

# www.icivil.ir

پرتال جامع دانشجویان و مهندسين عمران

ارائه كتابها و جزوات رايجان مهندسي عمران

بهترين و برترين مقالات روز عمران

انجمن هاي تفصلي مهندسي عمران

خوشگاه تفصلي مهندسي عمران

به نام خدا

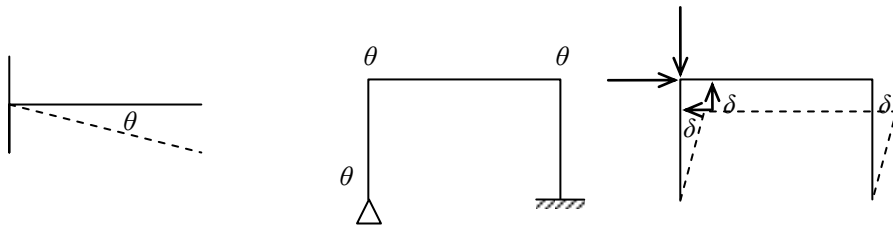
## تحليل سازه ۲

برای تحلیل سازه‌های نامعین، روش شیب - افت و روش های دیگر نیاز است. باید تعداد درجات آزادی در یک سازه تعیین گردد. تعداد مجهولات در این سازه های نامعین همان تعداد درجات آزادی است.

### درجات آزادی:

دورانی  $\theta$ : به تعداد  $\theta$  های مستقل سازه تعداد درجات آزاد دورانی

انتقالي  $\delta$ : به تعداد  $\delta$  های مستقل سازه تعداد درجات آزادی انتقالي



در بدست آوردن درجات آزادی دورانی و انتقالي نیاز است گره‌ها در یک سازه تعیین گردد.

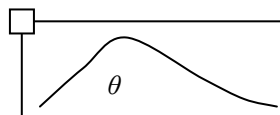
گره: به نقاطی اطلاق می‌شود که محل طلاقی دو عضو یا تکیه‌گاه خارجی یا تغییر مقطع آن

باشد.

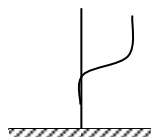
۱. در گره های صلب  $\theta = 1$  می‌باشد زاویه تغییر نمی‌کند.



۲. در گروه های مفصل  $\theta$  به تعداد اعضای وارد شده بر مفصل می‌باشد.



۳. در تکیه‌گاه گیردار چون دورانی ندارد ( $\theta = 0$ ).

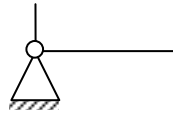


۴. در تکیه‌گاه غلطکی برشی  $(\theta=1)$ .

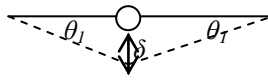


۵. اگر دو عضو روی یک مفصل باشند  $(\theta=1)$  و اگر دو عضو به یک مفصل متصل باشند

$(\theta=2)$ .

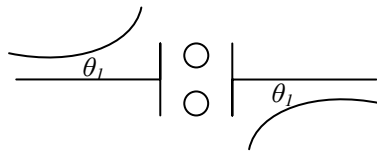


مثال:  $\theta=2, \theta_1 \neq \theta_2$



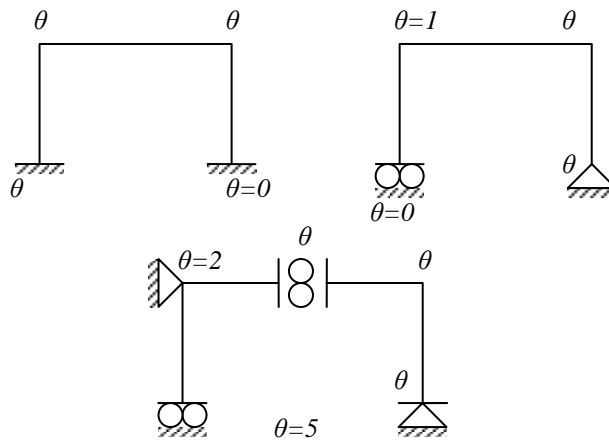
مثال:

مفصل برشی  $\theta=1$ .



$$\begin{array}{ll} \theta_1 = \theta_2 & \theta = 1 \\ \delta_1 \neq \delta_2, & \delta = 2 \end{array}$$

در مفصل به تعداد اعضا وارده



$$\begin{cases} \theta = 2 \rightarrow k = \infty \\ \theta = 3 \rightarrow k \neq \infty \end{cases}$$

$$\text{if } k = \infty \rightarrow \theta = 0, \theta = \frac{m}{k} = 0$$

$$\text{if } k \neq \infty \rightarrow \theta = \frac{m}{k}$$

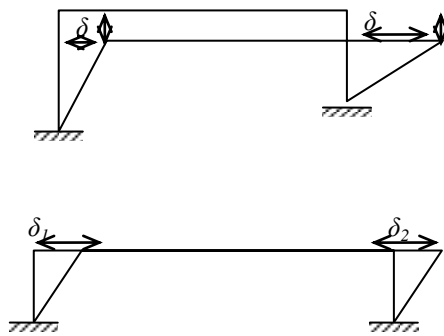
### درجه آزادی انتقالی

برای تعیین درجه آزادی انتقالی فرض می شود سختی محوری بی نهایت باشد. یعنی تغییر شکل

محوری صفر باشد، ولی نیروی محوری موجود باشد.

$$L = \text{cte}$$

در صورت تغییر شکل محوری:  $\delta = 4$



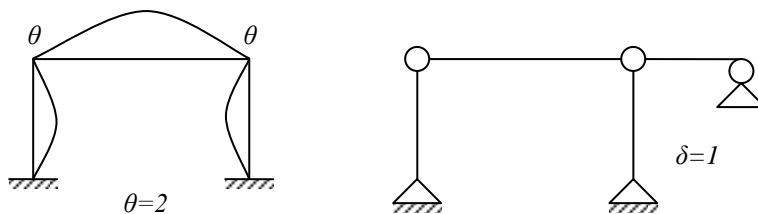
(از تغییر شکل محوری صرف نظر نشود).

برای تغییر درجات آزادی انتقالی ابتدا گره‌ها را مشخص می کنند. سپس کلیه لنگرهای خمشی

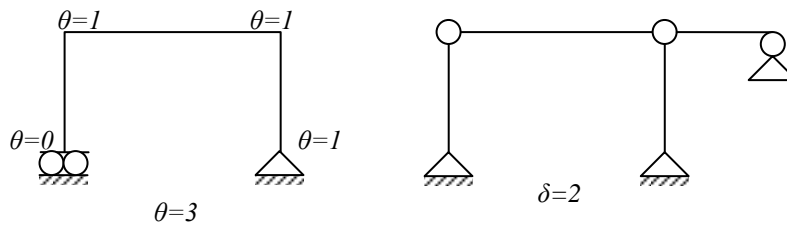
موجود در گره‌ها را صفر می کنیم (گره‌ها را تبدیل به مفصل کرده) شکل های حاصل خرابی می شود

که تعداد میله های موردنظر برای پایداری این خرپا تعدادی ===== یا همان تعداد درجات آزادی

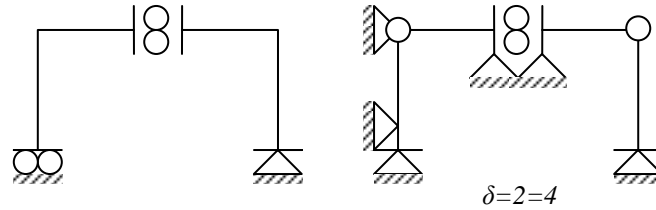
انتقالی می باشد.



$$۳ = ۲ + ۱ = \text{درجات آزادی}$$

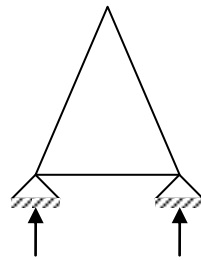


درجه آزادی = 2+2=4



درجه آزادی خرپا

در خرپاهای معین درجه آزادی برابر با تعداد اعضای خرپا می باشد.



$$\delta + \theta = m$$

$$m - 2n + r$$

$$3 - 6 + 3 = 0$$

در خرپاهای نامعین، تعداد درجات آزادی برابر است با:

$$m - I_L$$

$$m - (m - 2n + r)$$

$$2n - r$$

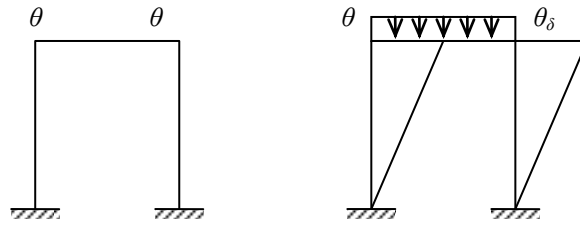
$$2 * 3 - 4 = 2$$

$$3 - 2 * 3 + 4 = 1 > 0$$

$$m - I_L = 3 - 1 = 2$$

اگر در قابی که از تغییر شکل محوری صرف نظر شود به جای یک عضو از آن قاب عضو

صلب جایگزین شود، درجه آزادی کاهش می یابد.



درجه آزادی = ۱

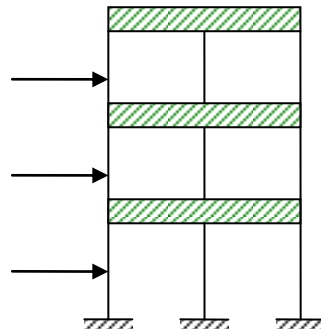
$$\delta \propto \tan \theta$$

$$\delta_1 = \delta_2$$

$$\delta_3 = \delta_4$$

$$\delta_6 = \delta_7$$

$$\delta_8$$

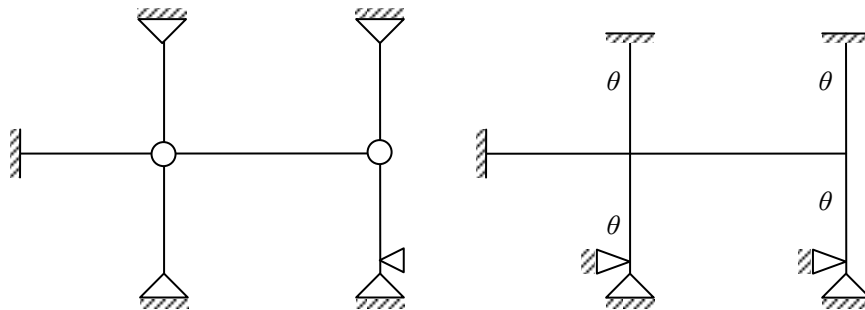


اول:

$$\theta = 4 \leftarrow \theta$$

دوم:

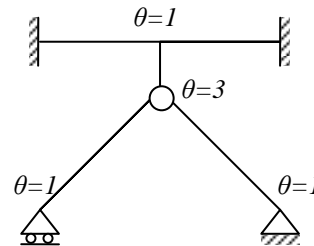
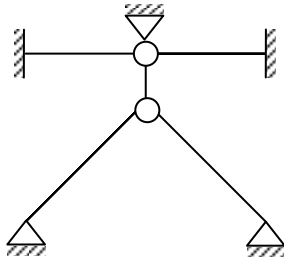
$$\delta = 4 \leftarrow \delta$$



در صورتی از تغییر حول محوری صرف نظر نشود.

