توجه: در تمام پرسش‌های بازی‌های این سری ۲ نفر بسیار باهوش به نوبت با هم بازی می‌کنند و کسی که نتواند حرکت کند، می‌بازد؛ مگر این که پرسش به گونه‌ای دیگر باشد.

پرسش‌های آموزشی

۱. جدولی ۱۹۹۴ $\times$ ۱۹۹۴ داریم. نفر نخست ابتدا یک مهره‌ی اسب روی یک خانه از جدول قرار می‌دهد و یک حرکت عمودی اسب انجام می‌دهد. سپس نفر دوم یک حرکت افقی اسب انجام می‌دهد؛ سپس نفر نخست یک حرکت عمودی اسب انجام می‌دهد و .... چه کسی استراتژی برد دارد؟

۲. در ابتدا دسته‌ای از $n \geq ۰$ سنگ داریم. هر مرحله می‌توان m سنگ برداشت؛ که $m \in \{۱, ۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, \ldots\}$ باشد. چه کسی استراتژی برد دارد؟

۳. مهره‌ای روی خانه‌ی پایین‌ـچپ یک جدول ۸ $\times$ ۸ گذاشته شده است. در هر مرحله می‌توان مهره را یک خانه به راست، یک خانه به بالا یا با یک حرکت قطری یک واحد به بالاـراست برد. چه کسی استراتژی برد دارد؟

۴. ۹ کارت با شماره‌های ۱ تا ۹ داریم. هر مرحله می‌توان یک کارت را برای خود برداشت. نخستین نفری که ۳ کارت با مجموع ۱۵ داشته باشد، می‌برد. نتیجه‌ی بازی چه خواهد شد؟

۵. یک رابطه‌ی بازگشتی برای اعداد کاتالان بیابید.

۶. با بهره‌گیری از اصل بازتاب، ثابت کنید عدد کاتالان nـام برابر با $\frac{۱}{n+۱}\binom{۲n}{n}$ است.

پرسش‌های اضافی

۷. **بازی نیم**. n دسته سنگ که به ترتیب $x_۱, x_۲, \ldots, x_n$ سنگ دارند، داریم. هر مرحله می‌توان یک دسته را انتخاب کرد و به تعداد یک عدد طبیعی، از آن سنگ برداشت. ثابت کنید نفر اول استراتژی برد دارد اگر و تنها اگر

$$x_۱ \oplus x_۲ \oplus \ldots \oplus x_n \neq ۰$$

باشد.

۸. گرافی ساده داریم. نفر نخست دو رأس $v_۱, v_۲$ از گراف را انتخاب می‌کند که به هم وصل باشند. سپس نفر دوم یک رأس $v_۳$ انتخاب می‌کند که به $v_۲$ وصل باشد. سپس نفر اول رأسی مانند $v_۴$ انتخاب می‌کند که به $v_۳$ وصل باشد و بازی همین‌طور ادامه پیدا می‌کند. انتخاب رأس تکراری، غیر مجاز است. چه کسی استراتژی برد دارد؟

۹. یک جدول $n \times ۲$ را در نظر بگیرید که یک گوشه‌ی آن برداشته شده است. فرض کنید تعداد روش‌های پر کردن این جدول با مونومینو[۱] و دومینو، برابر a_n باشد. یک رابطه‌ی بازگشتی برای a_n بیابید. در واقع a_n را بر حسب جملات قبلی a، حساب کنید.

۱۰. ثابت کنید تعداد درخت‌های دودویی جست و جو[۲] با اعداد $۱, ۲, \ldots, n$ برابر عدد کاتالان nـام است.

۱۱. ثابت کنید تعداد روش‌های پر کردن یک جدول $n \times ۲$ با اعداد $۱, ۲, \ldots, ۲n$، طوری که هر عدد یک بار بیاید و هر عدد از اعداد سمت چپ و پایین‌ش (در صورت وجود)، بزرگ‌تر باشد، برابر عدد کاتالان nـام است.

ـ اسدی

[۱] مربع ۱×۱

[۲] BST