



مدرسان شریف

فصل اول

« نیمه‌هادی و دیودها »

- عناصر از نظر هدایت الکتریکی به سه دسته تقسیم می‌شوند:

(۱) هادی (۲) نیمه هادی (۳) عایق

در ساختمان اتمی تمامی عناصر، هر الکترون دارای یک سطح انرژی (تراز) معینی می‌باشد. در مجموع سه سطح انرژی قابل تفکیک وجود دارد.

(۱) باند ظرفیت (الکترون‌ها در این باند در پیوندها شرکت دارند و آزاد نمی‌باشند).

(۲) باند هدایت (الکترون‌ها در این باند آزاد بوده و به اتم خاصی وابسته نمی‌باشند).

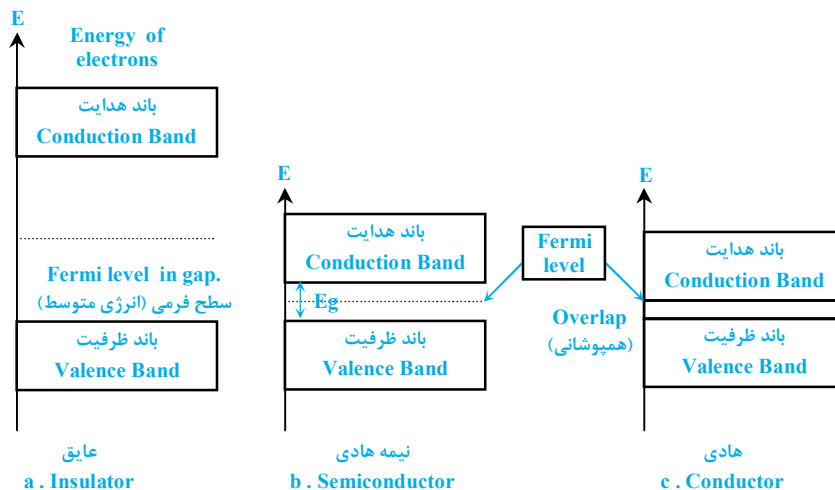
(۳) باند ممنوع (حداقل دو باند ظرفیت و هدایت می‌باشد که هیچ الکترونی در این سطح انرژی وجود ندارد).

تفاوت عناصر از نظر هدایت الکتریکی در حقیقت مربوط به باند ممنوع آنها می‌باشد، به این صورت که:

- عایق‌ها دارای باند ممنوع بزرگی هستند، بنحوی که امکان انتقال الکترون از باند ظرفیت به باند هدایت خیلی کم می‌باشد.

- هادی‌ها دارای باند ممنوع نمی‌باشند، در حقیقت حداقلی بین باند ظرفیت و هدایت وجود ندارد و این دو باند در هم ادغام می‌شوند.

- نیمه هادی‌ها دارای باند ممنوع نه چندان بزرگ می‌باشند، به نحوی که با اعمال انرژی می‌توان الکترون را از باند ظرفیت به باند هدایت منتقل کرد.



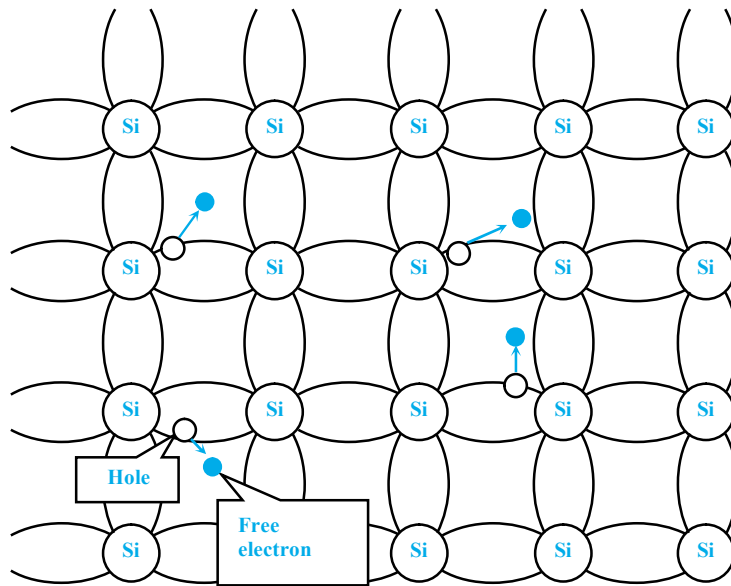
در صفر درجه کلوین، در نیمه‌هادی هیچ الکترون آزادی در باند هدایت موجود نمی‌باشد، ولی به تدریج با افزایش دما به 300°K (25°C) زوج الکترون - حفره آزاد

