

ریاضی و آمار ۳ ، شمارش - ۴ سوال

۷۱- می‌خواهیم از بین ۱۰ دانش‌آموز کلاس یک نفر نماینده آموزشی و یک نفر دیگر نماینده ورزشی انتخاب کنیم. به چند حالت می‌توان این کار

را انجام داد؟

- ۱۸۰ (۱) ۹۰ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴)

۷۲- با حروف کلمه «دبستان» به چند طریق می‌توان یک کلمه ۴ حرفی بدون توجه به معنای کلمه نوشت که با حرف «ن» آغاز و با حرف «س»

پایان یابد؟ (تکرار حروف مجاز نیست.)

- ۱۰ (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴)

۷۴- با حروف کلمه «ستایشگر» چند کلمه ۵ حرفی بدون تکرار حروف و بدون توجه به معنای کلمه می‌توان نوشت که حرف «ی» اولین حرف

کلمه باشد و دقیقاً شامل ۳ حرف بی‌نقطه باشد؟

- ۴۸ (۱) ۹۶ (۲) ۱۴۶ (۳) ۱۹۲ (۴)

۷۶- با ارقام ۰, ۱, ۲, ۳, ۴ با فرض آن که تکرار ارقام مجاز است، چند عدد چهار رقمی زوج بزرگ‌تر از ۳۱۰۰ می‌توان نوشت؟

- ۱۳۴ (۱) ۹۹ (۲) ۷۵ (۳) ۱۳۵ (۴)

ریاضی و آمار ۳ ، احتمال - ۳ سوال

۷۵- درون جعبه‌ای ۵۰ سیب قرار دارد که ۴۵ تای آن سالم است. اگر سیبی به تصادف از جعبه برداریم، احتمال آن که سیب ناسالم باشد، چه قدر

است؟

$\frac{1}{5}$ (۴)

$\frac{1}{9}$ (۳)

$\frac{1}{10}$ (۲)

$\frac{8}{9}$ (۱)

۷۹- از جعبه‌ای حاوی ۴ مهره آبی، ۳ مهره قرمز و ۲ مهره زرد، ۴ مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال حداقل ۲ مهره انتخاب شده

آبی است؟

$\frac{10}{21}$ (۴)

$\frac{9}{14}$ (۳)

$\frac{13}{21}$ (۲)

$\frac{31}{42}$ (۱)

۸۰- دو تاس را به صورت هم‌زمان و سپس یک سکه را پرتاب کرده‌ایم. با کدام احتمال مجموع اعداد برآمده از تاس‌ها حداقل ۹ و سکه رو می‌آید؟

$\frac{13}{72}$ (۴)

$\frac{7}{36}$ (۳)

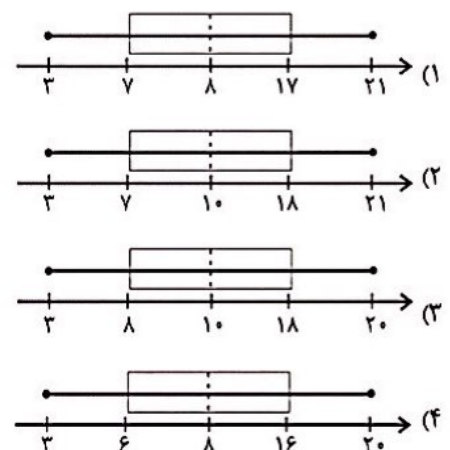
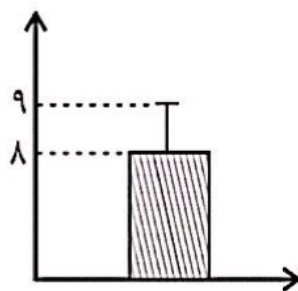
$\frac{5}{36}$ (۲)

$\frac{17}{72}$ (۱)

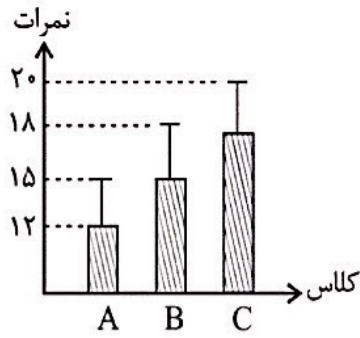
ریاضی و آمار ۳، چرخه‌ی آمار در حل مسائل - ۲ سوال