برای انتقال تمامی گره‌ها تبدیل به مفصل شدند.

$$\theta = 4 + \delta = 2 = 6$$



### شیب - افت

یکی از روش‌های تحلیل سازه‌های نامعین، حل شیب - افت توسط درجات آزادی انتقالی و دورانی صورت می‌گیرد و فرض بر این است که تغییر طول محوری نداشته.

$$EA = \infty \rightarrow \delta = 0$$

ولی  $F \neq 0$  نیروی محوری داشته باشیم.

هرچه تعداد نامعینی بیشتر درجات آزادی کمتری داریم و حل به روش شیب - افت راحت‌تر

است.

درجه آزادی:

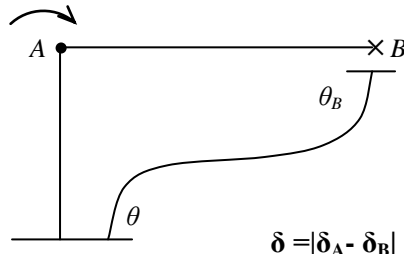
m-I<sub>L</sub>

فرمول شیب - افت:

$$M_{HB} = \frac{2(EI)_{AB}}{L_{AB}} \left( 2\theta_A + \theta_B - \frac{3\delta}{L_{AD}} \right)$$

با فرض اینکه روی اعضاء باربری نداشته باشیم.

در حل به روش شیب - افت هرگاه سازه‌ای درجه آزادی انتقالی نداشته و همچنین نیروهای موجود فقط از نوع منفرد باشند و فقط به گره داخلی اعمال شود، اثبات می‌شود تمامی  $\delta$  ها و  $\theta$  ها صفرند و کلیه لنگرهای صفر و در نتیجه نیروهای برشی صفراند سازه‌ها تبدیل به خرپا می‌شود.



اگر نیرو به مفصل وارد شود، تغییری در  $\delta$ ,  $\theta$  نداریم:

$$\delta = 0$$

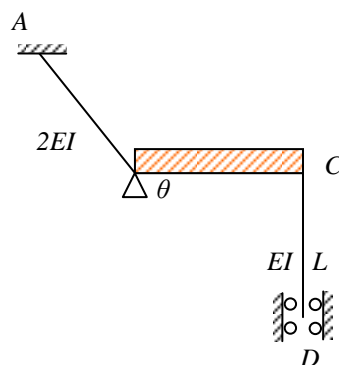
$$\theta = 0$$

اگر خرپا معین باشد، نیروی محوری را بدست می‌آوریم.

اگر خرپا نامعین باشد، نیروی محوری را نمی‌توان بدست آورد.

شیب - افت لنگر و برش را می‌دهد، ولی نیروی محوری را نمی‌توان با شیب - افت بدست

آورد.



مثال:

در سازه فوق اگر قسمت صلب (BC) به اندازه  $\theta$  دوران کند حول نقطه D مطلوب است:

$$\frac{M_A}{M_D} = ?$$



$$M_A = M_{A/B} = \frac{2(2EI)}{\sqrt{2}L} \left( 2\theta_A + \theta_B - \frac{3\delta}{L} \right)$$

$$M_A = \frac{2EI}{\sqrt{2}L} \theta_B$$

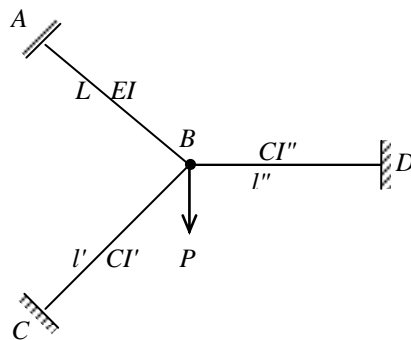
$$M_B = \frac{2EI}{\sqrt{2}L} \left( 2\theta_B + \theta_A - \frac{3\delta}{L} \right)$$

$$M_{DC} = \frac{2EI}{L} \left( 2\theta_D + \theta_C - \frac{3\delta}{L} \right)$$

$$M_D = \frac{2EI}{L} \theta_B$$

$$\frac{M_A}{M_D} = \frac{\frac{4EI}{\sqrt{2}L} \theta_B}{\frac{2EI}{L} \theta_B} = \frac{2EI}{\sqrt{2}}$$

مثال: برای تعادل در نقطه  $\theta_B$  چقدر است؟



حل. برای تعادل در گره:  $\sum M_B = 0$

$$M_{BA} + M_{BC} + M_{BD} = 0$$

$$\frac{2EI}{L} \left( 2\theta_B + \theta_A - \frac{3\delta}{L} \right) + \frac{2(EI)'}{l'} \left( 2\theta_B + \theta_C - \frac{3\delta'}{L'} \right) + \frac{3EI''}{L} \left( 2\theta_B + \theta_D - \frac{3\delta''}{L''} \right)$$

$$4\theta_B \left( \left( \frac{EI}{L} \right) + \left( \frac{EI}{L} \right)' + \left( \frac{EI}{L} \right)'' \right) = 0$$

$$\Rightarrow \theta_B = 0$$

روش شیب - افت بدون بارگذاری روی اعضاء:

۱. دو سر جوش

$$M_{AB} = \frac{2EI}{l} \left( 2\theta_A + \theta_B - \frac{3\delta}{l} \right)$$

۲. یک سر جوش - یک سر مفصل

$$M_{AB} = \frac{3EI}{l} \left( \theta_A - \frac{\delta}{L} \right)$$

روش شیب - افت با بارگذاری روی اعضاء

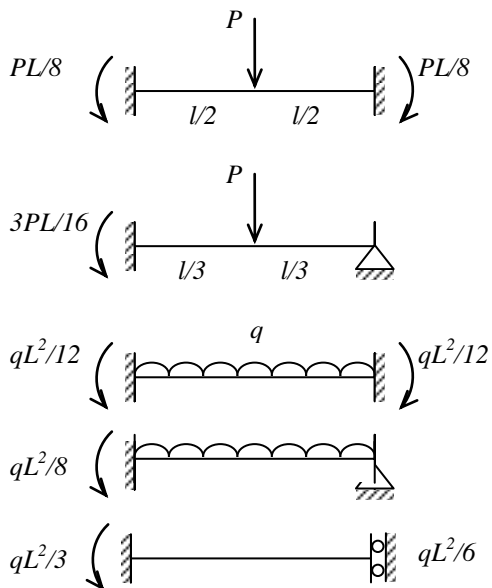
۱. دو سر جوش

$$M_{AB} = \frac{2EI}{l} \left( 2\theta_A + \theta_B - \frac{3\delta}{l} \right) + FeM_{AB}$$

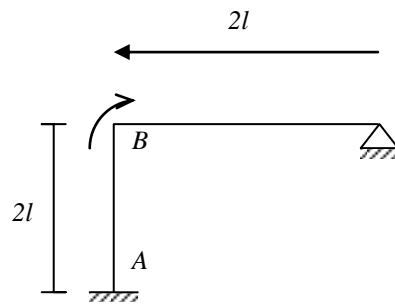
۲. یک سر جوش - یک سر مفصل

$$M_{AB} = \frac{3EI}{l} \left( \theta_A - \frac{\delta}{L} \right) + FeM_{AB} - \frac{1}{\mu} FeM_{BA}$$

مقادیر  $F_{em}$ :



مطلوب است لنگر نقطه B؟



(یک سر مفصل - یک سر جوش)

$$M_{BC} = \frac{3EI}{l} \left( \theta_B - \frac{\delta}{L} \right) = \frac{3EI}{2l} \theta_B$$

حال تعادل در BA با فرمول اصلی

$$M_{BA} = \frac{2EI}{2l} (2\theta_B + 0 + 0) = \frac{4EI}{2l} \theta_B$$

لنگر خارجی

$$M_{BA} + M_{BC} = M$$

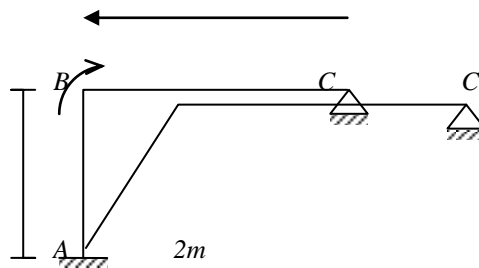
$$\frac{3EI}{2l} \theta_B + \frac{2EI}{l} \theta_B = M$$

$$\frac{2EI}{2l} \theta_B = M$$

$$\theta_B = \frac{2ML}{rEI}$$

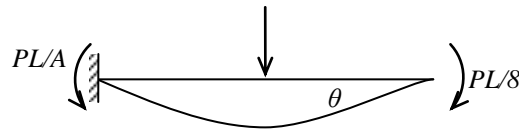
$$M_{BC} = \frac{3}{7} M$$

در قاب شکل روبرو اگر تغییر مکان نقطه B برابر ۰/۰۴ متر باشد، مطلوب است میزان  $M_{BC}$ .



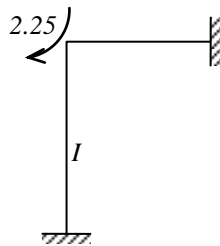
$$\begin{aligned} \sum M_B = 0 \quad M_{BA} + M_{BC} &= 0 \\ M_{BA} &= \frac{2EI}{4} \left( 2\theta_B + 0 + \frac{3\delta}{l} \right) \\ M_{BC} &= \frac{3EI}{l} (\theta_B - 0) \\ \sum M_B = 0 \quad EI\theta_B &= \frac{0.12}{8} EI + \frac{3GI}{2} \theta_B = 0 \\ \theta_B &= 0.006 \\ M_{BC} &= \frac{3GI}{2} (0.006) \\ M_{BC} &= 0.009EI \end{aligned}$$

مثال: در تیر شکل زیر مطلوب است ممان فنر پیچشی.



$$\begin{aligned} K &= \frac{m'}{\theta} \rightarrow m' = K\theta \\ M_{BA} = M' &= \frac{2EI}{l} (-2\theta_B) + Fe_m \\ M_{BH} &= \frac{-4EI}{e} \theta_B + \frac{PL}{8} = K\theta_B = -\frac{2EI}{e} \theta_B \\ M' = K\theta_B &= \frac{2EI}{e} * \frac{2EI}{48EI} = \frac{PL}{24} \end{aligned}$$

مثال: مطلوب است تحلیل قاب داده شده به روش شیب - افت.