می‌شود. نیمه هادی‌های رایج، سیلیسیوم Si و ژرمانیوم Ge می‌باشند، تعداد زوج الکترون - حفره در 25°C برای این دو نیمه هادی بصورت زیر است:

$$\text{Si} \Rightarrow n_i = p_i = 1/5 \times 10^{10} / \text{cm}^3 \quad ; \quad \text{Ge} \Rightarrow n_i = p_i = 2/5 \times 10^{13} / \text{cm}^3$$

نیمه هادی‌ها عموماً بصورت کریستال وجود دارند و اتم‌ها در پیوند کووالانس شرکت دارند. بطور مثال در نیمه هادی سیلیسیوم (سیلیکن) ۴ الکترون باند آخر در ۴ اتم مجاور به اشتراک گذاشته می‌شود.

با افزایش دما الکترون از باند آخر جدا شده و بصورت الکترون آزاد بین اتم‌ها حرکت می‌کند. نبود الکترون برای اتم مذکور بصورت بار مثبت (حفره آزاد) ظاهر می‌شود. بدین ترتیب زوج الکترون و حفره تولید می‌گردد.



ناخالصی‌ها در نیمه هادی‌ها:

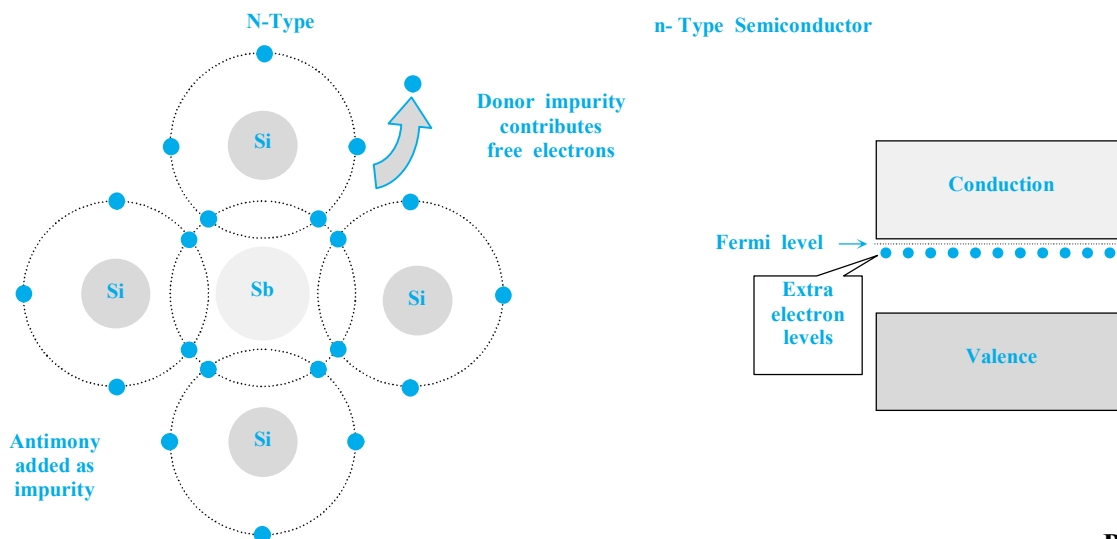
جهت افزایش هدایت الکتریکی، به نیمه هادی ناخالصی اضافه می‌گردد. ناخالصی می‌تواند الکترون و یا حفره باشد.

