲ محل نقاطی را مشخص کنید که (الف) در آنجا $V = 0$ و (ب) در آنجا $E = 0$ ، البته در صورتی که چنین نقاطی وجود داشته باشند. فقط روی محور را در نظر بگیرید.



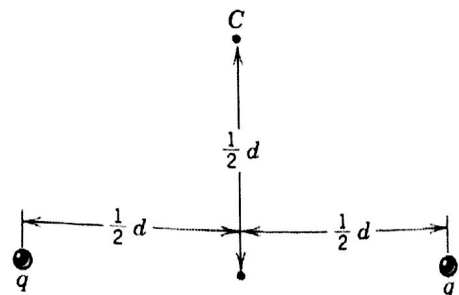
شکل ۳۲. مسئله ۳۲.

۳۳. بار نقطه‌ای $q_1 = +6e$ در مبدأ یک دستگاه مختصات راستگوشه قرار گرفته است و یک بار الکتریکی نقطه‌ای دیگر $q_2 = -10e$ در نقطه $x = 9.60 \text{ nm}$ و $y = 0$ قرار دارد. مکان هندسی تمام نقاطی از صفحه xy با $V = 0$ ، مطابق شکل ۳۳، دایره‌ای است که مرکز آن روی محور x است. پیدا کنید (الف) محل x_c یعنی مرکز دایره و (ب) شعاع R دایره. (ج) آیا سطح هم‌پتانسیل $V = 5V$ نیز یک دایره است؟



شکل ۳۳. مسئله ۳۳.

۳۴. دو بار نقطه‌ای $q = +2.13 \mu\text{C}$ در فضا در فاصله $d = 1.96 \text{ cm}$ از یکدیگر، مطابق شکل ۳۴، ثابت شده‌اند. (الف) پتانسیل الکتریکی در نقطه C چقدر است؟ (ب) بار سومی به مقدار $Q = +1.91 \mu\text{C}$ را به آرامی از بی‌نهایت به نقطه C می‌آوریم. چقدر کار باید انجام



شکل ۳۴. مسئله ۳۴.

الکتریکی یک ورقه نامتناهی از بار را می توان به صورت زیر نوشت

$$V = V_0 - \left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \right) z$$

که در آن V_0 پتانسیل در سطح ورقه است.

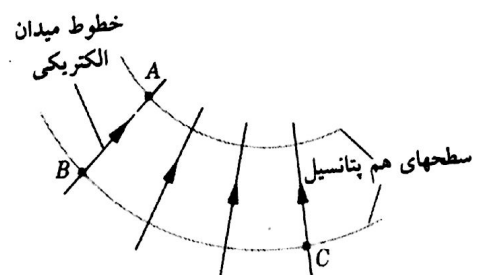
۳۷. بار الکتریکی 9.12 nC را به طور یکنواخت روی حلقه ای به شعاع 1.48 m که در صفحه yz قرار گرفته و مرکزش مبدأ مختصات است توزیع می کنیم. ذره ای که حامل بار 5.93 pC است روی محور x در $x = 3.07 \text{ m}$ قرار گرفته است. کار یک عامل خارجی را برای آوردن این بار نقطه ای به مبدأ مختصات محاسبه کنید.

۳۸. بار مثبت Q را روی یک طوق دایره ای تخت نارسانا به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b توزیع کرده ایم. این بار چنان توزیع شده است که چگالی بار (بار بر واحد سطح) آن از رابطه $\sigma = k/r^3$ به دست می آید که در آن r فاصله هر نقطه از مرکز طوق است. نشان دهید که پتانسیل در مرکز طوق برابر است با

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{a+b}{ab} \right)$$

بخش ۳۰-۸ سطوحی هم پتانسیل

۳۹. دو توزیع بار خطی به موازات محور z قرار گرفته اند. یکی از آنها، دارای بار $+\lambda$ در واحد طول است و در فاصله a در طرف راست محور قرار دارد. توزیع دوم، دارای بار $-\lambda$ در واحد طول است و در فاصله a در طرف چپ محور قرار دارد (این خطوط و محور z همه در یک صفحه قرار دارند). برخی از سطوحی هم پتانسیل را رسم کنید. ۴۰. در جابه جایی از نقطه A به نقطه B در امتداد یک خط میدان الکتریکی، میدان الکتریکی شکل ۳۷ مقدار $37 \text{ J} \cdot 10^{-11} \times 3.94$ کار روی یک الکترون انجام می دهد. اختلاف پتانسیل الکتریکی در حالت های زیر چقدر است؟ (الف) $V_B - V_A$ ، (ب) $V_C - V_A$ و (ج) $V_C - V_B$.



