

برنامه کارشناسی ارشد و دکتری
ریاضی محض- گرایش منطق ریاضی

بخش اول

کارشناسی ارشد
ریاضی محض - گرایش منطق ریاضی

فصل اول

مشخصات دوره کارشناسی ارشد گرایش منطق ریاضی

مقدمه

منطق ریاضی در اواخر قرن نوزدهم و اوایل قرن بیستم میلادی ضمن کوشش فیلسوف-ریاضیدانانی چون فرگه و راسل برای حل مسائل موجود در مبانی ریاضیات به وجود آمد و با تلاش ریاضیدانان بزرگی چون هیلبرت، گودل و تارسکی شکوفا شد. دهه ۱۹۴۰ میلادی شاهد رشد شاخه‌های اصلی منطق ریاضی مانند نظریه برهان، نظریه محاسبه‌پذیری، نظریه مدل و نظریه مجموعه بود.

یک محصول جانبی ولی بسیار با ارزش این تلاش‌ها که در راستای بررسی تصمیم‌پذیری دستگاه‌های مختلف منطقی و ریاضی به دست آمد، معرفی نخستین ماشین‌های محاسب صوری از قبیل ماشین تورینگ بود. این موضوع نه تنها منجر به شکل‌گیری بخش مهم نظریه محاسبه‌پذیری (نظریه بازگشت) از منطق ریاضی شد، بلکه موجب ساخت کامپیوترهای امروزی و پیدایش علوم کامپیوتر نظری نیز شد. در سال‌های اخیر کاربردهای منطق در علوم کامپیوتر آن چنان فراگیر شده که اهمیت آن را با اهمیت حساب دیفرانسیل و انتگرال در علم فیزیک مقایسه می‌کنند.

تعریف

دوره کارشناسی ارشد ریاضی محض-گرایش منطق ریاضی یکی از دوره‌های آموزشی-پژوهشی در سطح تحصیلات تکمیلی از نظام آموزش عالی است که بعد از دوره کارشناسی آغاز و به اعطای مدرک رسمی دانشگاهی می‌انجامد. این دوره از نظر اجرایی تابع ضوابط، مقررات و آیین‌نامه‌های مصوب شورای برنامه‌ریزی وزارت علوم، تحقیقات و فناوری است.

اهداف

هدف از این دوره به شرح زیر است:

- آشنایی با منطق ریاضی که یکی از شاخه‌های مهم ریاضیات محض است؛
- آشنایی و بهره‌وری از کاربردهای متنوع منطق در علوم کامپیوتر شامل روش‌های صوری (رسمی) و نظریه محاسبه؛
- آشنایی و بهره‌وری از کاربردهای مهم منطق در فلسفه شامل فلسفه تحلیلی و فلسفه ریاضی.

نقش و توانایی

در این دوره دانشجویان با بخش‌های مختلف منطق ریاضی و کاربردهای آن در دیگر شاخه‌های ریاضیات آشنا می‌شوند. بعلاوه دانشجویان علاقمند به کاربردهای منطق در علوم کامپیوتر می‌توانند با اتخاذ دروس مناسب این دوره، پایه‌ای محکم برای مطالعات آتی بنیان گذارند.

فارغ‌التحصیلان این دوره با توجه به علاقه شخصی و دروس اختیاری که اخذ کرده‌اند می‌توانند در هر یک از گرایش‌های اصلی منطق، جبر (شامل جبر جامع و نظریه رسته) و یا علوم کامپیوتر نظری (شامل روش‌های صوری و نظریه محاسبه) ادامه تحصیل دهند. برای کسانی که به فلسفه و روش‌شناسی ریاضی علاقه‌مند می‌باشند این دوره می‌تواند پایه‌ای برای مطالعات عالی در این زمینه‌ها باشد.

ضرورت و اهمیت

منطق ریاضی یکی از شاخه‌های ریاضیات است که علاوه بر داشتن کاربردهای مختلف در قسمت‌های دیگر ریاضیات، در بررسی بنیادهای ریاضیات و سوال‌های مربوط به مبانی آن نقش اساسی دارد. به علاوه استفاده از منطق در علوم کامپیوتر امروزه به ابزاری غیر قابل صرف نظر کردن تبدیل شده است.

کلیات برنامه

عنوان دوره: کارشناسی ارشد ریاضی محض - گرایش منطق ریاضی

پیش‌نیاز ورود: دارا بودن مدرک کارشناسی در یکی از رشته‌های مجموعه علوم ریاضی (از جمله علوم کامپیوتر)، فیزیک و یا رشته‌های فنی و مهندسی.

درس‌های الزامی: ۹ (یا ۱۲) واحد، شامل درس منطق ریاضی و دو درس از میان دروس آنالیز حقیقی، جبر پیشرفته، هندسه منبسط یا توپولوژی جبری.

درس‌های اختیاری: حداکثر یک درس از مجموعه دروس دوره‌های کارشناسی ارشد مجموعه علوم ریاضی، درس‌های تخصصی - اختیاری دوره دکتری ریاضی گرایش منطق ریاضی، درس‌های تخصصی - اختیاری از جدول زیر.