نیمه هادی نوع N:

با افزودن یک ناخالصی ۵ ظرفیتی (عنصری با ۵ الکترون در باند انتهایی) مانند آنتیمونی، آرسنیک و یا فسفر، الکترون آزاد اضافی تولید می‌گردد. به این ناخالصی، دهنده یا Donor می‌گویند. اگر عدد اتمی برابر $10^{23} / \text{cm}^3$ باشد و به ازای هر 10^8 اتم یک ناخالصی وارد کنیم، که خیلی خاصیت کلی نیمه هادی را تحت تأثیر قرار نمی‌دهد، 10^{15} ناخالصی در هر cm^3 به مجموعه اضافه کرده‌ایم، که در مقایسه با زوج الکترون - حفره اولیه (n_i, p_i) تقریباً 10^5 برابر هدایت الکتریکی افزایش می‌یابد. بدین ترتیب تعداد الکترون‌ها افزایش می‌یابد ولی در عوض تعداد حفره‌ها بخاطر ترکیب با الکترون‌ها کاهش می‌یابد. در این نیمه هادی الکترون به عنوان ناقل اکثریت و حفره به عنوان ناقل اقلیت محسوب می‌شود. به این نیمه هادی، نیمه هادی نوع N می‌گویند.

$$n = N_D + n_i \approx N_D \quad ; \quad n \times p = n_i^2 \Rightarrow p \approx \frac{n_i^2}{N_D}$$

ناخالصی افزوده $n = N_D + n_i \approx N_D$ تعداد الکترون



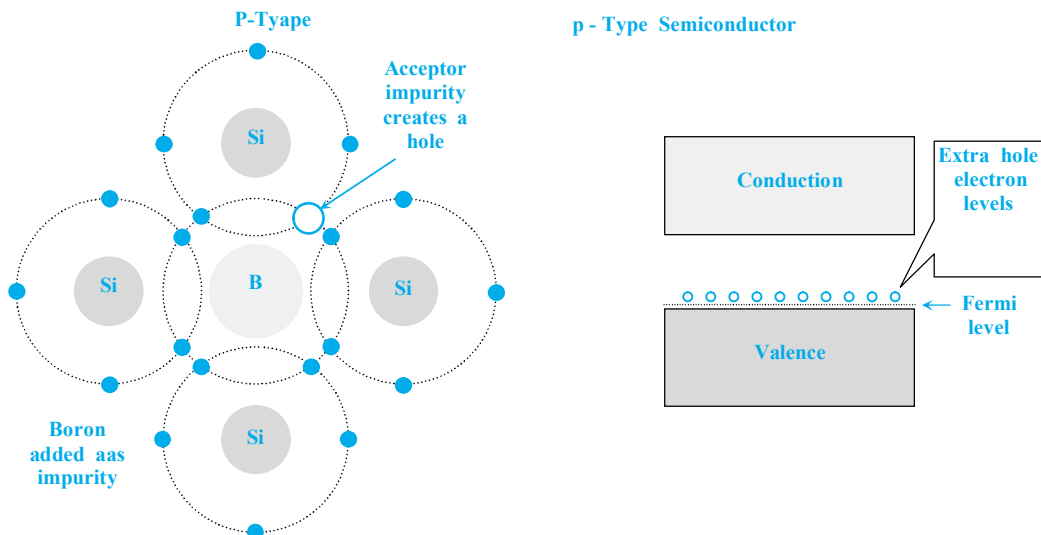
نیمه هادی نوع P:

با افزودن یک ناخالصی ۳ ظرفیتی (عنصری که در باند آخرش ۳ الکترون دارد) مانند بور - آلومینیوم و یا گالیم، کمبود یک الکترون بوجود می‌آید، که مفهوم آن تولید حفره اضافی آزاد می‌باشد. به این ناخالصی، گیرنده و یا Acceptor می‌گویند. در این نیمه هادی که حفره‌ها خیلی بیشتر از الکترون می‌باشند، حفره ناقل اکثریت و الکترون ناقل اقلیت می‌باشد و به آن نیمه هادی نوع P می‌گویند.