شکل ۳۷. مسئله ۴۰.

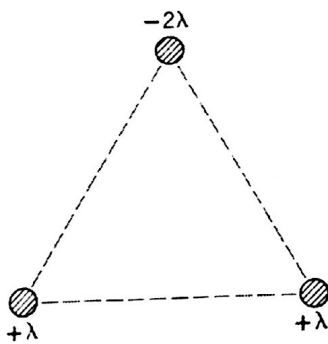
۴۱. بار نقطه ای $q = 1.5 \times 10^{-8} \text{ C}$ را در نظر بگیرید. (الف) شعاع سطح هم پتانسیل دارای پتانسیل 30 V چقدر است؟ (ب) آیا سطوحی که اختلاف پتانسیل آنها از یکدیگر مقدار ثابتی (مثلاً 10 V) است دارای فاصله مساوی هستند؟

۴۲. در شکل ۳۸ (الف) خطوط نیرو و (ب) فصل مشترک سطوحی هم پتانسیل با صفحه شکل را به صورت کیفی رسم کنید. (راهنمایی: رفتار را در نزدیکی هریک از دو بار و در فاصله های بسیار دور از آنها بررسی کنید).



شکل ۳۸. مسئله ۴۲.

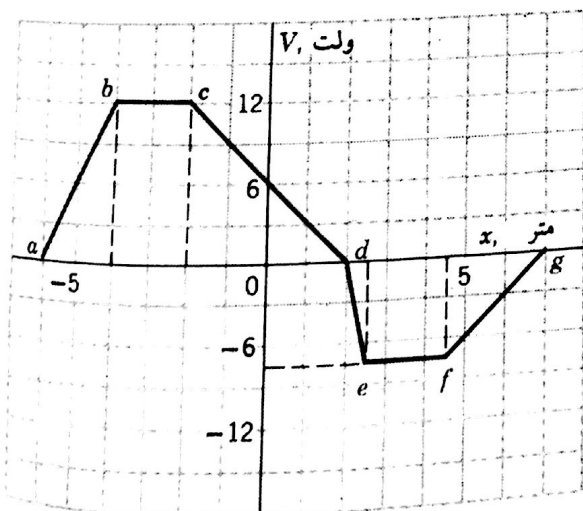
۴۳. سه خط بار موازی طویل دارای چگالی طولی بار نسبی نشان داده شده در شکل ۳۹ هستند. برخی از خطوط نیرو و تعدادی از فصل مشترک سطوحی هم پتانسیل با صفحه شکل را رسم کنید.



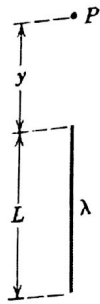
شکل ۳۹. مسئله ۴۳.

بخش ۳۰-۹ محاسبه میدان از پتانسیل

۴۴. فرض کنید که پتانسیل الکتریکی روی محور x مطابق نمودار شکل ۴۰ تغییر می کند. در بین بازه های نشان داده شده در این شکل

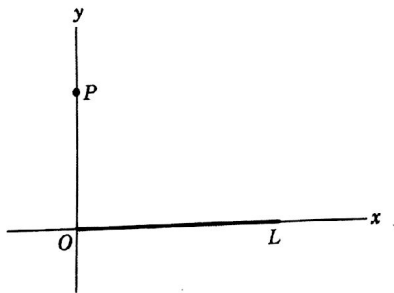


شکل ۴۰. مسئله ۴۴.



شکل ۴۱. مسئله ۵۰.