حل. در روش شیب - افت اگر سازه‌ای دارای کنسول باشد، می‌توان کنسول را حذف نموده،

لنگر آن را به تکیه‌گاه مجاور اعمال نمود.

$$2 * 1.5 * \frac{1.5}{2} = 2.25$$

$$\frac{qL^2}{12} = \frac{2 * 6^2}{12} = 6$$

$$M_{ab} = \frac{2EI}{4}(\theta_b) = \frac{EI\theta_b}{2} = 0.94$$

$$M_{ba} = \frac{2EI}{4}(2\theta_b) = EI\theta_b = 1.875$$

$$M_{bc} = \frac{2E(1.5I)}{6}(2\theta_b) - 6 = EI\theta_b - 6 = -4.125$$

$$M_{cb} = \frac{3EI}{6}(\theta_b) + 6 = \frac{EI\theta_b}{2} + 6 = 6.94$$

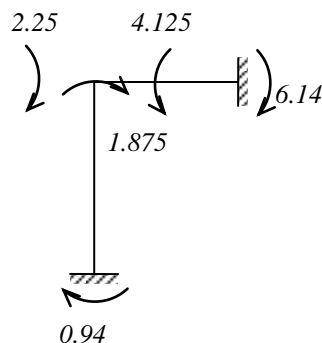
حال برای بدست آوردن  $\theta_b$  تعادل را در گره b می نویسیم.

$$M_{ba} + M_{bc} + 2.25 = 0$$

$$EI\theta_b + EI\theta_b - 6 + 2.25 = 0$$

$$\theta_b = \frac{1.875}{EI}$$

حال جایگذاری  $\theta_b$  برای بدست آوردن M ها.



از شیب افت نیروی ممان و نیروی برشی را بدست می آوریم.

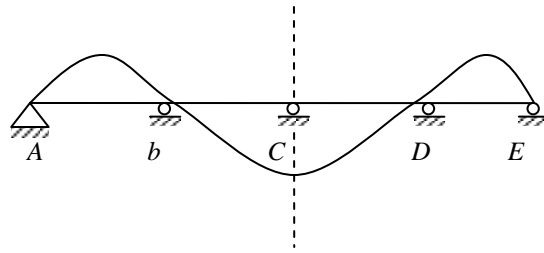
$$\sum M_b = 0$$

$$M_{ba} + M_{ab} + R_x * 4 = 0$$

$$R_x = \frac{M_{ba} + M_{ab}}{4}$$

مطلوب است تحلیل تیر سرتاسری داده شده در صورتی که تکیه گاه C به اندازه ۲ سانتیمتر به

طرف پایین نشست کرده باشد.



$$EI = cte$$

$$\delta = |\delta_A - \delta_B|$$

تیر متقارن می باشد. برش می زنیم.

$$-EI\theta_A + \frac{EI\theta_b}{2} = 0 \Rightarrow \theta_H = \frac{\theta_b}{2}$$

لنگر در تکیه A برابر صفر است، زیرا مفصل وجود دارد.

$$M_{AB} = \frac{2EI}{4}(-2\theta_A + \theta_b) = 0$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{4}(2\theta_b - \theta_A) - EI\theta_b - \frac{EI\theta_A}{2} = 0.003EI$$

$$M_{BC} = \frac{2EI}{4}\left(2\theta_b + \theta_c - \frac{3\delta}{4}\right) = 0.0035EI$$

$$M_{CB} = \frac{2EI}{4}\left(2\theta_c + \theta_b - \frac{3 \cdot 0.02}{4}\right) = -0.0055EI$$

معادل تعادل در گره b

$$M_{BA} + M_{BC} = 0$$

$$\frac{EI}{2}\left(2\theta_b - \frac{\theta_b}{2}\right) + \frac{EI}{2}(2\theta_b - 0.015) = 0$$

$$\frac{3}{2}\theta_b + 2\theta_b - 0.015 = 0$$

$$\frac{7}{2}\theta_b = 0.015 \quad \theta_b = \frac{0.03}{7}$$

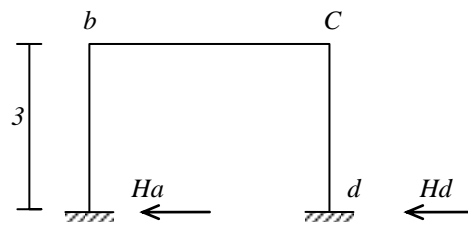
$$\theta_b = 4.28 \cdot 10^{-3} = 0.004$$

$$\theta_H = \frac{\theta_b}{2} = \frac{4.28 \cdot 10^{-3}}{2} = 2.14 \cdot 10^{-3} = 0.003$$

مثال:

در صورتی که تکیه گاه A، ۲ سانتیمتر به طرف پایین نشست کرده و 0.016rad در جهت عقربه

های ساعت دوران کرده باشد، قاب داده شده را به روش شیب افت تحلیل نمایید.



همیشه  $\delta$  عمود بر عضو حساب می شود.  $\theta$  مثبت و منفی را حساب کنید.

$$EI = 4000T.m^2$$

$$M_{ab} = \frac{2EI}{L} \left( 2\theta_a + \theta_b - \frac{3\delta}{e} \right)$$

$$M_{ab} = \frac{2 \cdot 4000}{3} \left( 2 \cdot 0.016 + \theta_b - \frac{3\delta}{3} \right)$$

$$M_{ba} = \frac{2 \cdot 4000}{3} \left( 2\theta_b + 0.016 - \frac{3\delta}{3} \right)$$

$$M_{bc} = \frac{2 \cdot 4000}{4} \left( 2\theta_c + \theta_b - \frac{3 \cdot 0.02}{4} \right)$$

$$M_{cd} = \frac{2 \cdot 4000}{3} \left( 2\theta_d + \theta_c - \frac{3 \cdot \delta}{3} \right)$$

$$M_{dc} = \frac{3 \cdot 4000}{3} \left( 2\theta_d + \theta_c - \frac{3 \cdot \delta}{3} \right)$$

$$\sum M_b = 0$$

$$M_{ab} + M_{ba} \cdot 3 = 0$$

$$H_a = -\frac{1}{3}(M_{ab} + M_{ba})$$

$$\sum M_c = 0$$

$$H_d = -\frac{1}{3}(M_{cd} + M_{dc})$$

$$F_x = 0 \quad H_a + H_d = 0 \quad -\frac{1}{3}(M_{ab} + M_{ba}) - \frac{1}{3}(M_{dc} + M_{cd})$$

۳ مجهول ۳ معادله پیدا کنیم.

۱. تعادل در c

۲. تعادل در b

۳. بعد برش ba و cd

$$\begin{cases} 1. & M_{ab} + M_{bc} = 0 \\ 2. & M_{cd} + M_{dc} = 0 \\ 3. & M_{ab} + M_{ba} + M_{cd} + M_{dc} = 0 \end{cases}$$

$$1) \quad \begin{aligned} 8\theta_b + 0.064 - 4\delta + 6\theta_b + 3\theta_c - 0.045 &= 0 \\ 14\theta_b + 3\theta_c - 4\delta + 0.019 &= - \end{aligned}$$

$$2) \quad \begin{aligned} 6\theta_c + 3\theta_b - 0.045 * 8\theta_c - 4\delta &= 0 \\ 14\theta_c + 3\theta_b - 4\delta - 0.045 &= 0 \end{aligned}$$

$$3) \quad \begin{aligned} 0.128 + 4\theta_b - 4\delta + 8\theta_b + 0.64 - 4\delta + 8\theta_c - 4\delta + 4\theta_c - 4\delta &= 0 \\ 12\theta_b + 12\theta_c - 16\delta + 0.192 &= 0 \\ 3\theta_b + 3\theta_c - 4\delta + 0.048 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 14\theta_b + 3\theta_c - 4\delta = 0.019 & \theta_c = 0.0084 \\ 3\theta_b + 14\theta_c - 4\delta = 0.045 & \theta_b = 0.0026 \\ 3\theta_b + 3\theta_c - 4\delta = -0.048 & \delta = 23 \end{cases}$$

$$\delta - \theta_c = 3\theta_b + 3\theta_c - 4\delta + 0.048 - 14\theta_b - 3\theta_c + 4\delta - 0.019 - 11\theta_b = -0.029$$

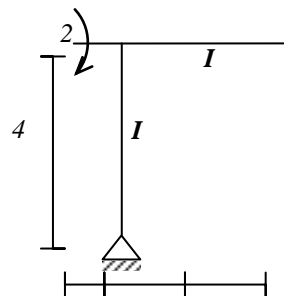
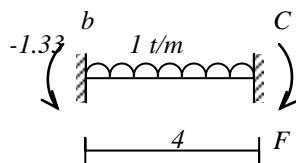
$$\theta_b = \frac{0.029}{11}$$

$$\theta_b - \delta = 3\theta_b + 14\theta_c - 4\delta - 0.045 - 3\theta_b - 3\theta_b - 3\theta_c + 4\delta + 0.048 = 0$$

$$11\theta_c = 0.093$$

$$\theta_c = \frac{0.093}{11}$$

لنگرهای تمامی نقاط را بدست آورید.



$$M = 1 * 2 * \frac{2}{2} = 2$$



$$\frac{ql^2}{12} = \frac{1 \cdot 4^2}{12} = 1.33$$

$$\delta' = \delta \tan \alpha$$

$$\delta'' = \sqrt{2} \delta'$$

$$\delta = \delta'' \cos \alpha$$

$$\delta'' = \frac{\delta}{\cos \alpha}$$

$$M_{ab} = 0$$

$$M_{ba} = \frac{3EI}{4} \left( \theta_B - \frac{\delta}{4} \right)$$

$$M_{BC} = \frac{2EI}{4} \left( 2\theta_B + \theta_C - \frac{3\delta}{4} \right) - 1.33$$

$$M_{CB} = \frac{2EI}{4} \left( 2\theta_C + \theta_B - 3\frac{3\delta}{4} \right) + 1.33$$

$$M_{CD} = \frac{2E(1.2I)}{4\sqrt{2}} \left( 2\theta_C + \theta_D - \frac{3\delta}{4\sqrt{2}} \right)$$

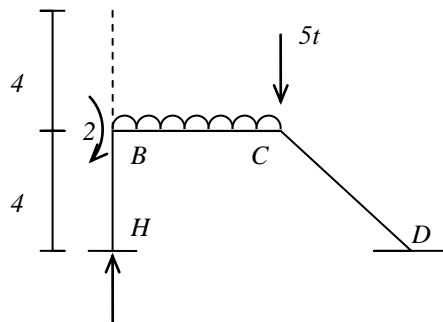
$$M_{CD} = \frac{2.4EI}{4\sqrt{2}} \left( \theta_C - \frac{3(\sqrt{2}\delta)}{4\sqrt{2}} \right)$$

(چون بار روی گره است، هیچ تاثیری در لنگر ندارد. اگر بار روی عضو باشد، تاثیر دارد).