فصل دوم

جدول دروس کارشناسی ارشد گرایش منطق ریاضی

درس‌های الزامی گرایش منطق ریاضی

شماره درس	نام درس	تعداد واحد
۱	منطق ریاضی	۴

دو درس از میان موارد زیر

۲	جبر پیشرفته	۴
۳	آنالیز حقیقی	۴
۴	هندسه مینفلد یا توپولوژی جبری	۴

درس‌های تخصصی-اختیاری گرایش منطق ریاضی

شماره درس	نام درس	تعداد واحد	پیش نیاز و هم نیازها
۱	نظریه برهان	3	منطق ریاضی
۲	نظریه محاسبه‌پذیری	3	منطق ریاضی
۳	نظریه مدل	3	اجازه گروه
۴	نظریه مجموعه	3	اجازه گروه
۵	آنالیز ناستاندارد	3	اجازه گروه
۶	منطق محاسباتی	3	منطق ریاضی
۷	نظریه مجموعه‌ها و منطق فازی	3	ندارد
۸	آنالیز محاسبه‌پذیر	3	نظریه محاسبه‌پذیری
۹	جبر جامع	3	ندارد
۱۰	نظریه رسته و توپوس	3	ندارد
۱۱	نظریه شبکه	3	ندارد
۱۲	ساختارهای جبری و منطقی	3	ندارد
۱۳	ساختارهای جبری مرتب	3	ندارد
۱۴	منطق شهودی	3	منطق ریاضی
۱۵	منطق وجهی	3	منطق ریاضی
۱۶	منطق فازی از دیدگاه ریاضی	3	مبانی منطق و نظریه مجموعه (کارشناسی)
۱۷	فلسفه ریاضی	3	منطق ریاضی
۱۸	مباحثی در منطق	3	اجازه گروه

فصل سوم

سر فصل دروس دوره کارشناسی ارشد گرایش منطق ریاضی

		منطق ریاضی		فارسی	عنوان
Mathematical Logic				انگلیسی	درس
درس پیش‌نیاز	تعداد ساعت	تعداد واحد	نوع واحد		
ندارد	۴۸	۳	جبرانی		الزامی
			عملی	نظری	عملی
			نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		حل تمرین: ندارد

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی دانشجویان با اصول منطق ریاضی و کاربردهای ابتدایی آن در سایر شاخه‌های ریاضی است.

سرفصل‌های درس:

مروری بر منطق محمولات مرتبه اول، قضیه تمامیت، مقدمه‌ای بر نظریه مدل و محاسبه‌پذیری، قضیه‌های ناتمامیت گودل.

مراجع پیشنهادی:

1. H. B. Enderton, **A Mathematical Introduction to Logic**, Second Edition, Harcourt/Academic Press, 2001
2. D. van Dalen, **Logic and Structure**, Fifth Edition, Springer, 2013.

		نظریه برهان		فارسی	عنوان
Proof Theory				انگلیسی	درس
دروس پیش‌نیاز	تعداد ساعت	تعداد واحد	نوع واحد		
منطق ریاضی	۴۸	۳	جبرانی		الزامی
			عملی	نظری	عملی
			نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		حل تمرین: ندارد

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با مقدمات نظریه برهان که یکی از قسمت‌های اصلی منطق ریاضی است، می‌باشد.

سرفصل‌های درس:

مروری بردستگاه‌های مختلف اثباتی نظیر هیلبرتی، استنتاج طبیعی و حساب رشته‌ای، حساب رشته‌ای برای منطق کلاسیک، قضیه حذف برش، خاصیت زیرفرمولی، حساب رشته‌ای برای منطق شهودی، قضیه هربرند، قضیه درونیابی، قضیه سازگاری گزنن، مقدمه‌ای بر نظریه برهان حساب مرتبه اول.

مراجع پیشنهادی:

1. Jean-Yves Girard, **Proof Theory and Logical Complexity**, Volume 1, Bibliopolis, 1987.
2. Sara Negri and Jan van Plato, **Structural Proof Theory**, Cambridge University Press, 2001.
3. Samuel R. Buss, **An Introduction to Proof Theory**, in Hand Book of Proof Theory, Edited By S. R. Buss, Elsevier, 1998.
4. Samuel R. Buss, **First-order Proof Theory of Arithmetic**, in Hand Book of Proof Theory, Edited by S. R. Buss, Elsevier, 1998.

		نظریه محاسبه‌پذیری		فارسی	عنوان
Computability Theory				انگلیسی	درس
دروس پیش‌نیاز	تعداد ساعت	تعداد واحد	نوع واحد		
منطق ریاضی	۴۸	۳	جبرانی		الزامی
			عملی	نظری	عملی
			نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		حل تمرین: ندارد

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی مقدماتی با نظریه محاسبه‌پذیری یا (نظریه بازگشت) است. نظریه محاسبه‌پذیری یکی از شاخه‌های اصلی منطق ریاضی است و بعلاوه کاربردهای فراوانی در علوم کامپیوتر دارد.

سرفصل‌های درس:

مفهوم شهودی محاسبه‌پذیری و الگوریتم، مدل‌های ریاضی الگوریتم مانند ماشین تورینگ و ماشین رجیستری، توابع بازگشتی ابتدایی، توابع بازگشتی (جزئی)، فرضیه چرچ، مجموعه‌های شماره‌پذیر کارآمد، تصمیم‌ناپذیری مسأله توقف، تحویل‌های چند به یک و تورینگ، درجات حل‌ناپذیری، قضیه نقطه ثابت، قضیه رایس، مجموعه‌های خلاق، مجموعه‌های ساده و m -ناکامل بودن آن‌ها، سلسله مراتب حسابی و برخی مثال‌ها، عملگر جهش.