ناخالصی افزوده $p = N_A + p_i \approx N_A$ تعداد حفره‌ها

$$n = \frac{n_i^2}{N_A}$$

تعداد الکترون



هدایت الکتریکی در فلزات:

هدایت الکتریکی در فلزات توسط ناقل‌های آزاد (الکترون) صورت می‌گیرد. این هدایت تحت اثر میدان خارجی E (باطری) تحقق می‌پذیرد. با توجه به چگالی ناقل‌ها، چگالی جریان به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$V = \mu_e E$$

$$J = \rho V = (nq)V = (nq\mu_e)E = \delta E$$

که در آن δ ضریب هدایت الکتریکی، ρ چگالی الکترون و μ_e موبیلیتی الکترون (ضریب روانی) می‌باشد.

هدایت الکتریکی در نیمه هادی‌ها:

در نیمه هادی‌ها با توجه به وجود ناقل‌های الکترون و حفره، جریان تابعی از هر دو می‌باشد. در نیمه هادی‌ها دو نوع جریان داریم: جریان رانشی یا هدایتی (با وجود میدان خارجی)، جریان نفوذی یا انتشاری (بدون میدان خارجی)

۱- جریان هدایتی در نیمه هادی‌ها (Conductive current):

جریان هدایتی جریان ناشی از میدان خارجی می‌باشد نظیر فلزات، با این تفاوت که هم الکترون و هم حفره در جریان نقش دارد. الکترون‌ها مستقیماً در اثر میدان (و در خلاف جهت میدان) حرکت می‌کنند و حفره‌ها نیز در حقیقت با جابجائی الکترون‌های باند ظرفیت، جریانی هم جهت با الکترون‌های آزاد بوجود می‌آورند.

از آنجائیکه حرکت الکترون‌ها ناشی از الکترون‌های آزاد می‌باشد، ولی حرکت حفره‌ها، حرکت الکترون‌های باند ظرفیت می‌باشد و ضریب روانی (موبیلیتی μ) الکترون‌های آزاد بیش از الکترون‌های باند ظرفیت می‌باشد، لذا موبیلیتی حرکت الکترون‌ها از حفره‌ها بیشتر است.

جریان هدایتی ناشی از الکترون و حفره در نیمه هادی بصورت زیر بیان می‌گردد:

$$J_N = (N_D \mu_n + P_n \mu_p) q E = \delta_n E \quad ; \quad J_P = (N_A \mu_p + n_p \mu_n) q E = \delta_p E$$

$$S_i \begin{cases} \mu_n = 1300 \\ \mu_p = 500 \end{cases}$$

$$G_e \begin{cases} \mu_n = 3800 \\ \mu_p = 1800 \end{cases}$$

N_D : N چگالی الکترون (ناخالصی) در نیمه هادی نوع N

P_N : N چگالی حفره در نیمه هادی نوع N

μ_n : موبیلیتی الکترون

N_A : P چگالی حفره (ناخالصی) در نیمه هادی نوع P

N_p : P چگالی الکترون در نیمه هادی نوع P

μ_p : موبیلیتی حفره

۲- جریان انتشاری (Diffusion current):

این جریان ناشی از گرادیان بار می‌باشد. تجمع الکترون و یا حفره در یک محل و نبود آن در نقطه مقابل باعث حرکت ناقل‌ها شده که البته خود این حرکت تولید میدان داخلی می‌نماید، بنحوی که با این حرکت مقابله کرده و در نهایت تعادل برقرار می‌گردد. این جریان یک جریان داخلی است و در خارج از نیمه هادی برقرار نمی‌گردد. روابط جریان انتشاری بصورت زیر بیان می‌گردد:

$$J_p = -D_p q \frac{dp}{dx} \quad ; \quad J_n = D_n q \frac{dn}{dx}$$

بترتیب تغییرات تعداد حفره‌ها و الکترون‌ها در طول نیمه هادی می‌باشد. D_n و D_p ثابت انتشار (حفره و الکترون) بوده و برحسب $\frac{cm^2}{s}$ بیان می‌گردند.