۷۷- می‌خواهیم نمودار زیر را به نمودار جعبه‌ای تبدیل کنیم. کدام گزینه می‌تواند درست باشد؟ ($IQR = 10$ و $R = 16 + \sigma$ ، $\min = 2$ و

میانگین = میانه) (σ : انحراف معیار، IQR : دامنه میان چارگی، R : دامنه تغییرات)



۷۸- نمودار زیر مربوط به نمرات درس ریاضی سه کلاس A، B و C است. کدام مقایسه برای نسبت انحراف معیار به میانگین سه کلاس صحیح



است ؟

(۱) $C > B > A$

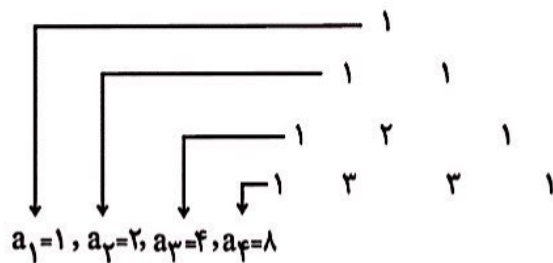
(۲) $B > A > C$

(۳) $A > B > C$

(۴) $C > A > B$

ریاضی و آمار ۳، مدل سازی و دنباله - ۱ سوال

۷۳- با توجه به الگوی زیر، مجموع جمله‌های ششم و هفتم کدام است؟



(۱) ۹۶

(۲) ۶۴

(۳) ۴۸

(۴) ۴۲

ریاضی و آمار ۳ - گواه، شمارش - ۲ سوال

۸۴- از میان ۷ کشتی‌گیر و ۵ وزنه‌بردار، به چند طریق می‌توان ۳ نفر انتخاب کرد که حداقل یک نفر کشتی‌گیر باشد؟

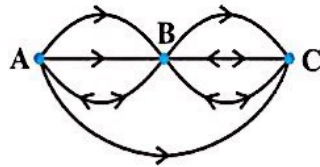
(۴) ۲۰۰

(۳) ۱۸۰

(۲) ۲۲۰

(۱) ۲۱۰

۸۵- می‌خواهیم از شهر A به شهر C سفر کرده و دوباره به شهر A برگردیم. طبق راه‌های یک طرفه و دو طرفه موجود در شکل زیر، پیشامد آن‌که از



راه‌های یک طرفه سفر کنیم و از راه‌های دو طرفه به شهر A برگردیم چند عضو دارد؟

(۱) ۳

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۸

ریاضی و آمار ۳ - گواه ، احتمال - ۶ سوال

۸۶- دو پیشامد A و B ناسازگار هستند و $P(A) = \frac{2}{5}P(B)$ است. اگر $P(A \cup B) = \frac{7}{10}$ باشد، $P(A)$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{4}{5}$

(۲) $\frac{3}{10}$

(۱) $\frac{1}{5}$

۸۷- اعداد طبیعی ۱ تا ۳۰ را بر روی کارت‌های یکسان نوشته و به طور تصادفی یک کارت از بین آن‌ها بیرون می‌کشیم. با کدام احتمال عدد

نوشته شده روی کارت مضرب ۳ است؟

(۴) $\frac{1}{5}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{1}{6}$

۸۸- با توجه به جدول آمار دانشجویان یک دانشکده، اگر یک دانشجو به طور تصادفی انتخاب شود، احتمال این که شهرستانی و دختر باشد، چند درصد

است؟

اصلیت \ جنسیت	تهرانی	شهرستانی
دختر	۵۰۰	۳۰۰
پسر	۶۰۰	۶۰۰

(۴) ۸۵

(۳) ۷۰

(۲) ۳۳

(۱) ۱۵

۸۹- در پرتاب دو تاس، با کدام احتمال اعداد ۵ یا ۶ یا هر دو ظاهر می‌شوند؟

$$\frac{11}{18} \text{ (۴)}$$

$$\frac{5}{9} \text{ (۳)}$$

$$\frac{4}{9} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (۱)}$$

۹۰- صفحه دایره‌ای شکل عقربه‌دار، با ۴ رنگ سفید، آبی، قرمز و سیاه به ترتیب از راست به چپ با زاویه‌های 15° ، 90° ، 70° و 50° درست شده