مراجع پیشنهادی:

1. S. B. Cooper, **Computability Theory**, Chapman & Hall/CRC Mathematics Series, 2004.
2. P. Odifreddi, **Classical Recursion Theory**, Vol I, North- Holland, 1989.

		نظریه مدل		فارسی	عنوان
Model Theory				انگلیسی	درس
دروس پیش‌نیاز	تعداد ساعت	تعداد واحد	نوع واحد		
اجازه گروه	۴۸	۳	جبرانی		الزامی
			عملی	نظری	عملی
			نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		حل تمرین: ندارد

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با نظریه مدل که یکی از شاخه‌های اصلی منطق ریاضی است و کاربردهای متفاوتی در سایر شاخه‌های ریاضیات دارد می‌باشد.

سرفصل‌های درس:

زبان، فرمول، مدل، صدق (satisfaction)، قضیه فشردگی با روش ساختن هنکین، فرضیه‌ها، قضیه‌های لوانهایم-اسکولم فرسو و فراسو، آزمون تارسکی، کامل بودن، جازم بودن، آزمون وات، تعریف‌پذیری، چندانگر (quantifier)، نظریه‌های مجموعه‌های مرتب چگال، گراف‌های تصادفی، میدان‌های بسته جبری و میدان‌های بسته حقیقی، کمینگی قوی، ترتیب-کمینگی.

مراجع پیشنهادی:

1. K. Tent, M. Ziegler, **A Course in Model Theory**, Cambridge University Press, 2012
۲. C.C. Chang, H. Jerome Keisler, **Model Theory**, North-Holland, 1990
3. D. Marker, **Model Theory: An Introduction**. Springer-Verlag, 2002
4. A. Marcja, C. Toffalori, **A Guide to Classical and Modern Model Theory**, Kluwer Academic Publishers, 2003
5. M. Manzano, **Model Theory**, Oxford University Press, 1999
6. P. Rothmaler, **Introduction to Model Theory**, Taylor and Francis, 2000.

		نظریه مجموعه		فارسی	عنوان
Set Theory				انگلیسی	درس
دروس پیش نیاز	تعداد ساعت	تعداد واحد	نوع واحد		
اجازه گروه	۴۸	۳	جبرانی		الزامی
			عملی	نظری	عملی
			نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		حل تمرین: ندارد

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با نظریه مجموعه‌ها می‌باشد که علاوه بر این که یکی از شاخه‌های اصلی منطق ریاضی است و کاربردهای متفاوتی در ریاضیات دارد، نقش مهمی نیز در مطالعه بنیادهای ریاضیات ایفا می‌کند.

سرفصل‌های درس:

بنداشت‌های ZFC، حساب اردینال‌ها، حساب کاردینال‌ها، سازگاری بنداشت رازمندی (regularity)، کاردینال‌های دست نیافتنی و برهان‌ناپذیری وجود و سازگاری آن‌ها، فروپایش (collapsing) موستوسکی، اصل بازتاب، عمل‌های گودل، مدل‌های تراپایی، اوستی (absoluteness)، جهان ساخت‌پذیر، سازگاری ZFC با $V=L$ و GCH .

مراجع پیشنهادی:

1. K. Ciesielski, **Set Theory for Working Mathematicians**, Cambridge, 1997
- 2) T. Jech, **Set theory**, Springer, 2013
- 3) K. Kunen, **Set Theory, an Introduction to Independence Proofs**, North-Holland, 1992
- 4) R.M. Smullyan, M. Fitting, **Set Theory and the Continuum Problem**, Oxford, 1996.

		آنالیز ناستاندارد		فارسی	عنوان	
Nonstandard Analysis				انگلیسی	درس	
درس پیش‌نیاز	تعداد ساعت	تعداد واحد	نوع واحد			
اجازه گروه	۴۸	۳	جبرانی		الزامی	
			عملی	نظری	عملی	نظری
			نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		حل تمرین: ندارد	

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با آنالیز ناستاندارد و کاربردهای آن در آنالیز ریاضی استاندارد می‌باشد.

سرفصل‌های درس:

همساختن فراتوانی عددهای ابر حقیقی، عددهای بی‌نهایت بزرگ و بی‌نهایت کوچک، اصل تراوژ (transfer)، همگرایی دنباله‌ها و سری‌های عددی/تابعی، پیوستگی، مشتق و انتگرال از دیدگاه ناستاندارد، مجموعه‌ها و تابع‌های درونی در \mathbb{R} ، جهان ناستاندارد، مجموعه‌های درونی، برونی و ابر متناهی، ماندگاری (permanence)، اندازه لوب.

مراجع پیشنهادی:

1. R. Goldblatt, **Lectures on the Hyperreals**, Springer, 1998.

		منطق محاسباتی		فارسی	عنوان
Computational Logic				انگلیسی	درس
درس پیش نیاز	تعداد ساعت	تعداد واحد	نوع واحد		
منطق ریاضی	۴۸	۳	جبرانی		الزامی
			عملی	نظری	اختیاری
			عملی	نظری	عملی
نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد			حل تمرین: ندارد		

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با جنبه‌های محاسباتی منطق و روش‌های اثبات خودکار است.

سرفصل‌های درس:

منطق گزاره‌ها، شکل‌های نرمال، مسأله ارض‌پذیری، قواعد دیویس و پاتنام، رزولوشن، شکل‌های پیشوندی، اسکولمی کردن فرمول‌ها، قضیه هربرند، یکسان‌سازی، قضایای ناتمامیت گودل.