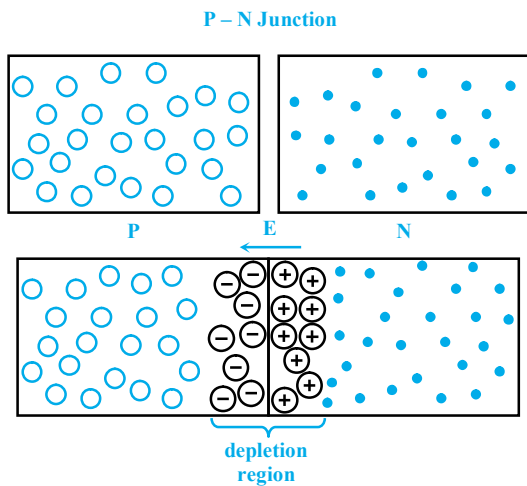
$$S_i \Rightarrow D_n = 34 \quad , \quad D_p = 13 \quad ; \quad G_e \Rightarrow D_n = 99 \quad , \quad D_p = 47$$

در نیمه هادی رابطه زیر برقرار است:

$$\frac{D}{\mu} = \frac{KT}{q} \Rightarrow \begin{cases} \frac{D_n}{\mu_n} = \frac{KT}{q} \\ \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{KT}{q} \end{cases} \Rightarrow \frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = 26mv \quad ; \quad 25^\circ \text{ در دمای}$$

که در آن عبارت $\frac{KT}{q}$ به ولتاژ حرارتی معروف است.

اتصال P-N:



با اتصال دو نیمه هادی P و N به یکدیگر یک اتصال P-N بوجود می‌آید. با توجه به اینکه در نیمه هادی نوع N الکترون زیاد و در نیمه هادی نوع P حفره زیاد وجود دارد، در محل اتصال، جریان انتشاری برقرار شده و منجر به تخلیه ناقل‌ها در محل اتصال می‌گردد. به این ناحیه که شامل یون‌های ساکن مثبت و منفی و فاقد ناقل آزاد می‌باشد، ناحیه تخلیه یا تهی می‌گویند. وجود این یون‌های ساکن باعث ایجاد میدانی در خلاف جهت جریان انتشاری و به حالت تعادل رسیدن اتصال می‌گردد. به این مجموعه دیود نیمه هادی می‌گویند. میزان طول نفوذ الکترون‌ها به ناحیه P (x_p) و حفره‌ها به ناحیه N (x_n)، رابطه معکوس با چگالی ناقل اکثریت در نواحی P و N دارد ($x_p N_A = x_n N_D$). این اتصال، رفتاری متفاوت با یک مقاومت دارد، زیرا میدان داخلی ناشی از جریان انتشاری، اجازه عبور جریان تنها در یک جهت را می‌دهد و در این رابطه نیز، قانون اهم برقرار نمی‌باشد. رابطه جریان ولتاژ در دیود نیمه هادی بصورت $I_D = I_S (e^{V_D / \eta V_T} - 1)$ می‌باشد.