۵۱. روی میله نازکی به طول L که در امتداد محور x طوری قرار دارد که یک سر آن در مبدأ مختصات است ($x = 0$) شکل ۴۲، توزیع بار به ازای واحد طول به صورت $\lambda = kx$ وجود دارد، که در آن k مقداری ثابت است. (الف) با فرض اینکه پتانسیل الکتروستاتیکی در بی‌نهایت صفر باشد، پتانسیل V را در نقطه P روی محور y معین کنید (ب) مؤلفه قائم میدان الکتریکی، E_y را در نقطه P از نتیجه قسمت (الف) و به‌طور مستقیم محاسبه کنید. (ج) چرا نمی‌توان مؤلفه افقی میدان الکتریکی E_x در نقطه P را با بهره‌گیری از نتایج قسمت (الف) به‌دست آورد؟ (د) در چه فاصله‌ای از میله در امتداد محور y پتانسیل نصف پتانسیل الکتریکی در سر طرف چپ میله است؟



شکل ۴۲. مسئله ۵۱.

بخش ۱۰-۳۰ رسانای منزوی

۵۲. یک پوسته‌کروی رسانای نازک با شعاع خارجی 20 cm حامل بار $+3.0\ \mu\text{C}$ است. (الف) اندازه میدان الکتریکی E و (ب) پتانسیل V این توزیع بار را برحسب فاصله r از مرکز پوسته ترسیم کنید.

۵۳. دو کره رسانای ۱ و ۲ را به فاصله بسیار زیاد از یکدیگر در نظر بگیرید که قطر دومی دو برابر قطر اولی است. کره کوچکتر در آغاز حامل بار مثبت q است و کره بزرگتر بدون بار است. اکنون دو کره را با یک رشته سیم نازک و دراز به هم متصل کنید. (الف) پتانسیل‌های نهایی V_1 و V_2 دو کره چه رابطه‌ای با یکدیگر دارند؟ (ب) بارهای نهایی q_1 و q_2 روی دو کره را برحسب بار q تعیین کنید.

(از رفتار نقاط انتهایی بازه‌ها چشم‌پوشی کنید) بازه‌هایی را تعیین کنید که برای آنها E_x دارای (الف) بیشترین قدرمطلق و (ب) کمترین قدرمطلق است. (ج) E_x را برحسب x رسم کنید.

۴۵. دو صفحه فلزی بزرگ موازی که در فاصله 1.48 cm از هم قرار دارند حامل بارهای مساوی و مختلف‌العلامه روی سطوح مقابل هم هستند. صفحه منفی به زمین متصل شده است و پتانسیل آن را صفر می‌گیریم. اگر پتانسیل در وسط این دو صفحه برابر $+5.27\text{ V}$ باشد، میدان الکتریکی در این ناحیه چقدر است؟

۴۶. از معادله (۲۵) رابطه‌ای برای میدان E در نقاط روی محور یک حلقه دارای بار یکنواخت بار به‌دست آورید.

۴۷. شیب پتانسیل شعاعی را روی سطح هسته طلا، برحسب V/m محاسبه کنید. مثال ۶ را ببینید.

۴۸. مسئله ۴۹ فصل ۲۹ مربوط به محاسبه رادرفورد از میدان الکتریکی در فاصله r از مرکز یک اتم است. او پتانسیل الکتریکی را نیز به‌صورت زیر ارائه داد

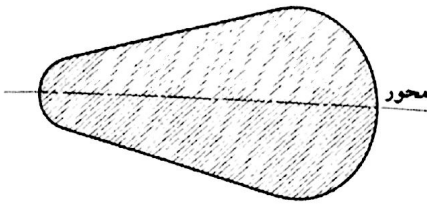
$$V = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{3}{2R} + \frac{r^2}{2R^3} \right)$$

(الف) نشان دهید که چگونه عبارت مربوط به میدان الکتریکی در مسئله ۴۹ فصل ۲۹ از رابطه مربوط به V به‌دست می‌آید. (ب) چرا به‌ازای $r \rightarrow \infty$ رابطه بالا برای V صفر نمی‌شود؟

۴۹. پتانسیل الکتریکی V در فضای بین صفحات یک لامپ تخلیه خاص که اکنون مهجور شده است از رابطه $V = 1530x^2$ به‌دست می‌آید، که در آن V برحسب ولت است اگر x ، فاصله بین نقطه مورد بررسی تا یکی از صفحات، برحسب متر باشد. مقدار و جهت میدان الکتریکی را در فاصله $x = 1.28\text{ cm}$ محاسبه کنید.