مراجع پیشنهادی:

1. M. Fitting, **First-order Logic and Automated Theorem Proving**, Springer-Verlag, 1996.
2. D. Van Dalen, **Logic and Structure**, Springer-Verlag, 2004.

نظریه مجموعه‌ها و منطق فازی				فارسی	عنوان
Set Theory and Fuzzy Logic				انگلیسی	درس
دروس پیش‌نیاز	تعداد ساعت	تعداد واحد	نوع واحد		
ندارد	۴۸	۳	جبرانی		الزامی
			عملی	نظری	عملی
			نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		حل تمرین: ندارد

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با نظریه مجموعه‌ها و منطق فازی به معنای عام است که دارای کاربردهای متنوعی در شاخه‌های مختلف مهندسی است.

سرفصل‌های درس:

مجموعه‌های فازی، برش‌های مجموعه‌های فازی، نمایش‌های مختلف مجموعه‌های فازی، اعداد فازی، متغیرهای زبانی، رابطه‌های فازی، تابع‌های فازی، منطق فازی مقدماتی، استدلال تقریبی، شرطی‌های فازی، مقدمه‌ای بر کنترل فازی و برخی کاربردهای دیگر منطق فازی.

مراجع پیشنهادی:

1. H. T-Nguyen, E. A. Walker, **A First Course in Fuzzy Logic**, Third Edition, Chapman & Hall/CRC Taylor Francis Groups, 2006.
2. G. J. Klir, Bo Yuan, **Fuzzy Sets and Fuzzy Logic (Theory and Applications)**, Prentice Hall, 1995.
3. Kwang H. Lee, **First Course on Fuzzy Theory and Applications**, Springer, 2005.

		آنالیز محاسبه‌پذیر		فارسی	عنوان درس
Computable Analysis				انگلیسی	
دروس پیش‌نیاز	تعداد ساعت	تعداد واحد	نوع واحد		
			الزامی		اختیاری
نظریه محاسبه‌پذیری	۴۸	۳	جبرانی		عملی
			عملی	نظری	عملی
			نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		حل تمرین: ندارد

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با آنالیز محاسبه‌پذیر یا بازگشتی است این شاخه نظریه محاسبه‌پذیری استاندارد را که به اعداد طبیعی مرتبط می‌شود به اعداد حقیقی گسترش می‌دهد.

سرفصل‌های درس:

محاسبه‌پذیری در آنالیز کلاسیک، دنباله‌های بازگشتی از تابع‌های حقیقی، محاسبه‌پذیری روی فضاها، باناخ، تابع‌های حقیقی بازگشتی پاره‌ای، نظریه بازگشتی اندازه، پیچیدگی محاسبه‌ای تابع‌های حقیقی.

مراجع پیشنهادی:

1. M. B. Pour-el and J. I. Richards, **Computability in Analysis**, Springer, 1989.
2. K. Weihrauch, **A Simple Introduction to Computable Analysis**, 1995.

		عنوان درس		فارسی	انگلیسی	جبر جامع		
Universal Algebra								
پیش نیاز	تعداد ساعات	تعداد واحد	نوع واحد					
ندارد	۴۸	۳	الزامی		اختیاری		جبرانی	
			نظری	عملی	نظری	عملی	عملی	نظری
			حل تمرین: ندارد				نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد	

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با کلاس‌های معادله‌ای و ساختارهای کلی جبری است. جبر جامع با نظریه مدل در منطق ریاضی مرتبط است.

سرفصل‌های درس:

جبر جامع، زیرجبر و شبکه زیرجبرها، هم‌ریختی بین جبرهای جامع، رابطه هم‌نهشتی، ضرب مستقیم جبرها، زیرضرب مستقیم، وارسته، جبر آزاد، معادله و جبرهای معادله‌ای، قضیه بیرخوف برای ارتباط بین وارسته و کلاس‌های جبرهای معادله‌ای.

مراجع پیشنهادی:

1. Burris and Sankapanavar, **A Course in Universal Algebra**, Springer-Verlag, 1981.
2. Gratezer, **Universal Algebra**.
3. P.M. Cohn, **Universal Algebra**.

نظریه رسته و توپوس				فارسی	عنوان
Category Theory and Topos				انگلیسی	درس
تعداد پیش‌نیاز	تعداد ساعت	تعداد واحد	نوع واحد		
ندارد	۴۸	۳	جبرانی		الزامی
			عملی	نظری	عملی
ندارد			نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		حل تمرین: ندارد

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با نظریه رسته و نظریه توپوس است. یکی از کاربردهای مهم این نظریه فراهم نمودن مدلی برای منطق شهودی است.

سرفصل‌های درس:

آشنایی رسته، تابع‌گون، تبدیل طبیعی، پیکان‌ها و اشیای خاص، زیررسته، دوگان رسته، رسته تابع‌گونه‌ها، پیکان جهانی، لم یوندا، حد و همحد، الحاقی، رسته بسته دکارتی، شبه توپوس، توپوس، تجزیه در توپوس، شبکه و جبر هاینتینگ در توپوس، توپوس‌های خاص (بولی، دومقداری، لوکالیک)، ... ، اصل انتخاب، شیء اعداد طبیعی.