میدان بوجود آمده در محل اتصال، ایجاد سد پتانسیلی می‌نماید که باید برای برقراری جریان، این سد پتانسیل از بین برود. میزان ولتاژ این سد پتانسیل از

$$\text{رابطه } V_0 = V_T \ln \frac{N_D N_A}{n_i^2} \text{ بدست می‌آید. اکنون اگر برای } N_D \text{ و } N_A \text{ مقادیر زیر را داشته باشیم، مقدار این سد پتانسیل به صورت زیر به دست می‌آید:}$$

$$N_D = 10^{15} / cm^3 = N_A, \quad n_i \approx 10^{10} \Rightarrow V_0 \approx 600mV$$

$$V_T = \frac{KT}{q} \Rightarrow 25^\circ C \text{ در دمای } : V_T \approx 26mv$$

که V_T همان ولتاژ حرارتی است.

دیود در گرایش معکوس

دیود در گرایش معکوس تقریباً هدایتی انجام نمی‌دهد. البته جریان ضعیف ناقل‌های اقلیت وجود دارد که در مقایسه با گرایش مستقیم ناچیز است. به این جریان (I_0 یا I_S) جریان اشباع معکوس می‌گویند و با ولتاژ کمی در جهت معکوس به مقدار ثابت می‌رسد. یعنی دیود در گرایش معکوس به مانند یک منبع جریان عمل می‌کند. اگر ولتاژ معکوس اعمالی به دیود را به مقدار قابل توجهی افزایش دهیم، پدیده شکست معکوس اتفاق می‌افتد که اگر جریان عبوری محدود نشود، منجر به سوختن دیود می‌گردد. شکست در گرایش معکوس با توجه به دو پدیده زیر بوجود می‌آید:

۱- پدیده ضرب بهمینی ۲- پدیده زنری

۱- پدیده شکست ضرب بهمنی برای دیودهایی رخ می‌دهد که ولتاژ شکست معکوس آنها بیش از ۶ ولت است و در اثر افزایش ولتاژ و افزایش سرعت حرکت الکترون‌ها، احتمال برخورد الکترون‌ها با اتمهای ساکن ناحیه تخلیه افزایش می‌یابد. با این برخوردها و شکسته شدن پیوندهای کووالانسی بین اتمها و آزاد شدن یک الکترون، مجدداً برخورد بعدی و بعدی اتفاق می‌افتد که بصورت بهمن افزایش می‌یابد.

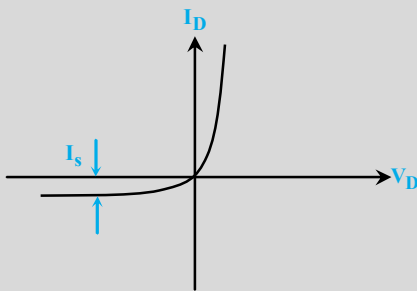
۲- پدیده شکست زنی بخاطر شکسته شدن پیوند کووالانسی در اثر افزایش میدان بوجود می‌آید و در دیودهای زیر ۶ ولت (با ناخالصی بالا) اتفاق می‌افتد. البته ناگفته نماند که پدیده زنی اغلب پدیده ضرب بهمنی را به دنبال دارد.

تأثیر دما بر تغییرات ولتاژ شکست زنی و ضرب بهمنی یکسان نمی‌باشد. افزایش دما باعث کاهش ولتاژ شکست زنی می‌گردد، در حالیکه ولتاژ شکست بهمنی با افزایش دما افزایش می‌یابد.

برای وصل کردن پایه به دیود نیمه هادی، از فلز استفاده می‌شود. اتصال نیمه هادی به فلز می‌تواند به دو صورت باشد: ۱- اتصال اهمی ۲- اتصال یک‌سو کنندگی قاعدتاً باید ترتیبی اتخاذ شود که اتصالات به صورت اهمی باشد تا رفتار اتصال P-N حفظ شود.

اگر اتصال فلز و نیمه هادی بصورت نوع دوم (اتصال یک‌سو کنندگی) باشد، در محل اتصال یک دیود خواهیم داشت که سرعت بالائی در قطع و وصل دارد و به آن **دیود شاتکی** می‌گویند.