تعداد

$$\begin{cases} M_{BH} + M_{BC} + 2 = 0 \\ M_{CB} + M_{CD} = 0 \end{cases}$$

برای معادله بعدی، نسبت به یک نقطه فرضی لنگر می گیریم.



$$\sum M_E = 0 \quad -H_H \cdot 8 - H_D \cdot 8\sqrt{2} + M_{DC} + 5 \cdot 4 + 4 \cdot (-2) = 0$$

$H_B$  و  $H_A$  را نداريم. بدست می آوريم:

$$\sum M_B = 0$$

$$-H_A * 4 + M_{HB} + M_{BA} = 0$$

$$\sum M_C = 0$$

$$M_{CD} + M_{DC} - H_D * 4\sqrt{2} = 0$$

$$H_D = \frac{M_{CD} + M_{DC}}{4\sqrt{2}}$$

$$\begin{cases} M_{CD} + M_{CB} = 0 \\ M_{BA} + M_{BC} = -2 \\ M_{DC} + 2M_{BH} + 2M_{CD} - 26 = 0 \end{cases}$$

$$1.75EI\theta_B + 0.5EI\theta_C + 0.19EI\delta = -0.67$$

$$-3 * 1.85EI\theta_C + 0.5EI\theta_B + 0.057EI\delta = -1.33$$

$$3.12EI\theta_C + 1.5EI\theta_B - 0.585EI\delta = 26$$

$$EI\theta_B = 3.79 \quad EI\theta_C = -0.61$$

$$EI\delta = -36.91$$

$$M_{ab} = 0$$

$$M_{ba} = 9.78$$

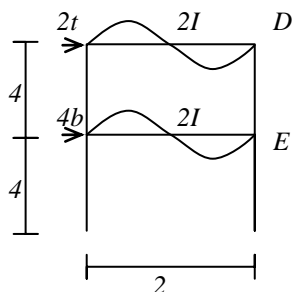
$$M_{bc} = -11.69$$

$$M_{cb} = -11.22$$

$$M_{CD} = 11.22$$

$$M_{DC} = 11.48$$

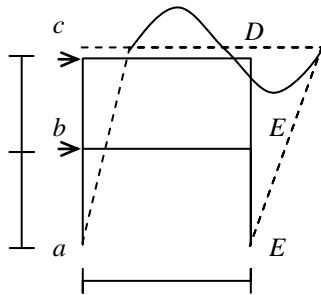
مثال: ضرب



$$\theta_C = -\theta_d$$

$$\theta_d = \theta_e$$

سازه متقارن معکوس ← زاویه برابر معکوس



$$\Delta_1 = \delta_{ab} = \theta_{ef}$$

$$\Delta_2 - \Delta_1 = \delta_{bc} = \delta_{ed}$$

$$M_{AB} = M_{eF} = \frac{2EI}{4} \left( \theta_b - \frac{3\delta_{ab}}{4} \right)$$

$$M_{ba} = M_{Fe} = \frac{2EI}{4}$$

$$M_{bc} = M_{ed}$$

$$M_{cb} = M_{de}$$

$$M_{be} = M_{ed}$$

$$M_{cd} = M_{dc}$$

۴ مجهول

$$\theta_B = ? \quad \Delta_1 = ?$$

$$\theta_C = ? \quad \Delta_2 = ?$$

$$\begin{cases} (1) & M_{ba} + M_{be} + M_{bc} = 0 \\ (2) & M_{cd} + M_{dc} = 0 \end{cases}$$

$$H_a = \frac{M_{ab} + M_{ba}}{4} =$$

$$H_F = \frac{M_{eF} + M_{Fe}}{4}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$H_A + H_F + 6 = 0$$

برای معادله ۴ برش از طبقه دوم

$$H_{bc} = \frac{M_{bc} + M_{cb}}{4}$$

$$H_{ed} = \frac{M_{ed} + M_{de}}{4}$$

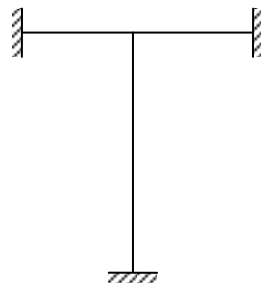
$$\sum F_x = 0$$

$$H_{bc} + H_{ed} + 2 = 0$$

$$\begin{cases} 16\theta_b + \theta_c - \frac{3}{4}\delta_{ab} - \frac{3}{4}\delta_{bc} = 0 \\ \theta_b + 14\theta_c - \frac{3}{4}\delta_{bc} = 0 \\ \theta_b - \frac{1}{2}\delta_{ab} + 8 = 0 \\ \theta_b + \theta_c - \frac{1}{2}\delta_{bc} + \frac{8}{3} = 0 \end{cases}$$

روش توزیع لنگر (پخش لنگر یا کراس) سختی

الف) اگر به گره صلبی چند عضو متصل باشد و بار روی اعضاء اعمال نگردد، یا جابجایی یا انتقال جانبی در سازه برابر صفر باشد و لنگر خارجی به اندازه  $M$  بر گره اعمال گردد، این لنگر به نسبت سختی اعضاء بین اعضاء تقسیم می شود.



$$M_{ea} = \frac{2EI}{l_{ea}}(2\theta) = 4E \frac{I_{ea}}{l_{ea}}$$

$$M_{eb} = \sum E \frac{I_{eb}}{l_{eb}}$$

$$M_{ec} = 4EK_{ec}\theta$$

تعداد در گره C

$$\sum M_e = m$$

$$M_{ea} + M_{eb} + M_{ec} = m$$

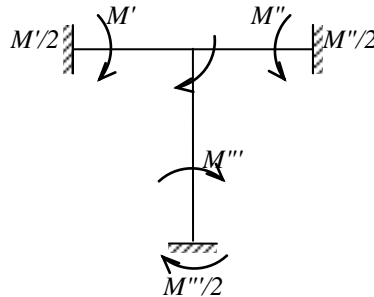
$$4EK_{ea}\theta + 4EK_{eb}\theta + 4EK_{ec}\theta = m$$

$$\theta = \frac{M}{4E(K_{ea} + K_{eb} + K_{ec})}$$

$$M_{ec} = \frac{4EK_{ec}(M)}{4E\sum K} \Rightarrow M_{ec} = m \frac{K_{ec}}{\sum K}$$

$$D_{ea} + D_{eb} + D_{ec} = 1$$

نکته: در صورتی که انتهای عضو تکیه‌گاه گیردار یا گره صلب باشد، نصف سهم لنگر عضو به انتهای دیگر عضو منتقل می‌شود. بدون آنکه از سهم خودش کم شود. اگر انتهای دیگر عضو مفصلی باشد، چیزی منتقل نمی‌شود. اگر تکیه‌گاه ۲ غلطکی باشد، برابر  $-M$  به تکیه‌گاه منتقل می‌شود.



$$M_{ea} = \varepsilon EL_{ea} \theta$$

$$M_{ea} = 2EK_{ea} \theta = \frac{1}{2} M_{ea}$$

$$C_{ae} = C_{ea} = \frac{1}{2}$$

تکیه‌گاه را برعکس کنیم.

مثال:

$$K_{ab} = \frac{EI}{5} \rightarrow 1$$

$$K_{bc} = \frac{3EI}{5} \rightarrow 3$$

$$D_{bc} = \frac{3}{1+3} = 0.75$$

$$D_{ab} = \frac{1}{1+3} = \frac{1}{4} = 0.35$$

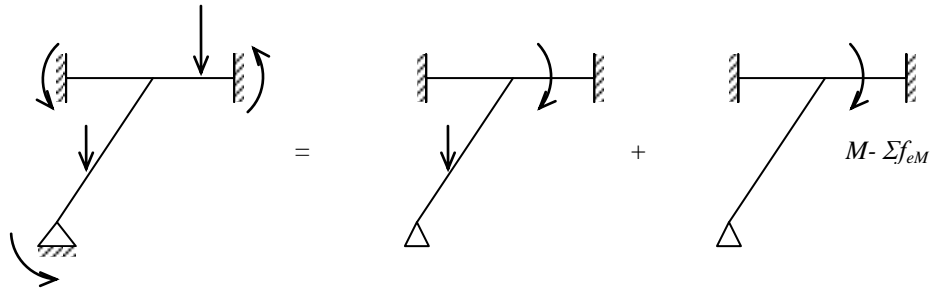
$$M_{ba} = M * D_{ba} = -60 * \frac{1}{4} = -15$$

$$M_{ab} = M_{ab} * C_{ab} = -15 * \frac{1}{2} = -7.5$$

$$M_{bc} = M * D_{bc} = -60 * \frac{3}{4} = -45$$

$$M_{cb} = M_{bc} * C_{bc} = -45 * \frac{1}{2} = 22.5$$

اگر روی اعضا بار باشد، در این صورت تحلیل مشابه با جمع جبری حالات زیر.



$$\frac{K_{ij}}{\sum K} (M - \sum F_{eM})$$

ضریب پخش تکیه‌گاه گیردار صفر است.

ضریب پخش تکیه‌گاه مفصلي یک است.

گیردار

$$D=0$$

$$D=0$$

مفصلي

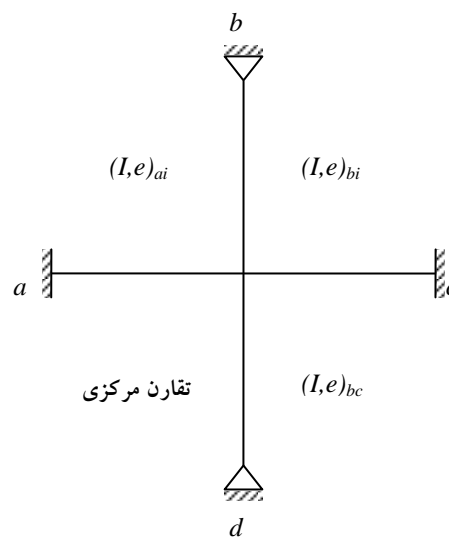
$$D=1$$

$$D=1$$

سختی تعدیل یافته:

می‌توان با توجه به شرایطی مشخص تعدیل‌هایی که بکار برد که عملیات پخش لنگر ساده‌تر

شود.



$$\begin{cases} M_b = 0 \\ \theta_a = 0 \end{cases} \Rightarrow \sum_i = 0 \quad M_{iu} + M_{ib} + M_{ic} + M_{id} = 0$$

$$M_{ia} = 4EK_{ia}\theta$$

$$M_{ib} = 2EK_{ib}(2\theta + \theta_b)$$

$$M_{bi} = 2EK_{bi}(2\theta_b + \theta) = 0$$

$$2\theta_b + \theta = 0 \quad \theta_b = -\frac{\theta}{2}$$

$$M_{ib} = 2EK_{ib}\left(2\theta - \frac{\theta}{2}\right) = 2EK_{ib}\left(\frac{3}{2}\theta\right)$$

$$M_{ib} = 4E\left(\frac{3}{4}K_{ib}\right)\theta$$

$$K'_{ib} = \frac{3}{4}K_{ib}$$

برای تقارن محوری

$$M_{ic} = 2EK_{ic}(2\theta + \theta_c)$$

$$\theta_c = -\theta$$

$$M_{ic} = 2EK_{ic}\theta = 4E\left(\frac{K_{ic}}{2}\right)\theta$$

برای تقارن محوری

$$K'_{ic} = \frac{1}{2}K_{ic}$$

$$M_{id} = 2EK_{id}(2\theta + \theta_d)$$

$$\theta_d = \theta$$

$$M_{id} = 2EK_{id}(3\theta)$$

$$K'_{id} = \frac{3}{4}K_{id}$$

برای تقارن مرکزی

برای انتهای دو غلطکی

$$K' = \frac{1}{4}K$$

در کل

$$K' = \alpha K$$

$$\alpha = \frac{1}{2}$$

تقارن مرکزی  $\alpha = \frac{3}{4}$  تقارن محوری

مثال: لنگر تکیه گاه a را بدست آورید.