مراجع پیشنهادی:

1. Goldblatt, **Topoi: The Categorical Analysis of Logic**, North-Holland, 1984.
2. Lambek and Scott, **Introduction to higher order logic**, Cambridge University Press, 1986
3. Johnston, **Topos Theory**.

		نظریه مشبکه		فارسی	عنوان
Lattice Theory				انگلیسی	درس
دروس پیش نیاز	تعداد ساعت	تعداد واحد	نوع واحد		
ندارد	۴۸	۳	جبرانی		الزامی
			عملی	نظری	عملی
			نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		حل تمرین: ندارد

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با نظریه مشبکه است که در مطالعه مدل‌های جبری دستگاه‌های مختلف منطقی نقش اساسی ایفا می‌کند.

سرفصل‌های درس:

مشبکه، همریختی مشبکه، مشبکه کامل، مشبکه مدولار، مشبکه توزیع‌پذیر، مشبکه هایپرتینگ، رابطه همبستگی، جبر بول، نمایش‌های مجموعه‌ای و توپولوژیکی جبر بول (قضیه استون)، مشبکه جبری، مشبکه پیوسته، توپولوژی اسکات، توابع اسکات پیوسته، فضاهاى سوپر و دوگانی جبر هایپرتینگ پیوسته.

مراجع پیشنهادی:

1. Gratzner, Birkhauser, **General Lattice Theory**, 1998.
2. Davey, Priestly, **Introduction to Lattice and Order**, Cambridge University Press, 2002.
3. Blyth, **Lattices and Ordered Algebraic Structures**, Springer-verlag, 2005.

		فارسی		عنوان	
		انگلیسی		درس	
Algebraic and Logical Structures					
ساخترهای جبری و منطقی		نوع واحد			
تعداد	تعداد				
ساعت	واحد				
دروس		جبرانی		الزامی	
پیش‌نیاز		اختیاری		نظری	
	۴۸	۳	عملی	عملی	عملی
ندارد			نظری	نظری	نظری
			حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با ساختارهای جبری و منطقی است که در مطالعه مدل‌های جبری دستگاه‌های مختلف منطقی نقش ایفا می‌کند.

سرفصل‌های درس:

مشبکه و مشبکه توزیع‌پذیر و مولار، جبر بولی، خواص مقدماتی BCK-جبرها و BCI-جبرها، جبرهای P-نیم ساده، BCI-ایده‌آل‌ها، روابط همنهشتی و جبرهای خارج قسمتی، BCK-جبرهای استلزامی مثبت (استلزامی، جابجایی)، (شبه) BCI-همریختی، BCI-ایده‌آل‌های استلزامی مثبت (استلزامی، جابجایی)، BCI-جبرهای با شرط (S)، BCK-جبرهای استلزامی مثبت (استلزامی، جابجایی) با شرط (S)، BCI-جبرهای نرمال، رادیکال ایده‌آل در BCK و BCI-جبرها.

مراجع پیشنهادی:

1. Y. Huang, **BCI-algebras**, Science Press, 2006.
3. J. Meng, Y. B. Jun, **BCK-algebras**, Kyung Moonsa, Korea, 1994.

عنوان درس		فارسی	ساختارهای جبری مرتب		
Orderd Algebraic Structures		انگلیسی			
پیش نیاز	تعداد ساعات	تعداد واحد	نوع واحد		
ندارد	۴۸	۳	جبرانی		الزامی
			عملی	نظری	عملی
			نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		حل تمرین: ندارد

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با ساختارهای جبری مرتب است که در مطالعه مدل‌های جبری دستگاه‌های مختلف منطقی نقش ایفا می‌کند.

سرفصل‌های درس:

مفهوم ترتیب، نگاشت‌های حافظ ترتیب، نگاشت‌های باقیمانده‌ای، بستارها، یکرختی‌های مجموعه‌های مرتب، نیم‌گروه‌های نگاشت‌های باقیمانده‌ای، شبکه‌ها و زیرمشبکه‌ها، زیرگروه‌های بئر، مجموعه‌های خارج‌قسمتی مرتب، هم‌ارزی‌های قویاً منظم بالایی، همنهشتی‌های شبکه، زوج‌های مدولار، شرط‌های زنجیر، تحویل‌ناپذیری‌های الحاقی، شبکه‌های پخشی، زیرگروه‌های بئر و مدولاریتی، عضوهای متمم‌دار، شبکه‌های متمم‌دار منحصر بفرد، جبرها و حلقه‌های بولی، عضوهای مرکزی و خنثی، قضیه نمایشی Stone، متمم جبرهای بولی، شبه متمم‌ها، جبرهای Stone، جبرهای هیتینگ، زیرگروه‌های بئر و باقیمانده‌ای، همنهشتی‌ها و جبرهای تحویل‌ناپذیر زیر مستقیم، گروه‌های مرتب، زیرگروه‌های محدب، L -زیرگروه‌های مرتب، گروه‌های نمایش‌پذیر، حلقه‌ها و میدان‌های کلاً مرتب، زیرگروه‌های باقیمانده‌ای و زیرگروه مرتب، زیرگروه‌های منظم.

مراجع پیشنهادی:

1. T. S. Blyth, **Lattices and Ordered Algebraic Structures**, Springer-verlag, 2005.
2. G. Birkhoff, **Lattice Theory**, American Mathematical Society, 1973.