نمودار جریان دیود بر حسب ولتاژ آن در روبرو آورده شده است:



رابطه‌ی بین جریان و ولتاژ دیود به صورت $I_D = I_S(e^{\frac{V_D}{\eta V_T}} - 1)$ است. با توجه به رابطه‌ی بالا و نیز نمودار جریان - ولتاژ روبرو، می‌توان دو نتیجه زیر را (که در مسائل مختلف به کار می‌آید) گرفت. اولاً: برای ولتاژ بالا فرمول جریان دیود به صورت زیر خلاصه می‌شود:

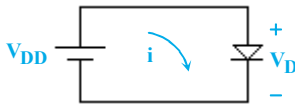
$$V_D \text{ بزرگ} \Rightarrow I_D \approx I_S \cdot e^{\frac{V_D}{\eta V_T}}$$

ثانیاً: برای ولتاژهای کوچک در عبارت بالا، با توجه به رابطه‌ی نامایی وقتی که $V_D \rightarrow -\infty$ باشد، عبارت نامایی به سمت صفر می‌رود و لذا داریم:

$$V_D \rightarrow -\infty \Rightarrow I_D \approx I_S(0 - 1) = -I_S$$

در این حالت اصطلاحاً گفته می‌شود که دیود در بایاس معکوس قرار گرفته است و جریان آن، همان‌طور که در بالا بدست آوردیم برابر $-I_S$ می‌شود. به I_S نیز جریان بایاس معکوس یا اشباع معکوس می‌گویند.

مثال ۱: در مدار ساده‌ی دیودی زیر جریان i را بدست آورید. ($I_S = 10^{-10} \text{ A}, \eta = 1$)

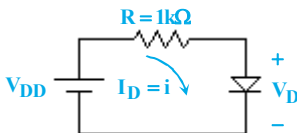


پاسخ: جریان i که در شکل روبرو نشان داده شده است، در اینجا بیانگر جریان دیود نیز می‌باشد یعنی $i = I_D$. اکنون اگر از رابطه‌ی ساده شده‌ی

جریان دیود (یعنی رابطه‌ی $I_D = I_S \cdot e^{\frac{V_D}{\eta V_T}}$) استفاده کنیم، مسئله حل خواهد شد. فقط باید مقدار ولتاژ V_D موجود در این رابطه را بدست آوریم. با توجه به مدار ملاحظه می‌شود که دو سر دیود دقیقاً به دو سر منبع تغذیه V_{DD} وصل شده است. به عبارت دیگر این دو المان با هم موازی شده‌اند پس باید ولتاژ دوسرشان برابر باشد. لذا مقدار $V_D = V_{DD} = 5 \text{ V}$ بدست می‌آید. اکنون با یک محاسبه‌ی ساده، مقدار جریان به دست می‌آید:

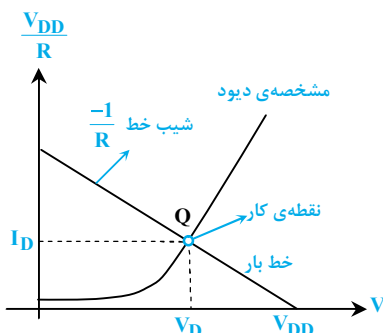
$$i = I_D = 10^{-10} \times e^{\frac{5}{1 \times 0.026}} \approx 0.22 \text{ mA} = 22 \mu\text{A}$$

مثال ۲: در مدار دیودی روبرو جریان i را بدست آورید. ($V_T = 0.026 \text{ V}$ و $\eta = 1/73$) فرض کنید که دیود دارای جریان 1 mA در ولتاژ 0.7 V ولت باشد. ($V_{DD} = 5 \text{ V}$)



پاسخ: برای این مسئله دو راه حل وجود دارد. یکی راه حل گرافیکی و دیگری راه حل عددی و تکرار.