۵۰. بار λ به‌ازای واحد طول به‌طور یکنواخت روی پاره‌خط مستقیمی به طول L توزیع شده است. (الف) پتانسیل الکتریکی این توزیع را در نقطه P که به فاصله y از یک سر پاره‌خط و در امتداد آن قرار دارد (با فرض صفر بودن پتانسیل در بی‌نهایت) معین کنید (نگاه کنید به شکل ۴۱). (ب) با استفاده از نتیجه به‌دست آمده در قسمت (الف) مؤلفه y (در امتداد پاره‌خط) میدان الکتریکی در نقطه P را محاسبه کنید. (ج) مؤلفه میدان الکتریکی در راستای عمود بر پاره‌خط را در نقطه P تعیین کنید.

و خطوط نیروی آن را به طور تقریبی رسم کنید. برای انجام این کار از استدلال فیزیکی استفاده کنید و نه از تحلیل ریاضی.



شکل ۴۳. مسئله ۶۱.

۶۲. یک کره مسی به شعاع 1.8 cm دارای یک پوشش بسیار نازک نیکل است. برخی از اتمهای نیکل پرتوزا هستند و به هنگام واپاشی یک الکترون گسیل می‌دارند. نصف این الکترونها وارد کره مسی می‌شوند و هرکدام از آنها 10^5 eV انرژی در آنجا تخلیه می‌کنند. نصف دیگر این الکترونها فرار می‌کنند و با خود بار الکتریکی $-e$ را به خارج می‌برند. پوشش نیکلی دارای فعالیت 10^6 mCi (مساوی 10^6 میلی‌کوری $= 10^8 \times 3700$ واپاشی در هر ثانیه) است. این کره از یک ریسمان نارسانا و طویل آویزان است و از محیط اطرافش منزوی شده است. چقدر طول می‌کشد تا پتانسیل کره به اندازه 10^6 V افزایش پیدا کند؟

۶۳. یک کره فلزی باردار به شعاع 16.2 cm حامل 31.5 nC بار خالص است. (الف) پتانسیل الکتریکی را در سطح کره معین کنید. (ب) در چه فاصله‌ای از سطح کره پتانسیل الکتریکی به اندازه 550 V کاهش می‌یابد؟

بخش ۱۱-۳۰ شتاب‌دهنده الکتروستاتیکی

۶۴. (الف) برای رساندن پتانسیل یک کره فلزی منزوی به شعاع m را به پتانسیل 1 MV چقدر بار لازم است؟ این محاسبه را برای کره‌ای به شعاع 1 cm تکرار کنید. (ب) چرا در یک شتاب‌دهنده الکتروستاتیک از یک کره بزرگ استفاده می‌کنیم در حالی که با بهره‌گیری از کره کوچکتر و مقدار کمتری بار می‌توان به همان پتانسیل دست یافت (راه‌نمایی) جگال ای بار را محاسبه کنید.)

۶۵. فرض کنید که اختلاف پتانسیل بین پوسته داخلی پتانسیل بالای یک شتاب‌دهنده وان دوگراف و نقطه‌ای که بارها روی تسمه متحرک پاشیده می‌شود برابر 341 MV است. اگر تسمه بار را با آهنگ 2.83 mC/s به پوسته منتقل کند، حداقل توان مورد نیاز برای به حرکت درآوردن تسمه چقدر است؟

۵۴. اگر زمین بار خالصی معادل یک الکترون بر مترمربع به‌ازای کل مساحتش داشت (فرضی بسیار غیرطبیعی)، (الف) پتانسیل زمین چقدر می‌شد؟ (ب) میدان الکتریکی ناشی از زمین درست روی سطح آن چقدر می‌بود؟

۵۵. بار 15 nC را می‌توان به راحتی با مالش به دست آورد. این مقدار بار پتانسیل یک کره رسانای منزوی با شعاع 16 cm را چقدر افزایش می‌دهد؟

۵۶. (الف) مقدار بار و (ب) چگالی بار روی سطح یک کره رسانا به شعاع 15.2 cm که پتانسیل آن 215 V است را تعیین کنید.