		منطق شهودی		فارسی	عنوان
Intuitionistic Logic				انگلیسی	درس
دروس پیش‌نیاز	تعداد ساعت	تعداد واحد	نوع واحد		
منطق ریاضی	۴۸	۳	جبرانی		الزامی
			عملی	نظری	عملی
			نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		حل تمرین: ندارد

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با منطق شهودی (شهودگرایی) است که یکی از مهمترین رهیافت‌های ساختنی به ریاضیات است.

سرفصل‌های درس:

تاریخچه مختصری از ساخت‌گرایی در ریاضیات با تاکید بر شهودگرایی برآوری، تعبیر BHK (برآور-هیتینگ-کولموگراف) از ثوابت منطقی، تعبیرهای توپولوژیک و جبری، دستگاه‌های صوری اثباتی برای منطق شهودگرایی گزاره‌ای و محمولات، معناشناسی جهان‌های ممکن (مدل‌های کریپکی)، قضایای درستی و تمامیت نسبت به مدل‌های کریپکی، خواص DP و EP.

مراجع پیشنهادی:

1. A. S. Troelstra and D. Van Dalen, **Constructivism in Mathematics**, Vol I, North-Holland, 1988.
2. A. G. Dragalin, **Mathematical Intuitionism, Introduction to Proof Theory**, AMS, Providence, RI, 1988.

		منطق وجهی		فارسی	عنوان
Modal Logic				انگلیسی	درس
دروس پیش‌نیاز	تعداد ساعت	تعداد واحد	نوع واحد		
منطق ریاضی	۴۸	۳	جبرانی		الزامی
			عملی	نظری	عملی
			نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		حل تمرین: ندارد

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با منطق وجهی است که یکی از مهم‌ترین منطق‌های غیر کلاسیک می‌باشد و کاربردهای مهمی در بخش روش‌های صوری (رسمی) از علوم کامپیوتر دارد.

سرفصل‌های درس:

زبان منطق وجهی، قاب‌ها و مدل‌های کرپیکی، منطق وجهی نرمال، تناظر دوسویه، قضیه هنسی-میلنر، ترجمه استاندارد، قضیه مشخص‌سازی فن بنتم، تعریف‌پذیری قاب‌ها، مدل‌های کانونی، دستگاه‌های اثباتی و تمامیت، جبری کردن منطق وجهی، جبرهای بولی با عملگر، قضیه ینسن-تارسکی.

مراجع پیشنهادی:

1. P. Blackburn, M. de Rijke and Y. Venema, **Modal Logic**, Cambridge University Press, 2002.
2. A. Chagrov and M. Zakharyashev, **Modal Logic**, Clarendon Press, Oxford, 1997.
3. J. van Benthem, **Modal Logic for Open Minds**, CSLI Publications, 2010.

		منطق فازی از دیدگاه ریاضی		فارسی	عنوان
		Mathematical Aspects of Fuzzy Logic		انگلیسی	درس
درس پیش‌نیاز	تعداد ساعت	تعداد واحد	نوع واحد		
مبانی منطق و نظریه مجموعه (کارشناسی)	۴۸	۳	جبرانی		الزامی
			عملی	نظری	عملی
			نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		حل تمرین: ندارد

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با منطق فازی به عنوان بخشی از منطق ریاضی است.

سرفصل‌های درس:

t-نرم‌ها، منطق گزاره‌ای BL، منطق لوکاسیویچ گزاره‌ای، منطق ضرب گزاره‌ای، منطق گودل گزاره‌ای، ساختارهای جبری مرتبط با منطق‌های یاد شده، قضیه تمامیت، منطق پایه محمولی، منطق لوکاسیویچ محمولی، منطق گودل محمولی، نظریه مدل منطق‌های یاد شده، قضیه‌های تمامیت مرتبط.

مراجع پیشنهادی:

1. P. Hájek, **Metamathematics of Fuzzy Logic**, Kluwer Academic Publishers, 1998.

		فلسفه ریاضی		فارسی	عنوان
Philosophy of Mathematics				انگلیسی	درس
درس پیش‌نیاز	تعداد ساعت	تعداد واحد	نوع واحد		
منطق ریاضی	۴۸	۳	جبرانی		الزامی
			عملی	نظری	عملی
			نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		حل تمرین: ندارد

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با برخی فلسفه‌های مشهور ریاضی است.

سرفصل‌های درس:

افلاطون‌گرایی، واقع‌گرایی، نام‌گرایی، کانت، منطق‌گرایی، صورت‌گرایی، برنامه هیلبرت، قضیه‌های ناتمامیت گودل، شهودگرایی (برآور، ویتگنشتاین، دامت)، طبیعی‌گرایی، ساختارگرایی، حوزه‌های جدید در فلسفه ریاضی.

مراجع پیشنهادی:

1. James Robert Brown, **Philosophy of Mathematics: A Contemporary Introduction to the World of Proofs and Pictures**. Routledge, 2nd Edition, 2008.
2. **The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic**, Stewart Shapiro (Editor), Professor of Philosophy, Ohio State University.
3. Stewart Shapiro, **Philosophy of mathematics: Structure and ontology**, Oxford, Oxford University Press, 1997.

		مباحثی در منطق		فارسی	عنوان درس
Topics in Logic				انگلیسی	
دروس پیش‌نیاز	تعداد ساعت	تعداد واحد	نوع واحد		
اجازه گروه	۴۸	۳	جبرانی		الزامی
			عملی	نظری	اختیاری
			عملی	نظری	عملی
			نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		حل تمرین: ندارد

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با یکی از بخش‌های منطق ریاضی یا کاربردهای آن است که به طور مجزا برای آن تاکنون سرفصلی ارائه نشده است.