$$K_{BC} = \frac{C EI}{4 \cdot \frac{l}{2}} = \frac{6 EI}{4 l} = 1.5 \frac{EI}{l} \rightarrow 1.5$$

$$K_{AB} = \frac{EI}{l} \rightarrow 1$$

$$D_{BC} = \frac{1.5}{1+1.5} = \frac{1.5}{3.5} = \frac{3}{5} \quad D_{BA} = \frac{1}{2.5}$$

$$M_{BA} = \frac{-ql^2}{8} * \frac{1}{2.5} = \frac{-ql^2}{20}$$

$$M_{HB} = \frac{ql^2}{2} = -\frac{ql^2}{40}$$

از روش شیب افت

$$M_{AB} = \frac{2EI}{l}(\theta_B)$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{l}(2\theta_B)$$

$$M_{BC} = \frac{3EI}{l/2}(\theta_B) = \frac{6EI}{l}\theta_B$$

$$M_{BA} + M_{BC} = \frac{-qL^2}{8}$$

$$\frac{10EI}{l}\theta_B + \frac{6EI}{l}\theta_B = \frac{-qL^2}{8}$$

$$\frac{10EI}{l}\theta_B = \frac{-qL^2}{8} \quad \theta_B = \frac{qL^3}{80} EI$$

$$M_{AB} = \frac{2EI}{l} * \frac{-qL^3}{80EI} = \frac{-qL^2}{40}$$

### مراحل روش پخش لنگر

۱. ابتدا اتصالات بسته می شود (گیردار فرض شود). به این ترتیب که کلیه اعضاء به صورت دو

سرگیدار و گشتاورهای گیرداری را برای تمام اعضاء می نویسیم.

۲. اتصالات را باز کرده یعنی هر بار یک اتصال باز می شود و فرض می شود از دوران سایر

اتصالات جلوگیری شده باشد. گشتاور باز کننده در این اتصال را باز کرده و گشتاورهای توزیع شده

به انتهای نزدیک عضو متلاقی در این اتصال را می نویسیم (توزیع با پخش لنگر).



۳. گشتاورهای انتقالی با توجه به ضریب انتقال به انتهای دور این اعضا را بدست می آوریم.
- گشتاورهای انتقالی به انتهای دور به منزله گشتاور گیرداری جدید برای انتهای دور عضو خواهد بود.
۴. اتصال را دوباره می بندیم. اتصال بعدی را جهت باز کردن انتخاب می کنیم. گام های دو و سه را برای گره باز شده جدید انجام می دهیم.
۵. اتصالات به نوبت باز و بسته می شود. بنابراین گاه دو و سه چندین بار تکرار خواهد شد. عملیات هنگامی متوقف می شود که گشتاورهای انتقالی به حدی کوچک شوند که بتوان از آنها صرف نظر کرد.
۶. از جمع گشتاورها نتایج نهایی را بدست می آوریم.

مثال

$$K_{ae} = \frac{EI}{l} = \frac{EI}{5} = 1 \quad D_{ea} = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$K_{be} = \frac{2EI}{l} = \frac{2}{5}EI = 2 \quad D_{eb} = \frac{3}{10} = 0.3$$

$$K_{ce} = \frac{2EI}{l} = \frac{3}{5}EI = 3 \quad D_{ec} = \frac{3}{10} = 0.3$$

$$K_{de} = \frac{4EI}{l} = \frac{4}{5}EI = 4 \quad D_{de} = \frac{4}{10} = 0.4$$

$$\sum K = (1 + 2 + 3 + 4) = 10$$

$$M_{ea} = M * D_{ea} = -3.5 * 0.1 = -0.35$$

$$M_{eb} = -2.5 * 0.2 = -0.5$$

$$M_{ec} = -2.5 * 0.3 = -0.75$$

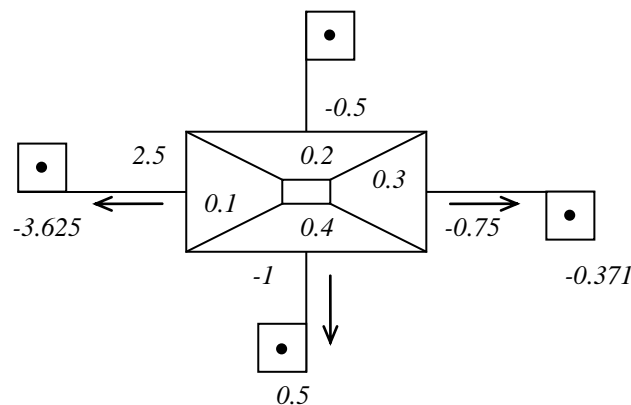
$$M_{ed} = -2.5 * 0.4 = -1$$

گشتاور انتهای عضو

رد	گا	$a_e$		$b_e$		$c_e$		$d_e$	
		$M_{a.}$	$M_{e.}$	$M_{b.}$	$M_{e.}$	$M_{c.}$	$M_{c.}$	$M_{d.}$	$M_{e.}$
	م								
1	یف								
		$F_{em}$	-	3.	0	0	0	0	0
			3.5	5					

2	D.	0	-	0	-	0	-	0	-1
	M	0.25	0	0.5	0	0.75	0		
3	C.	-	-	-	-	-	-	-	0
	O.M	0.125	0	0.35	0	0.375	0	0.5	
	Σ	-	2.	-	-	-	-	-	-1
		2.625	25	0.25	0.5	0.375	0.75	0.5	

مثال: تمام اتصالات را گیردار فرض می کنیم.



$$M_{BA} = -M_{AB}^F = 6$$

$$M_{CB}^F = -M_{BC}^F = 3$$

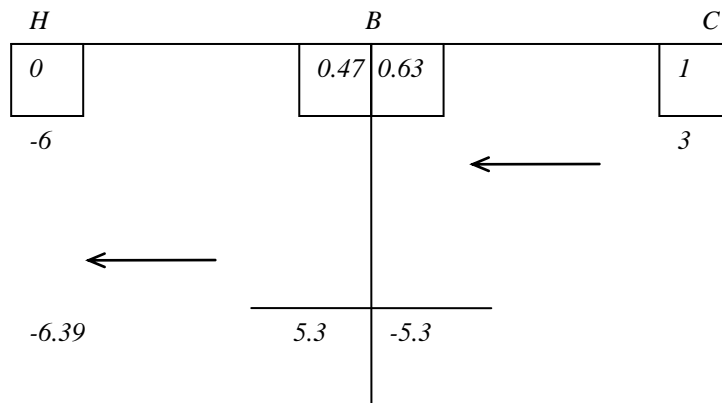
از سختی کاهش یافته استفاده کردیم.

$$K_{AB} = \frac{I}{6}$$

$$K_{BC} = \frac{I}{4} * \frac{3}{4} = \frac{3I}{16} = 0.187I$$

$$D_{BA} = \frac{\frac{I}{6}}{\frac{I}{6} + \frac{3I}{16}} = 0.47$$

$$D_{BC} = \frac{\frac{3I}{16}}{\frac{I}{16} + \frac{3I}{16}} = 0.53$$



حال لنگر گیرداری و بعد باز کردن گره C

ضریب انتقال از گیردار با مفصل ۰/۵ و دو مفصلی

در گره B لنگر ۱/۵- می خواهیم تا لنگر ۶ را صفر کنیم.

$$-1.5 * 0.47 = -0.7$$

$$-1.5 * 0.53 = -0.8$$

حال در گره B لنگر را به سمت A انتقال می دهیم.

$$M_{AB} = -6.35 \quad M_{BA} = 5.3$$

$$M_{BC} = -5.3 \quad M_{CB} = 0$$

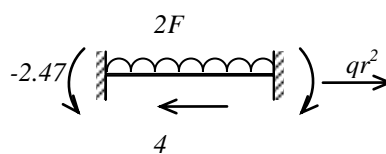
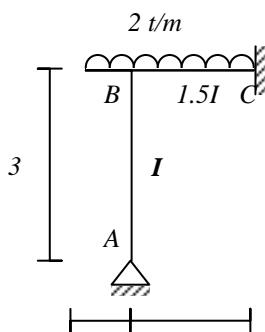
$$M_{CB}^F = -M_{BC}^F = 2.67$$

$$K_{BC} = \frac{1.52}{4} = 1.5$$

$$K_{BA} = \frac{I}{3} * \frac{3}{4} = \frac{3I}{12} = \frac{I}{4}$$

$$D_{BC} = \frac{1.5}{1.5+1} = \frac{1.5}{2.5} = 0.6$$

$$D_{BC} = \frac{1}{1+1.5} = \frac{1}{2.5} = 0.4$$



دارای تقارن محوری از وسط نصف می کنیم.

$$M_{CB}^F = -M_{BC}^F = \frac{12 \cdot 5^2}{12} = 25$$

$$K_{BC} = \frac{I}{l} = \frac{I}{5} = 1$$

$$K_{BA} = \frac{I}{l} = \frac{I}{5} = 1$$

$$D_{BC} = \frac{1}{1+1} = 0.5$$

$$D_{BA} = \frac{1}{1+1} = 0.5$$

$$M_{HB} = 6.25$$

$$M_{BA} = 12.5$$

$$M_{BC} = -12.5$$

$$M_{CB} = 31.25$$

مثال: تحلیل کنید.

$$\sum M_D = 0$$

$$M + 2.5 \cdot 4 = 0$$

$$M = -10$$

$$\frac{ql^2}{12} = \frac{2.5 \cdot 8^2}{12} = 13.33$$

$$\frac{P_a b^2}{l^2} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 2^2}{6^3} = 2.22$$

$$\frac{P_a b^2}{l^2} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 4^2}{6^2} = -4.44$$