است. با چرخش تصادفی، با کدام احتمال عقربه در ناحیه سفید قرار نمی‌گیرد؟

$$\frac{7}{12} \text{ (۴)}$$

$$\frac{5}{9} \text{ (۳)}$$

$$\frac{4}{9} \text{ (۲)}$$

$$\frac{5}{12} \text{ (۱)}$$

۸۳- در یک آزمایش تصادفی، پیشامد تصادفی E دارای ۳ عضو و $P(E) = \frac{1}{5}$ است. تعداد عضوهای متمم این پیشامد یعنی $\pi(E')$ برابر است با:

$$8 \text{ (۴)}$$

$$4 \text{ (۳)}$$

$$12 \text{ (۲)}$$

$$6 \text{ (۱)}$$

ریاضی و آمار ۳ - گواه ، مدل سازی و دنباله - ۲ سوال

۸۱- در دنباله اعداد $a_1 = 1$ ، $a_{n+1} = 2a_n + 1$ ، جمله دهم کدام است؟

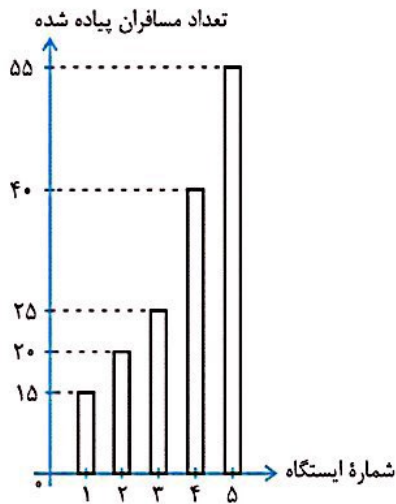
$$1023 \text{ (۴)}$$

$$1015 \text{ (۳)}$$

$$987 \text{ (۲)}$$

$$979 \text{ (۱)}$$

۸۲- در شکل زیر، نمودار میله‌ای تعداد مسافران پیاده‌شده در هر ایستگاه اتوبوس نشان داده شده است. اگر n ، شماره ایستگاه و $f(n)$ تعداد



مسافران پیاده‌شده از ایستگاه n م باشد، ضابطه تابع کدام می‌تواند باشد؟

$$f(n) = 15n \quad (1)$$

$$f(n) = \begin{cases} 10n + 5, & 1 \leq n \leq 3 \\ 10n, & 4 \leq n \leq 5 \end{cases} \quad (2)$$

$$f(n) = \begin{cases} 15n, & 1 \leq n \leq 3 \\ 5n + 20, & 4 \leq n \leq 5 \end{cases} \quad (3)$$

$$f(n) = \begin{cases} 5n + 10, & 1 \leq n \leq 3 \\ 15n - 20, & 4 \leq n \leq 5 \end{cases} \quad (4)$$

۷۱- (مهمر بفرایی)

برای انتخاب نماینده آموزشی ۱۰ حالت و برای انتخاب نماینده ورزشی ۹ حالت وجود دارد. پس طبق اصل ضرب داریم:

$$10 \times 9 = 90$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۷)

۴

۳

۲

۱

۷۲- (فاطمه قویمیان)

اگر حرف «ن» در آغاز و حرف «س» در پایان بیاید پس ۴ انتخاب برای

حرف سوم و ۳ انتخاب برای حرف دوم باقی می‌ماند. $1 \times \frac{1}{3} \times 4 \times 3 \times 1 = 12$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲

۱

۷۴- (مهمر بفرایی)

یکی از ۵ حرف کلمه، حرف «ی» است که در ابتدای کلمه می‌آید. از ۴

حرف دیگر ۳ حرف بی‌نقطه و یک حرف نقطه‌دار است، پس به $\binom{4}{3}$ حالت

حروف بی‌نقطه و به $\binom{2}{1}$ حالت حرف نقطه‌دار می‌توان انتخاب کرد که

تعداد جایگشت‌های این ۴ حرف برابر $4!$ است. در نتیجه:

$$\binom{4}{3} \times \binom{2}{1} \times 4! = 4 \times 2 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 192$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱

(موسا عفتی)

برای آن که عدد زوج بزرگ‌تر از ۳۱۰۰ باشد اولین رقم سمت چپ باید ۳ یا ۴ باشد، پس:

$$\frac{1}{\{4\}} \times \frac{5}{\{0,2,4\}} \times \frac{5}{\{0,2,4\}} \times \frac{3}{\{0,2,4\}} = 75 \quad \text{اگر اولین رقم سمت چپ ۴ باشد:}$$

$$\frac{1}{\{3\}} \times \frac{4}{\{1,2,3,4\}} \times \frac{5}{\{0,2,4\}} \times \frac{3}{\{0,2,4\}} = 60 \quad \text{اگر اولین رقم سمت چپ ۳ باشد:}$$

در ۶۰ حالتی که اولین رقم سمت چپ ۳ باشد عدد ۳۱۰۰ از خودش بزرگ‌تر نیست. بنابراین $60 - 1 = 59$ حالت آن مورد نظر است. در نتیجه:

$$\xrightarrow{\text{طبق اصل جمع}} 75 + 59 = 134$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۱)

(موسا عفتی)

$$n(S) = 50$$

$$n(A) = 50 - 45 = 5$$

تعداد سیب‌های ناسالم

$$\Rightarrow P(A) = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۷)

(امیر زراندوز)

$$\sigma = 9 - 8 = 1, \bar{x} = 8$$

$$R = 16 + 1 = 17$$

$$R = \max - \min \Rightarrow 17 = \max - 3 \Rightarrow \max = 20$$

$$\text{میانۀ} = 8 \Rightarrow \text{میانگین} = \text{میانۀ}$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 10$$

تنها نمودار جعبه‌ای که همه شرایط محاسبه شده را داشته باشد، نمودار گزینه «۴» می‌باشد. (ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

-۷۸

(فاطمه فهمیدان)

در نمودار موردنظر بلندی مستطیل مقدار میانگین است و میله خطای آن به میزان انحراف معیار، بالا آمده است. پس:

$$\begin{cases} \bar{x}_A = 12 \\ \sigma_A = 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$\begin{cases} \bar{x}_B = 15 \\ \sigma_B = 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

$$\begin{cases} \bar{x}_C = 18 \\ \sigma_C = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} > \frac{1}{5} > \frac{1}{9} \Rightarrow A > B > C$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

 ۴ ۳ ✓ ۲ ۱

الگوی داده شده براساس مثلث خیام است که جمله n ام از مجموع اعداد سطر n ام این الگو به دست می‌آید، بنابراین:

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & & & 1 \\
 & & & & 1 & & 1 \\
 & & & 1 & 2 & & 1 \\
 & & 1 & 3 & 3 & & 1 \\
 & 1 & 4 & 6 & 4 & & 1 \\
 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & & 1 \\
 1 & 6 & 15 & 20 & 15 & 6 & 1
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \rightarrow a_6 &= 1+5+10+10+5+1=32 \\
 \rightarrow a_7 &= 1+6+15+20+15+6+1=64
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a_6 + a_7 = 32 + 64 = 96$$

(ریاضی و آمار، (۳)، الگوهای قطعی، صفحه ۵۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

راه حل اول: حداقل یک نفر کشتی گیر باشد یعنی یا یک کشتی گیر و دو وزنه‌بردار، یا ۲ کشتی گیر و یک نفر وزنه‌بردار یا هر سه کشتی گیر باشند. داریم:

$$\begin{aligned}
 & \binom{7}{1} \times \binom{5}{2} + \binom{7}{2} \times \binom{5}{1} + \binom{7}{3} \\
 &= 7 \times \frac{5!}{2! \times 3!} + \frac{7!}{2! \times 5!} \times 5 + \frac{7!}{3! \times 4!} \\
 &= 7 \times 10 + 21 \times 5 + 35 = 70 + 105 + 35 = 210
 \end{aligned}$$

راه حل دوم: می‌توانیم از متمم استفاده کنیم:

همه وزنه‌بردار) $n - n$ (کل) = n (حداقل یک کشتی گیر) n

$$= \binom{12}{3} - \binom{5}{3} = 220 - 10 = 210$$

(ریاضی و آمار، (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای سفر می‌توان از شهر B گذشت یا به‌طور مستقیم سفر کرد، بنابراین:
 تعداد راه‌های مسیر رفت $2+1=3 \Rightarrow$ یک راه مستقیم و $2 \times 1=2$
 برای برگشت به شهر A باید از شهر B گذشت:

$$2 \times 1=2 \Rightarrow \text{تعداد حالات مطلوب} = 3 \times 2=6$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱

با توجه به اینکه A و B دو پیشامد ناسازگار هستند، داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (*)$$

همچنین طبق فرض داریم:

$$P(A) = \frac{2}{5} P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{5}{2} P(A), \quad P(A \cup B) = \frac{7}{10}$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{7}{10} = \frac{5}{2} P(A) + P(A) \Rightarrow \frac{7}{10} = \frac{7}{2} P(A)$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{1}{5}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۴

۳

۲

۱

$$n(S) = 30, \quad A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 10 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۴

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

$$n(A) = 300$$

تعداد دخترهای شهرستانی:

$$n(S) = 500 + 600 + 300 + 600 = 2000$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{300}{2000} = \frac{3}{20} \Rightarrow \frac{3}{20} \times 100 = 15\%$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کتاب آبی)

حالت‌هایی را که در آنها ۵ یا ۶ یا هر دو ظاهر می‌شوند، می‌نویسیم.

$$n(S) = 6 \times 6 = 36 \text{ می‌باشد.}$$

$$A = \{(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6), (1, 5), (2, 5), (3, 5), (4, 5), (1, 6), (2, 6), (3, 6), (4, 6)\}$$

$$n(A) = 20 \Rightarrow P(A) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کتاب آبی)

$$n(S) = 50^\circ + 70^\circ + 90^\circ + 150^\circ = 360^\circ$$

احتمال این که روی ناحیه سفید قرار گیرد:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{150^\circ}{360^\circ} = \frac{5}{12}$$

احتمال این که روی ناحیه سفید قرار نگیرد:

$$P(A') = 1 - P(A) \Rightarrow P(A') = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کتاب آبی)

$$n(E) = 3, P(E) = \frac{1}{5} \Rightarrow P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{3}{n(S)}$$

$$\Rightarrow n(S) = 15$$

چون تعداد کل حالت‌ها ۱۵ شده و $n(E) = 3$ است، پس:

$$n(E') = 15 - 3 = 12$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کتاب آبی)

راه حل اول: به n مقادیر اعداد طبیعی را داده و چند جمله اول دنباله را پیدا می‌کنیم.

$$n = 1 \Rightarrow a_1 = 2a_1 + 1 = 2(1) + 1 = 3$$

$$n = 2 \Rightarrow a_2 = 2a_2 + 1 = 2(3) + 1 = 7$$

$$n = 3 \Rightarrow a_3 = 2a_3 + 1 = 2(7) + 1 = 15$$

$$n = 4 \Rightarrow a_4 = 2a_4 + 1 = 2(15) + 1 = 31$$

جملات دنباله :

$$1, 3, 7, 15, 31, 63, 127, 255, 511, 1023, 2047, \dots$$

$$\Rightarrow a_{10} = 1023$$

راه حل دوم: جمله عمومی دنباله برابر است با:

$$a_n = 2^n - 1$$

$$\Rightarrow a_{10} = 2^{10} - 1 = 1024 - 1 = 1023$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای فیزی، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ابتدا جدول مربوط به نمودار را تشکیل می‌دهیم:

n	۱	۲	۳	۴	۵
f(n)	۱۵	۲۰	۲۵	۴۰	۵۵

با توجه به جدول فوق، ضابطه تابع به صورت زیر می‌تواند باشد:

$$f(n) = \begin{cases} 5n + 10, & 1 \leq n \leq 3 \\ 15n - 20, & 4 \leq n \leq 5 \end{cases}$$

(ریاضی و آمار، (۳)، الگوهای فنی، صفحه ۴۷)

۴ ✓

۳

۲

۱