سرفصل‌های درس: ----

مراجع پیشنهادی: ----

بخش دوم

دکتری

ریاضی محض - گرایش منطق ریاضی

فصل اول

مشخصات دوره دکتری ریاضی - گرایش منطق ریاضی

مقدمه

منطق ریاضی در اواخر قرن نوزدهم و اوایل قرن بیستم میلادی ضمن کوشش فیلسوف-ریاضیدانانی چون فرگه و راسل برای حل مسائل موجود در مبانی ریاضیات به وجود آمد و با تلاش ریاضیدانان بزرگی چون هیلبرت، گودل و تارسکی شکوفا شد. دهه ۱۹۴۰ میلادی شاهد رشد شاخه‌های اصلی منطق ریاضی مانند نظریه برهان، نظریه محاسبه‌پذیری، نظریه مدل و نظریه مجموعه بود.

یک محصول جانبی ولی بسیار با ارزش این تلاش‌ها که در راستای تصمیم‌پذیری دستگاه‌های مختلف منطقی و ریاضی به دست آمد، معرفی نخستین ماشین‌های محاسبه‌صوری از قبیل ماشین تورینگ بود. این موضوع نه تنها منجر به شکل‌گیری بخش مهم نظریه محاسبه‌پذیری (نظریه بازگشت) از منطق ریاضی شد، بلکه موجب ساخت کامپیوترهای امروزی و پیدایش علوم کامپیوتر نظری نیز شد. در سال‌های اخیر کاربردهای منطق در علوم کامپیوتر آن چنان فراگیر شده که اهمیت آن را با اهمیت حساب دیفرانسیل و انتگرال در علم فیزیک مقایسه می‌کنند.

هدف:

هدف از این دوره رسیدن به مرزهای دانش در یکی از بخش‌های منطق یا کاربردهای آن و انجام پژوهش اصیل در آن قسمت است.

پیش‌نیاز ورود: دارا بودن مدرک کارشناسی ارشد در هر یک از گرایش‌های مجموعه علوم ریاضی.

دروس الزامی (فرعی):

یک درس از دروس هر یک از گرایش‌های دوره دکتری ریاضی (شامل منطق ولی از زمینه‌ای متفاوت با موضوع رساله) و یا علوم کامپیوتر.

دروس انتخابی:

هر یک از دروس انتخابی دوره کارشناسی ارشد ریاضی محض گرایش منطق که اخذ نشده، نظریه پیشرفته مدل، نظریه پیشرفته مجموعه، مدل‌های ناستاندارد حساب، منطق و محاسبه، مباحثی پیشرفته در منطق.

رساله: ۲۴ واحد

فصل دوم

جدول دروس دکتری ریاضی- گرایش منطق ریاضی

درس‌های تخصصی-اختیاری دکتری ریاضی گرایش منطق ریاضی

پیش نیاز و هم نیازها	تعداد واحد	نام درس	شماره درس
پیش نیاز درس مربوطه	3	درس منطق ریاضی یا هر یک از دروس تخصصی-اختیاری دوره کارشناسی ارشد گرایش منطق ریاضی که اخذ نشده است.	۱
نظریه مدل	3	نظریه پیشرفته مدل	۲
نظریه مجموعه	3	نظریه پیشرفته مجموعه	۳
منطق ریاضی، نظریه مدل	3	مدل‌های ناستاندارد حساب	۴
منطق ریاضی	3	منطق و محاسبه	۵
اجازه گروه	3	مباحثی پیشرفته در منطق	۶

فصل سوم

سر فصل دروس دکتری ریاضی - گرایش منطق ریاضی

		فارسی		نظریه پیشرفته مدل		عنوان	
		انگلیسی		Advanced Model Theory		درس	
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعات	درس پیش نیاز			
الزامی		جبرانی		اختیاری		نظری	
عملی		نظری		عملی		نظری	
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		مدل		نظریه	

سرفصل‌های درس:

مدل‌های اول، همگن، جهانی و آکنده، زدایش تایپ، قضیه Ryll-Nardzewski، آکندگی، همگنی و جهانی بودن، کاربردهای آکندگی، دنباله‌ها و مجموعه‌های تمایزناپذیر، مدل‌های یرن فویخت-موستاوسکی، جفت‌ها و اتی، قضیه دو-کاردینال وات، پایداری و ω -پایداری، قضیه جازمیت مورلی، رتبه و درجه مورلی، آشنایی با ناوابستگی و فورکینگ در نظریه‌های ω -پایدار، آشنایی با گروه‌های ω -پایدار.

مراجع پیشنهادی:

1. K. Tent, M. Ziegler, **A Course in Model Theory**, Cambridge University Press, 2012.
2. S. Buechler, **Essential Stability Theory**, Springer, 1996.
3. C.C. Chang, H. Jerome Keisler, **Model Theory**, North-Holland, 1990.
4. A. Marcja, C. Toffalori, **A Guide to Classical and Modern Model Theory**, Kluwer Academic Publishers, 2003.
5. D. Marker, **Model Theory, An Introduction**, Springer, 2002.
6. A. Pillay, **Geometric Stability Theory**, Clarendon Press-Oxford, 1996.
7. B. Poizat, **A Course in Model Theory**, Springer, 2000.