سختی

$$K_{AB} = \frac{I}{8} = 1 = 0.125I$$

$$K_{BC} = \frac{3I}{6} = \frac{I}{2} = 4 = 0.5I \quad \frac{I}{8} = 1$$

$$K_{BD} = \frac{2I}{8} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3I}{16} = 1.5$$

$$K = 6.5$$

$$D_{ab} = 0$$

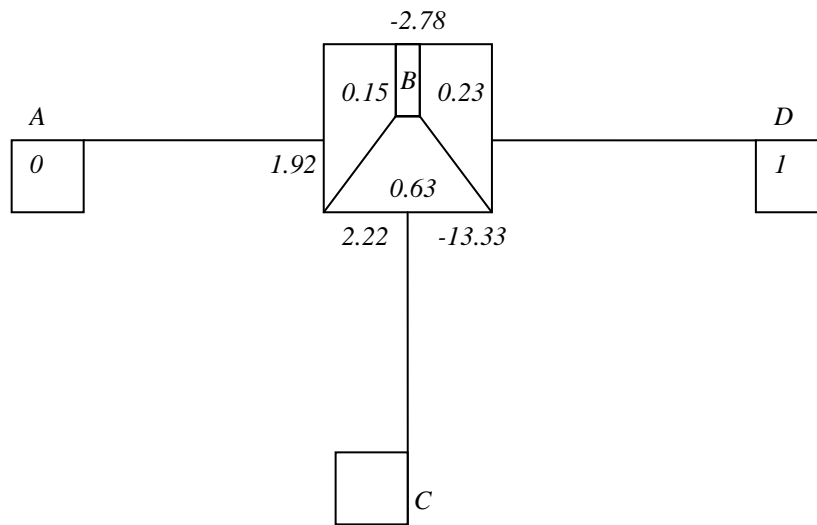
$$D_{ba} = \frac{1}{1+4+1.5} = \frac{1}{6.5} = 15\%$$

$$D_{ba} = \frac{4}{6.5} = 0.63$$

$$D_{cn} = 0$$

$$D_{bd} = \frac{1.5}{6.5} = 0.23$$

$$D_{Db} = 1$$



۱. داخل مربع ضریب پخش

$$-13.33 - 1.67 + 2.226 - 13.78$$

۲. لنگر گیرداری  $F_{em}$

$$BA = 12.78 * 85 = 1.92$$

۳. در D لنگر باید صفر مفصلی

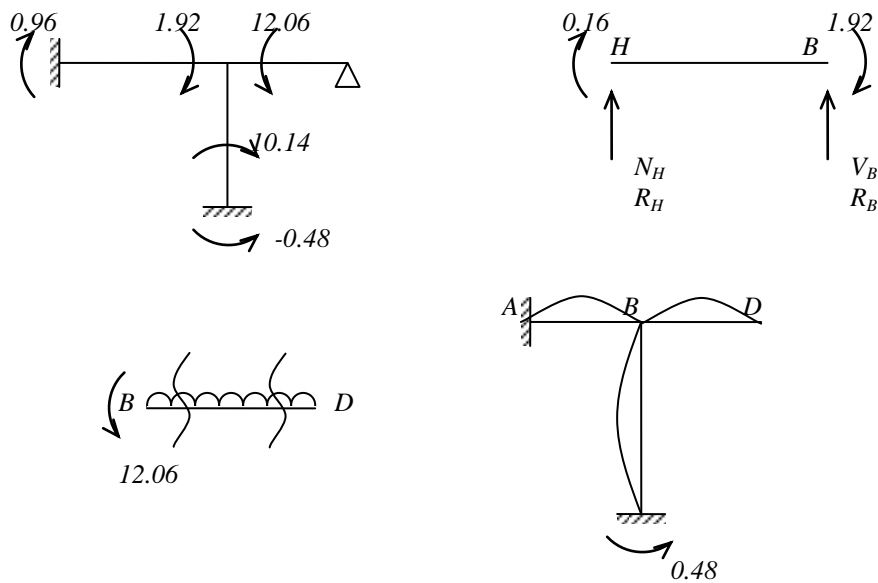
$$BC = 12.78 * 0.63 = 7.92$$

۴. حال گره B جمعش باید صفر شود.

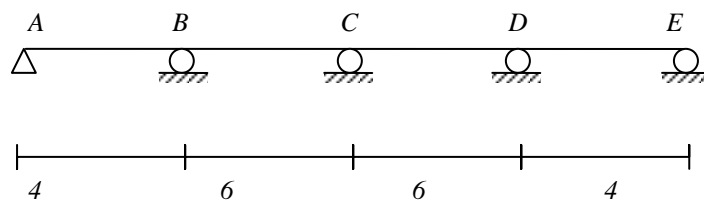
$$BD = -12.78 * 0.23 = 2.94$$

حال انتقال: سمت D نمی توان مفصلی حال تعادل در B باید برقرار شود.

$$1.92 + 10.14 = -12.06$$



در صورتی که تکیه گاه C به اندازه ۲ سانتیمتر نشت داشته باشد مطلوب است تحلیل سازه زیر.



در صورتی که  $\delta$  را داشته و تغییر مکان در جهت عقربه ساعت باشد:

$$M_{BC}^F = M_{CB}^F = \frac{-6EI\delta}{l^2}$$

در صورتی که  $\delta$  را داشته و تغییر مکان در خلاف عقربه ساعت باشد:

$$M_{BC}^F = M_{CB}^F = \frac{+EI\delta}{l^2}$$

در صورتی که  $\delta$  و جهت عقربه ساعت و یک سر مفصل یک سر جوش باشد:

$$M_{BC}^F = M_{CB}^F = \frac{-3EI\delta}{l^2}$$

در صورتی که  $\delta$  و جهت خلاف عقربه ساعت و یک سر مفصل یک سر جوش باشد:

$$M_{BC}^F = M_{CB}^F = \frac{+3EI\delta}{l^2}$$

$$M_{BC}^F = M_{CB}^F = \frac{-6EI\delta}{l^2} \quad M_{AB} = \frac{2EI}{l} \left( -\frac{3\delta}{l} \right)$$

اگر چرخش در جهت عقربه های ساعت باشد مقدار لنگر منفی است.

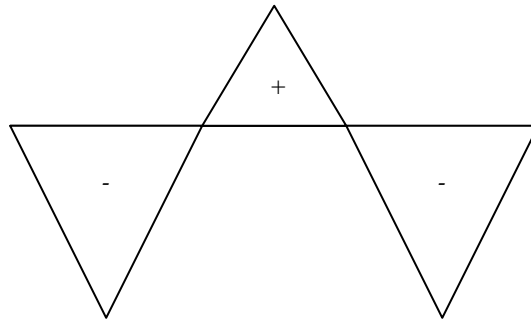
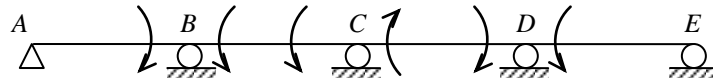
اگر چرخش در خلاف جهت عقربه های ساعت باشد مقدار لنگر مثبت است.

$$M_{BC}^F = M_{CB}^F = -\frac{6 * 4000 * 0.02}{6^2} = 13.33 \sim 20 \text{ ton}$$

$$K_{AB} = \frac{I}{4} * \frac{3}{4} = \frac{3I}{16} \rightarrow 3$$

$$K_{BC} = \frac{1.5I}{6} = \frac{I}{4} \rightarrow 4$$

$$D_{BC} = 1D_{BA} = \frac{3}{7} \quad D_{BC} = \frac{4}{7} \quad D_{CB} = 0$$



تحلیل قاب با یک درجه آزادی به روش پخش لنگر

برای تحلیل قابی با یک درجه آزادی ابتدا قاب را با گذاشتن تکیه گاهی که تغییر مکان جانبی یا

$\delta$  داریم، از حرکت جانبی آن جلوگیری می‌نماییم. سپس قاب را به روش پخش لنگر تحلیل

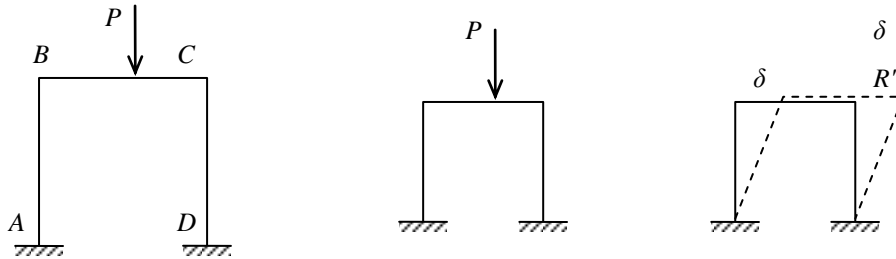
می‌کنیم. لنگرهای بدست آمده را با تغییر مکان  $\delta$  برای نیروی فرضی  $R'$  تحلیل می‌نماییم.

لذا لنگرهای گیرداری ناشی از تغییر مکان عضو به صورت زیر بدست می‌آید:

$$-\frac{6EI\delta}{l^2} = M^F$$

$$-\frac{3EI\delta}{l^2} = M^F$$

سپس با لنگرهای بدست آمده قاب را برای بار دوم با تغییر مکان بوجود آمده تحلیل می کنیم. لنگرهای بدست آمده برای قاب حالت دوم را  $M'$  می نامیم. سپس با نوشتن معادلات تعادل نیروی تکیه گاهی (تکیه گاهی قرار دادن) را بدست می آوریم. در نهایت لنگر نهایی اعضاء برابر خواهد بود.

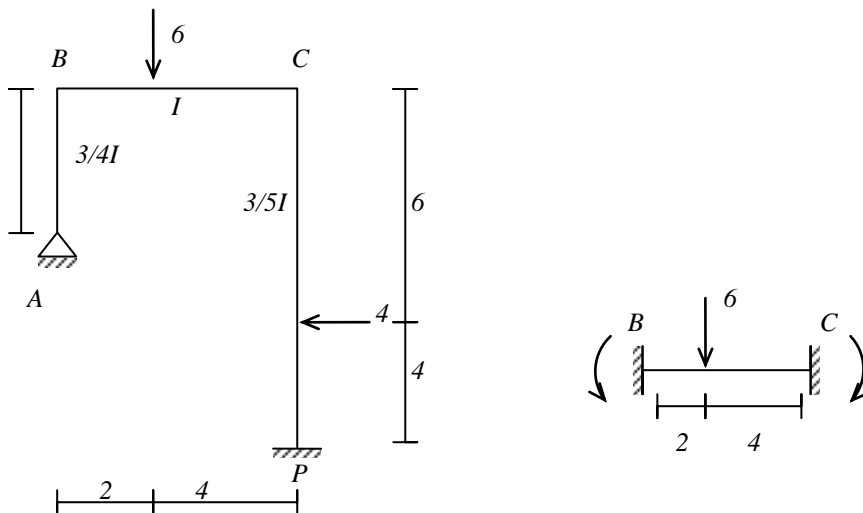


$$M = M_o + \delta M'$$

$$\delta = \frac{R_o}{R}$$

$$M = M_o + \delta \times M$$

مثال:



ابتدا لنگر گیرداری

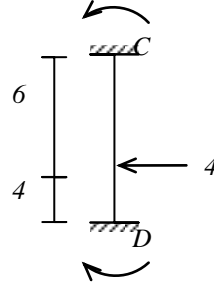
$$M_{BC} = -\frac{6 \cdot 2 \cdot 4^2}{6^2} = -5.33$$

$$M_{CB} = \frac{6 \cdot 4 \cdot 2^2}{6^2} = 2.67$$



$$M_{CD} = -\frac{4 \cdot 6 \cdot 4^2}{10^2} = -3.84$$

$$M_{DC} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 6^2}{10^2} = 5.76$$



سختی:

$$K_{AB} = \frac{2.3I}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{I}{8} \rightarrow 3$$

$$K_{BC} = \frac{I}{6} \rightarrow 4$$

$$K_{CD} = \frac{2.5I}{10} = \frac{I}{4} \rightarrow 6$$

سوم پخش

$$D_{AB} = 1$$

$$D_{BA} = \frac{3}{3+4} = \frac{3}{7} = 0.43$$

$$D_{BC} = \frac{4}{3+4} = 0.57$$

$$D_{CB} = \frac{4}{4+6} = 0.4$$

$$D_{CD} = \frac{6}{4+6} = 0.6$$

$$D_{DC} = 0$$

$$\begin{cases} M_{AB} = 0 \\ M_{BA} = 2.33 \\ M_{BC} = -3.33 \\ M_{CD} = 4.01 \\ M_{DC} = -4.01 \\ M_{DC} = 5.68 \end{cases}$$

حال باید نیروی تکیه گاهی که سازه را پایدار می کند بدست آورد.