۵۷. فرض کنید که زمین کره رسانایی به شعاع 6370 km و در ابتدا بدون بار است. یک کره فلزی به شعاع 13 cm که حامل 6.2 nC بار است به زمین متصل می‌شود، یعنی با زمین تماس الکتریکی پیدا می‌کند. نشان دهید که این فرایند به طور مؤثر کره را تخلیه می‌کند، این کار را با محاسبه نسبت تعداد الکترون اضافی که پس از اتصال به زمین روی کره باقی می‌ماند به تعدادی که در آغاز روی کره قرار دارد انجام دهید.

۵۸. دو کره رسانا، یکی به شعاع 5.88 cm و دیگری به شعاع 12.2 cm را در نظر بگیرید که هرکدام دارای 28.6 nC بار الکتریکی هستند و در آغاز در فاصله بسیار دوری از هم قرار دارند. اگر این دو کره را با یک رشته سیم رسانا به هم متصل کنیم، (الف) بار نهایی واقع بر و (ب) پتانسیل هر یک از دو کره را تعیین کنید.

۵۹. یک پوسته نازک کروی از رسانای منزوی را در نظر بگیرید که به طور یکنواخت با چگالی ثابت $\sigma \text{ (C/m}^2\text{)}$ باردار شده است. چقدر کار باید انجام داد تا یک بار آزمون کوچک q (الف) از سطح پوسته از طریق یک سوراخ کوچک به داخل پوسته برود، (ب) از یک نقطه روی سطح خارجی پوسته بدون توجه به مسیر حرکت به نقطه دیگری روی پوسته برود، (ج) از نقطه‌ای در داخل پوسته به نقطه دیگری در آنجا برود و (د) از هر نقطه‌ای مانند P در خارج پوسته روی هر مسیری که ممکن است پوسته را سوراخ کند یا نکند مجدداً به P باز گردد؟ (ه) در شرایط بالا، آیا اینکه پوسته رسانا باشد، اهمیتی دارد؟

۶۰. دو کره رسانای کاملاً یکسان به شعاع 15 cm در فاصله 10 m از یکدیگر قرار گرفته‌اند. اگر پتانسیل یکی از کره‌ها 1500 V و کره دیگر 1500 V - باشد بار روی هرکدام از آنها چقدر است؟ چه فرضیهایی را پذیرفته‌اید؟

۶۱. جسم فلزی شکل ۴۳ یک جسم دوار حول محور افقی است. اگر این جسم دارای بار منفی باشد، چندتایی از سطحهای پتانسیل

x یکسان به دست آورید. وقتی این دو نقطه را پیدا کردید آنها روی نمودار نشانه‌گذاری کنید. سپس x را افزایش دهید و آن را برابر ۰.۲۵m و $x = ۰$ انتخاب کنید. به کار اضافه کردن x به اندازه ۰.۲۵m ادامه دهید تا وقتی از سطح هم‌پتانسیل خارج شوید، یعنی تا وقتی که هیچ نقطه دیگری نیابید. نمودار را با نشانه‌گذاری نقاط روی سطح برای مقادیر منفی x تکمیل کنید. نظر به اینکه سطح حول $x = ۰$ متقارن است نیازی نیست که این نقاط را محاسبه کنید. سطحی را که از نقاط نشانه‌گذاری شده می‌گذرد رسم کنید.

(ب) اکنون سطح هم‌پتانسیل $V = ۳$ را در صفحه xy رسم کنید. در اینجا مراقب باشید. برای برخی از مقادیر x چهار نقطه وجود دارد که برای آنها $V = ۳\text{V}$ است. در واقع در اینجا دو سطح هم‌پتانسیل $V = ۳$ وجود دارد.