نظریه پیشرفته مجموعه				فارسی	عنوان	
Advanced Set Theory				انگلیسی	درس	
دروس پیش نیاز	تعداد ساعت	تعداد واحد	نوع واحد			
نظریه مجموعه	۴۸	۳	جبرانی		الزامی	
			عملی	نظری	عملی	نظری
			نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		حل تمرین: ندارد	

سرفصل‌های درس:

از میان موردهای زیر گزیده خواهد شد:

۱. نیرش (forcing) و دستاوردهای ناوابستگی: نیرش و مدل‌های هرویک (generic)، بنداشت مارتین ناوابستگی بنداشت انتخاب و پنداشت پیوستار، کاردینال‌های بزرگ
۲. نظریه توصیفی مجموعه‌ها: فضای بئر، فضاهاى لهستانی، پایگان بورل، مجموعه‌های واکاویک (analytic) و هم واکاویک، کاردینال یک مجموعه واکاویک، پایگان افکنشی.

مراجع پیشنهادی:

1. K. Ciesielski, **Set Theory for Working Mathematicians**, Cambridge, 1997.
2. T. Jech, **Set Theory**, Springer, 2013.
3. A.S. Kechris, **Classical Descriptive Set Theory**, Springer, 1995.
4. K. Kunen, **Set theory, An Introduction to Independence Proofs**, North-Holland, 1992.
5. R.M. Smullyan, M. Fitting, **Set Theory and the Continuum Problem**, Oxford, 1996.

		مدل‌های ناستاندارد حساب		فارسی	عنوان
		Non-Standard Models of Arithmetic		انگلیسی	درس
دروس پیش‌نیاز	تعداد ساعت	تعداد واحد	نوع واحد		
منطق ریاضی، نظریه مدل	۴۸	۳	جبرانی		الزامی
			عملی	نظری	عملی
			نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		حل تمرین: ندارد

سرفصل‌های درس:

حساب پئانو، قالب‌های دره‌اش (induction)، اصل کوچکترین عدد و اصل گردآیه، شکاف (cut)، سرریز و پایین ریز، گسترش‌های در پایان و هم‌پایان، سامانه استاندارد، تایپ‌ها و شمارا آکندگی، قضیه نشان‌دن فریدمن، قضیه MacDowel-Specker، زیر نظریه‌های حساب‌ها، ارتباط با نظریه بازگشت، پیچیدگی محاسبه، نظریه برهان، ریاضیات هم‌ساختی و برهان‌پذیری .

مراجع پیشنهادی:

1. R. Kossak, J. Schmerl, **The Structure of Models of Peano Arithmetic**, Clarendon Press, Oxford, 2006
2. P. Hajek and P. Pudlak, **Metamathematics of first order arithmetic**, Springer, 1998
3. R. Kaye, **Models of Peano Arithmetic**, Oxford, 1991
4. C. Smorynski, **Logical Number Theory**, Springer, 1992
5. A. S. Troelstra and D. van Dalen, **Constructivism in Mathematics**, Northh-Holland, 1998.

		منطق و محاسبه		فارسی	عنوان
Logic and Computation				انگلیسی	درس
پیش نیاز	تعداد ساعات	تعداد واحد	نوع واحد		
ندارد	۴۸	۳	جبرانی		الزامی
			عملی	نظری	عملی
			نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		حل تمرین: ندارد

سرفصل‌های درس:

در این درس از میان موارد زیر یا دیگر موضوع‌های مرتبط به کاربردهای منطق در علوم کامپیوتر پرداخته می‌شود:

۱. منطق و نظریه پیچیدگی: شامل پیچیدگی اثبات گزاره‌ای، حساب محدود، نظریه مدل‌های متناهی.
۲. منطق و روش‌های صوری (رسمی): شامل منطق زمانی، شناختی و پویا، بررسی مدل (Model Checking)، درستیابی اثبات (Proof Verification).
۳. ساختارهای محاسبه‌پذیر، نظریه مدل محاسبه‌پذیر.
۴. تناظر اثبات‌ها و برنامه‌ها: شامل منطق شهودی، حساب λ ، تناظر Curry-Howard.

مراجع پیشنهادی:

1. Jan Krajicek, **Bounded Arithmetic, Propositional Logic and Complexity Theory**, Cambridge University Press, 1995.
2. H. van Ditmarsch, W. van der Hoek, B. Kooi, **Dynamic Epistemic Logic**, Springer, 2008.
3. F. Kröger and S. Merz, **Temporal Logic and State Systems**, Springer, 2008.
4. M. H. Sørensen and P. Urzyczyn, **Lectures on Curry-Howard Isomorphism**, Elsevier, 2006.

		فارسی		مباحثی پیشرفته در منطق		عنوان	
		انگلیسی		Advanced Topics in Logic		درس	
دروس پیش‌نیاز		تعداد ساعت	تعداد واحد	نوع واحد			
اجازه گروه		۴۸	۳	جبرانی		الزامی	
				عملی	نظری	عملی	نظری
		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد				حل تمرین: ندارد	

هدف درس:

هدف از این درس آشنایی با پیشرفت‌های اخیر در یکی از شاخه‌های منطق ریاضی یا کاربردهای آن است.

سرفصل‌های درس: ---

مراجع پیشنهادی:

کتاب و مقاله‌های مروری و پژوهشی مرتبط.