حل: برش در ستون ها.

$$R_o + 0.58 - 1.43 = 0 \Rightarrow R_o = 0.85$$

$$\sum M_A = 0 \quad H_1 \cdot 4 + M_{BA} = 0$$

$$H_1 = \frac{M_{BA}}{4} = \frac{2.33}{4} = 0.58$$

علامت در علامت عدد ديگر تاثيري ندارد.

$$\sum M_D = 0 \quad M_{CD} - H_2 * 10 + 4 * 4 * -M_{DC} = 0$$

$$H_2 = -\frac{M_{DC} + M_{CD} + 16}{10} = 1.43 = -1.43$$

$$M_{BA}^F = \frac{3E\left(\frac{2}{3}I\right)}{4^2} = \frac{EI\delta}{8} = 0.125EI\delta$$

$$M_{CD}^F = \frac{6E(2.5I)}{10^2} = 0.15EI\delta$$

يك عدد فرضي نسبت به اين دو معادله براي بدست آوردن  $\delta$ .

$$\frac{M_{CD}^F}{M_{BA}^F} = \frac{0.15EI\delta}{0.125EI\delta} \quad \frac{1.5}{12.5} = 1.2$$

با فرض هر مقداري براي Mها با نسبت

$$M_{CD}^F = 12$$

$$M_{BH}^F = 10$$

$$M'_{AB} = 0$$

$$M'_{BH} = 6.48$$

$$M'_{BC} = -6.48$$

$$M'_{CB} = -6.1$$

$$M'_{CD} = 6.1$$

$$M'_{DC} = 9.08$$

$$H'_1 = \frac{M'_{AB} + M'_{BH}}{4} = 1.61$$

$$H'_2 = \frac{M'_{CD} + M'_{DC}}{10} = 1.53$$

$$\sum F_x = 0 \quad R' = 1.61 + 1.53 = 3.14$$

$$\delta = \frac{R_v}{R'} = \frac{0.85}{3.14} = 0.27$$

$$M = M + \delta M'$$

$$M_{HB} = 0$$

$$M_{BH} = 2.33 + (0.27 * 6.48) = 4.08$$

$$M_{BC} = -2.33 + (0.27 * -6.48) = -4.08$$

$$M_{CB} = 4.01 + (0.27 * -6.1) = -4.08$$

$$M_{DC} = 5.68 * (0.27 * 9.08) = -4.08$$

0.43	0.57	0.4	0.6
10			12
-4.3	-9.7	4.8	-7.3
	-2.4	-2.98	
1.03	1.37	1.14	1.71
	0.57	0.68	
0		-0.27	-0.41
0.35	-0.32	-6.1	6.1
6.48	-6.48		
			12
			-3.6
			-0.88
		0	-0.2
			9.08

## روش کانی

مزایای روش کانی نسبت به لنگر

۱. برای سازه های بدون انتقال جانبی حل مساله فقط شامل تکرار یک عمل ساد می باشد.
۲. برای سازه هایی با انتقال جانبی برای قاب های مستطیلی (منظم) (بدون ---- و شیب) مستقیماً و بدون استفاده از جمع آثار قوا صورت می گیرد.
۳. دارای مزیت حذف خود به خود خطاها می باشد. خطاهای محاسباتی در ادامه محاسبات خود به خود سرشکن می شود.
۴. اگر تغییراتی در ابعاد اعضاء و بارگذاری داشته باشیم نیازی به تجدید عملیات انجام شده نیست.

مراحل روش کانی برای تیرهای سرتاسری

۱. به دست آوردن لنگر گیرداری و سپس لنگر مقاوم که از جمع جبری لنگرهای گیرداری مربوط به آن بدست می آید.

$$\hat{M}_i = \sum M_{ij}^F$$

۲. بدست آوردن ضریب دوران

$$R_{ij} = -\frac{1}{2} \frac{L_{ij}}{\sum K_{ij}}$$

۳. بدست آوردن لنگر سوم دوران

$$M'_{ij} = R_{ij} [\widehat{M}_i + \sum M_{ij}]$$

نکته: در دور اول (سیکل اول) مقدار  $M'_{ij}$  مساوی صفر فرض می‌شود و در سیکل های بعدی مقادیر محاسبه شده لنگر معلوم دوران در رابطه قرار داده می‌شود و آنقدر این سیکل ها تکرار می‌شود تا اختلاف  $M'_{ij}$  در حد تقریب مطلوب باشد.

۴. بدست آوردن لنگر انتهایی اعضاء

$$M_{ij} = M_{ij}^F + 2M'_{ij} + M'_{ji}$$

مثال: تحلیل تیر به روش کانی

اگر لنگر خارجی و لنگر کنسول در جهت عقربه ساعت مقدارش منفی و بالعکس است.

۱. لنگر گیرداری

$$\frac{5 \cdot 2 \cdot 3^2}{5^2} = 3.6$$

$$M_{AB}^F = -2.4$$

$$M_{BH}^F = 3.6$$

$$\frac{2 \cdot 4^3}{12} = 2.67$$

$$M_{CB}^F = -M_{BC}^F = 2.67$$

$$M_{CD}^F = 5.33 \cdot 1.5 = -8$$

$$M_{DC}^F = 0$$

مفصل را می‌توان حذف و ۱/۵ را برابر آن را به گیردار اضافه نمود.

تکیه‌گاه مفصلی داخلی گیردار می‌شود و فقط آخری و اولی را می‌توان ۱/۵ برابر نمود.

۲. سختی

$$K_{AB} = \frac{1.2I}{5} = 0.24I$$

$$K_{BC} = \frac{1.6I}{4} = 0.4I$$

$$K_{CB} = \frac{2I}{6} * \frac{3}{4} = \frac{I}{4} = 0.25I$$

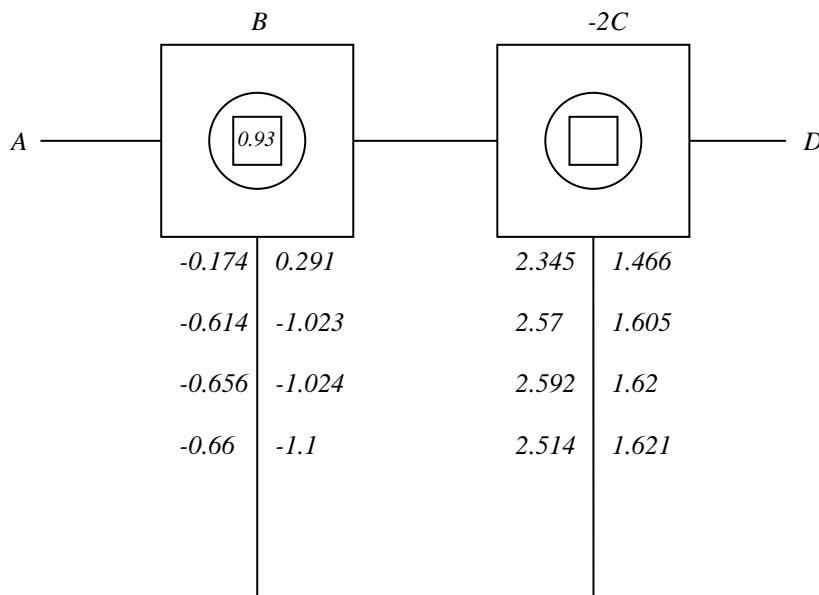
۳. ضرایب دوران

$$R_{BA} = \frac{-1}{2} \left( \frac{0.24}{0.24+0.4} \right) = -0.1875$$

$$R_{BC} = \frac{-1}{2} \left( \frac{0.4}{0.24+0.4} \right) = -0.3125$$

$$R_{CB} = \frac{-1}{2} \left( \frac{0.25}{0.24+0.4} \right) = -0.1923$$

$$D_{BA} = \frac{0.24}{0.24+0.4+0.25}$$



۱.  $\bar{M}_{ij}$ : جمع کل لنگرهای یک گره

۲. لنگر مقاوم را در ----- می نویسیم (منهای دو لنگر اطراف)  $R_{ij}$  را بنویسیم.

سیکل اول

گره B

$$\begin{cases} M'_{BA} = 0.1875(0.93+0) = -0.174 \\ M'_{BC} = 0.3125(0.93+0) = -0.291 \end{cases}$$

گره C

$$\begin{cases} M'_{CB} = -0.3077(-7.33 + 0.291) = 2.345 \\ M'_{CD} = -0.1923(-7.33 - 0.291) = 1.466 \end{cases}$$

سیکل دوم

گره B

$$\begin{cases} M'_{BA} = 0.1875(0.93 + 2.345) = -0.614 \\ M'_{BC} = -0.3125(0.93 + 2.345) = -1.023 \end{cases}$$

گره C

$$\begin{cases} M'_{CB} = -0.3077(-7.33 + 1.023) = 2.57 \\ M'_{CD} = -0.1923(-7.33 - 1.023) = 1.605 \end{cases}$$

سیکل سوم

گره B

$$\begin{cases} M'_{BA} = -0.1875(0.93 + 2.57) = -0.656 \\ M'_{BC} = 0.2625(0.93 + 2.57) = -1.094 \end{cases}$$

گره C

$$\begin{cases} M'_{CB} = -0.3077(-7.33 - 1.094) = 2.52 \\ M'_{CD} = 0.1922(-7.33 - 1.094) = 1.62 \end{cases}$$

سیکل چهارم

گره B

$$\begin{cases} M'_{BA} = -0.1875(0.93 * 2.52) = -6.6 \\ M'_{BC} = -0.3125(0.93 * 2.52) = -1.1 \end{cases}$$

گره C

$$\begin{cases} M'_{CB} = -0.377(-7.33 - 1.1) = 2.594 \\ M'_{CD} = -0.1923(-7.33 - 1.1) = 1.621 \end{cases}$$