۶۸. اندازه یا مقدار یک میدان الکتریکی از معادله $E = |dV/ds|$ به دست می‌آید، که در آن ds فاصله (بی‌نهایت کوچک) بین سطحهای هم‌پتانسیل V و $V + dV$ است. برای دو سطحی که فاصله بین آنها فاصله معین Δs است رابطه بالا را می‌توان با عبارت $|\Delta V/\Delta s|$ تقریب زد. بیکربندی بار مسئله قبلی را در نظر بگیرید و از برنامه کامپیوتری خود برای رسم سطح هم‌پتانسیل $V = ۶$ در حوالی نقطه‌ای که این سطح محور مثبت x را قطع می‌کند استفاده کنید. اگر مسئله قبلی را هم حل نکرده‌اید سطح هم‌پتانسیل $V = ۵$ را در حوالی همان ناحیه رسم کنید. کارآمدترین برنامه آن است که y را به ترتیب برابر مقادیر ۰.۱ ، ۰ و ۰.۱ متر اختیار کنید و برای هر مقداری از y در پی دو مقدار بسیار نزدیک به هم از x باشید که سطح هم‌پتانسیل را در بر گیرد. خط عمودی از یک سطح به سطح دیگر رسم کنید و مقدار Δs را اندازه بگیرید، سپس قدر مطلق $E = |\Delta V/\Delta s|$ را محاسبه کنید، در اینجا $\Delta V = ۱\text{V}$ است، E بر حسب V/m و Δs بر حسب متر بیان می‌شود. صحت نتایج خود را با استفاده از قانون کولن برای محاسبه مقدار میدان الکتریکی در نقطه‌ای روی محور x و درست در وسط دو سطح هم‌پتانسیل ارزیابی کنید؟

۶۶. الکترون ولتاژ- بالای یک شتاب‌دهنده الکتروستاتیکی عبارت است از یک پوسته کروی فلزی باردار با پتانسیل $V = +۹۱۵\text{MV}$. (الف) فروریزش الکتریکی در گاز این ماشین وقتی صورت می‌گیرد که میدان برابر $E = ۱۰^۰\text{MV/m}$ شود. برای پیشگیری از وقوع این رویداد، چه محدودیتی را باید بر شعاع پوسته اعمال کرد؟ (ب) یک تسمه متحرک لاستیکی طویل بارها را با آهنگ $۳۲۰\mu\text{C/s}$ به پوسته منتقل می‌کند، در عین حال به واسطه نشت، پتانسیل پوسته ثابت می‌ماند. حداقل توان مورد نیاز برای انتقال بار چقدر است؟ (ج) عرض تسمه $w = ۴۸.۵\text{cm}$ است و با سرعت $v = ۳۳.۰\text{m/s}$ حرکت می‌کند. چگالی بار سطحی روی تسمه چقدر است؟

پروژه‌های کامپیوتری

۶۷. بار $q_1 = -۱.۲ \times ۱۰^{-۱}\text{C}$ در مبدأ مختصات دارد و بار $q_2 = ۲.۵ \times ۱۰^{-۱}\text{C}$ در صفحه xy در $x = ۰$ و $y = ۰.۵\text{m}$ قرار دارد. به منظور محاسبه پتانسیل الکتریکی ناشی از این بارها در هر نقطه از صفحه xy یک برنامه کامپیوتری بنویسید یا یک برگ شرح عملیات طراحی کنید. باید بتوانید مختصات نقطه را به عنوان ورودی به کامپیوتر بدهید و کامپیوتر پتانسیل را نشان دهد. برنامه باید طوری باشد که باز گردد و مختصات نقطه جدید را بپذیرد. فرض کنید که پتانسیل در فاصله‌های بسیار دور از هر دو بار برابر صفر باشد.

(الف) از این برنامه برای رسم سطح هم‌پتانسیل $V = ۵$ در صفحه xy استفاده کنید. روی یک ورق کاغذ نمودار محورهای x و y رسم کنید که روی آن محورها از -۵m تا $+۵\text{m}$ مشخص شده باشد. محل بارها را نشانه‌گذاری کنید. ابتدا x را برابر صفر اختیار کنید و سپس لایه‌های متفاوت را امتحان کنید تا وقتی که دو مقدار برای y پیدا کنید که اختلاف آنها کمتر از ۰.۰۵m و اختلاف پتانسیل بین آنها $V = ۵\text{V}$ باشد. محل بارها را در نظر بگیرید. مقدار متوسط مربوط به دو نقطه را انتخاب کنید و آن را به عنوان نقطه‌ای بر روی سطح در نظر بگیرید. چون سطح مورد نظر یک سطح بسته است باید دو نقطه با مختصه