بدست آوردن خود لنگر

$$M_{AB} = 2 * 0 + (-0.66) - 2.4 = -3.06$$

$$M_{BA} = (2 * -0.66) + 0 + 3.6 = 2.28$$

$$M_{BC} = (2 * -1.1) + 2.2594 + (-2.67) = -2.28$$

$$M_{CB} = (2.59 * 2) + (-1.1) + 2.67 = 6.76$$

$$M_{CD} = (2 * 1.621) - 0 - 8 = -4.76$$

$$M_{DC} = 0$$

کنسول حذف و برای B صفر: ۲ تا را صفر می‌دهیم به C البته با ۱/۲ انتقال می‌دهیم.

$$M_{BC} = 0$$

$$M_{CB} = 7$$

لنگر گیرداری

$$M_{FE} = 0$$

$$M_{EF} = -8.55$$

$$\frac{8 * 5 * 3^2}{8^2} = 5.63$$

سختی

$$K_{BC} = \frac{I}{6} * \frac{3}{4} = 12$$

$$K_{CD} = \frac{I}{6} = 16$$

$$K_{DE} = \frac{1.5I}{8} = 18$$

$$K_{EF} = \frac{1.5I}{8} * \frac{3}{4} = 13.5$$

ضرایب دوران

$$R_{BC} = 0$$

$$R_{CB} = \left(\frac{12}{12+16}\right) * -\frac{1}{2} = -0.214$$

$$R_{CD} = \left(\frac{16}{12+16}\right) * -\frac{1}{2} = -0.286$$

$$R_{DC} = \left(\frac{16}{16+18}\right) * -\frac{1}{2} = -0.235$$

$$R_{DE} = \left(\frac{18}{16+18}\right) * -\frac{1}{2} = -0.265$$

$$R_{ED} = \left(\frac{18}{13.5+18}\right) * -\frac{1}{2} = -0.286$$

$$R_{EF} = \left(\frac{13.5}{18+13.5}\right) * -\frac{1}{2} = -0.214$$

قسمت آخر مساله

$$M_{BC} = 4$$

$$\left. \begin{aligned} M_{CB} &= (2 * -2.11) + 0 + 7 = 2.78 \\ M_{CD} &= (2 * -2.83) + 2.89 + 0 = -2.78 \end{aligned} \right\} = 0$$

$$\left. \begin{aligned} M_{DC} &= (2 * 2.89) + (-2.83) + 0 = 2.95 \\ M_{DE} &= (2 * 3.26) + (-0.1) + (-9.38) = -2.95 \end{aligned} \right\} = 0$$

$$\left. \begin{aligned} M_{ED} &= (2 * -0.1) + 3.24 + 5.63 = 8.69 \\ M_{EF} &= (2 * -0.07) + 0 + (-8.55) = -8.69 \end{aligned} \right\} = 0$$

$$M_{FE} = -15$$

سیکل اول

گره C

$$\left\{ \begin{aligned} M'_{CB} &= -0.214 * (7 + 0) = -1.5 \\ M'_{CD} &= -0.286 * 7 = -2 \end{aligned} \right.$$

گره B

$$\left\{ \begin{aligned} M'_{DC} &= -0.235 * (-9.38 - 2) = 2.67 \\ M'_{DE} &= -0.265 * (-9.38 - 2) = 3.02 \end{aligned} \right.$$

گره E

$$\left\{ \begin{aligned} M'_{ED} &= -0.286 * (-2.92 + 3.02) = -0.03 \\ M'_{EF} &= -0.214 * (-2.92 + 3.02) = -0.02 \end{aligned} \right.$$



سیکل دوم

گره C

$$\begin{cases} M'_{CB} = -0.214 * (7 + 2.67) = -2.07 \\ M'_{CD} = -0.286 * (7 + 2.47) = -2.77 \end{cases}$$

گره B

$$\begin{cases} M'_{DC} = -0.235 * (-9.38 + (-2.77 + 0.03)) = 2.67 \\ M'_{DE} = -0.265 * (-9.38 - (-2.77 - 0.03)) = 3.23 \end{cases}$$

گره E

$$\begin{cases} M'_{ED} = -0.286 * (-2.92 + 3.23) = 0.09 \\ M'_{EF} = -0.214 * (-2.92 + 3.23) = 0.07 \end{cases}$$

### روش کانی برای قاب

این روش برای قاب های مستطیل و منظم می باشد و منظور از منظم بودن قاب این است که

قاب دارای شرایط زیر باشد:

۱. قاب دارای عضو شیب دار نباشد.
۲. به غیر طبقه اول ارتفاع ستون های طبقات دیگر برابر باشد.
۳. تمام اتصالات قاب گیردار بوده و فاقد هرگونه لولای داخلی باشد (لولا = مفصل)

مراحل روش کانی برای قاب ها

۱. گیردار نمودن تمامی گره ها در مقابل دوران و انتقال
۲. بدست آوردن لنگرهای گیرداری و سپس لنگر مقاوم در هر گره
۳. بدست آوردن نیروی برشی طبقه در حالت گیرداری

گره ها:

$$Q_r = \sum p + \sum Fes$$

نکات مرحله ۳:

الف) وقتی بار جانبی در سازه وارد نشود:  $Q_r = 0$

ب) وقتی بار جانبی فقط به گره قاب وارد شود:  $Q_r = \sum p$

ج) وقتی بار جانبی به صورت بار گسترده یکنواخت باشد. با توجه به برابر شدن لنگر گیرداری

در ابتدا و انتهای ستون؛

در نتیجه:  $\sum Fes = 0$

و می توان  $Q_r$  را برابر سهم افقی آن گره از بار گسترده وارد شده به آن ستون در نظر گرفت.

$$V = Q_r$$

۴. بدست آوردن ضرایب ارتفاع یا  $r_{ij}$  و لنگر طبقه  $M_r$ .

• بدست آوردن  $r_{ij}$ : برای بدست آوردن ضرایب ارتفاع برای قاب هایی که ستون های نامساوی

دارند ارتفاع یک ستون به عنوان ارتفاع ستون مبنا قرار دارد.

$$r_{ij} = \frac{h_o}{h_r}$$

و چون باید به مفصل  $h_r$  در  $1/5$  ضرب می شود.

• در تعیین ضریب ارتفاع: ارتفاع ستون با پایه مفصلی  $1/5$  برابر ارتفاع خودش در نظر

می گیریم.

$$r_{ij} = \frac{h_o}{h_r}$$

• و لنگر طبقه نیز از روابط زیر بدست می آید:

$$M_r = \frac{Q_r h_r}{3}$$

ستون با ارتفاع مساوی

$$M_r = \frac{Q_r h_o}{3}$$

ستون با ارتفاع نامساوی

۵. ضرایب دوران

$$R_{ij} = -\frac{1}{2} \frac{K_{ij}}{\sum K_{ij}}$$

۶. بدست آوردن ضرایب انتقالی

$$D_{ij} = -1.5 \frac{r_{ij} * k_{ij}}{\sum (M r_{ij}^2 . k_i)}$$

۷. بدست آوردن لنگر سهم دوران

$$M'_{ij} = R_{ij} * [\widehat{M}_i + \sum (M'_{ij} + M''_{ij})]$$

$$M''_{ij} = D_{ij} [M_r + \prod r_{ij} (M'_{ij} + M'_{ji})]$$

۸. بدست آوردن لنگر انتهایی اعضاء

$$M_{ij} = M'_i + 2M'_{ij} + M'_{ji} + M'_{ji} + M''_{ji}$$

مثال

سختی

$$K_{AD} = \frac{I}{2} = 30$$

$$K_{DF} = \frac{2I}{5} = 16$$

$$K_{FG} = \frac{2I}{5} = 16$$

$$K_{FG} = \frac{3I}{4} = 30$$

$$K_{CG} = \frac{I}{2} * \frac{3}{4} = 15$$

ضریب شکل

گیردار

$$M_H = 1$$

گیردار

$$M_B = 1$$

مفصلی

$$M_C = 0.75$$

ضريب دوران

$$R_{ij} = -0.5 \frac{K_{ij}}{\sum k_{ij}}$$

$$R_{DA} = -0.5 \frac{20}{16+20} = 0.278$$

$$R_{DF} = -0.5 \frac{16}{36} = -0.222$$

$$R_{FA} = -0.5 \frac{16}{16+16+30} = -0.129$$

$$R_{FB} = -0.5 \frac{30}{16+16+30} = -0.242$$

$$R_{FG} = -0.5 \frac{16}{16+16+30} = -0.129$$

$$R_{GF} = -0.5 \frac{16}{16+15} = -0.258$$

$$R_{GA} = -0.5 \frac{15}{16+15} = -0.242$$

ضريب ارتفاع

$$r_{ij} = \frac{h_o}{h_r}$$

$$h_o = 2$$

$$r_{AD} = \frac{2}{3} = 1$$

$$r_{BF} = \frac{3}{4} = 0.5$$

$$r_{CG} = \frac{2}{2*1.5} = 0.67$$

ضريب انتقال

$$D_{ij} = -1.5 \frac{r_{ij} k_{ij}}{\sum (M_i * r_{ij}^2 * k_{ij})}$$

$$D_{AD} = -1.5 \frac{1 * 20}{(1 * 1^2 * 20) + (1 * (0.5)^2 * 30) + (0.75 + 0.67 * 15)} = -0.92$$

$$D_{BF} = -1.5 \frac{0.5 * 30}{32.55} = -0.68$$

$$D_{CG} = -1.5 \frac{0.67 * 15}{32.55} = -0.46$$

### نیروی برشی طبقه

$Q_r$  که برای بدست آوردن  $M_r$  لنگر طبقه است.

$$\Sigma_r = Q_r$$

$$Q_r = 5t$$

$$M_r = \frac{Q_r h_o}{3} = \frac{5 * 2}{2} = 3.33$$

سیکل اول، دوم، سوم و چهارم و سیکل انتقال وجود دارد.

### سیکل اول انتقال

$$M''_{ij} = D_{ij} (M_r + \Sigma r_{ij} (M'_{ij} + M''_{ij}))$$

$$M''_{AD} = -0.92(3.33 + \Sigma 0) = -3.06$$

$$M''_{BF} = -0.68(3.33 + 0) = -2.3$$

$$M''_{CG} = -0.46(3.33 + 0) = -1.53$$

### سیکل اول دوران

$$M''_{ij} = R_{ij} (\hat{M}_i + \Sigma (M'_{ji} + M''_{ij}))$$

گره D:

$$\begin{cases} M'_{DA} = -0.278(0 + \Sigma 0 + (-3.06)) = 0.85 \\ M'_{DF} = 0.222(0 + 0 + (-3.06)) = 0.68 \end{cases}$$

گره F:

$$\begin{cases} M'_{FD} = -0.129(0 + 0.68 + (-2.3)) = 0.21 \\ M'_{FG} = -0.242(0.068 - 2.3) = 0.39 \\ M'_{FG} = -0.129(0 + 0.68 - 2.3) = 0.21 \end{cases}$$

گره G:

$$\begin{cases} M'_{GF} = -0.258(0 + 0.21 - 1.5) = 0.34 \\ M'_{GC} = -0.242(0 + 0.21 - 1.5) = 0.32 \end{cases}$$