الف - راه حل گرافیکی: رابطه خط بار به صورت $I_D = \frac{V_{DD} - V_D}{R}$ می‌باشد. با رسم نمودار و مشخصه‌ی عملکرد دیود در ناحیه‌ی فعال و نیز رسم خط بار متناظر با مقاومت R ، ملاحظه می‌شود که دو نمودار در نقطه‌ای مانند Q تلاقی خواهند داشت. این نقطه را که، **نقطه‌ی کار مدار** می‌نامیم در واقع همان جریان و ولتاژ دیود را به ما می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، با فرض مثبت بودن مقاومت R ، این مسئله همواره جواب خواهد داشت و جواب مسئله نیز یکتا خواهد بود.



ب - راه حل عددی و تکرار: برای شروع فرآیند تکرار، از فرض مسئله استفاده می‌کنیم. قبل از شروع، نکته‌ی زیر را بیان می‌کنیم:
نکته: با تغییرات کوچکی در معادله‌ی جریان دیود، عبارت زیر بدست می‌آید که در مسائل مختلف مفید است.

$$I_D = I_S \times e^{\frac{V_D}{\eta v_T}} \Rightarrow \frac{V_D}{\eta v_T} = \ln \frac{I_D}{I_S} \Rightarrow V_D = \eta v_T \cdot \ln \frac{I_D}{I_S}$$

هم‌چنین اگر در دو ولتاژ V_1 و V_2 جریان‌های I_1 و I_2 را داشته باشیم، می‌توان نوشت:

$$V_2 - V_1 = \eta v_T \ln \frac{I_2}{I_1}$$

$$V_2 - V_1 = \frac{2}{3} \eta v_T \log \frac{I_2}{I_1}$$

هم‌چنین می‌توانیم عبارت بالا را بر حسب لگاریتم در مبنای ۱۰ بنویسیم:

اکنون سراغ حل مسئله می‌رویم:

$$I_D = \frac{V_{DD} - V_D}{R} = \frac{5 - 0.7}{1k\Omega} = 4.3mA$$

با توجه به فرض مسئله برای جریان $I_D = 4.3mA$ ، $V_D = 0.7V$ است. بنابراین:

$$V_2 - V_1 = \eta v_T \ln \frac{I_2}{I_1} \text{ استفاده می‌کنیم و با قرار دادن } V_1 = 0.7V \text{ و } I_1 = 1mA \text{ و } I_2 = 4.3mA \text{ مقدار جدیدی برای } V_2$$

$$v_2 = v_1 + \eta v_T \ln \frac{I_2}{I_1} = 0.7 + 1.73 \times 0.026 \times \ln \frac{4.3}{1} = 0.7656$$

بدست می‌آوریم که متناظر با ولتاژ دو سر دیود است.

اکنون دوباره فرآیند بالا را برای $V_D = 0.7656$ تکرار می‌کنیم.

$$I_D = \frac{5 - 0.7656}{1} = 4.2344 \Rightarrow V_2 = 0.7656 + 1.73 \times 0.026 \ln \frac{4.2344}{1} = 0.7649V$$

مثال ۳: در مدار روبرو جریان i را بدست آورید. ($I_S = 10^{-10} A$)

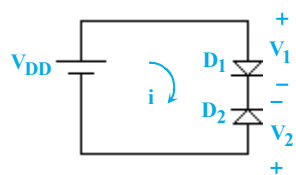


پاسخ: فرق این مثال با مثال ۱ در این است که در اینجا ولتاژ دو سر دیود منفی است. اگر به دو سر دیود یک ولتاژ منفی اعمال شود با توجه به نمودار جریان - ولتاژ دیود که در صفحات قبل آوردیم، دیود وارد ناحیه‌ی معکوس می‌شود و از آن فقط جریان اشباع معکوس می‌گذرد.

$$i \approx I_S = 10^{-10} A$$

نکته: اگر دو سر دیود یک ولتاژ منفی قرار داده شود آن‌گاه از دیود جریان اشباع معکوس I_S عبور خواهد کرد، به شرط آنکه وارد ناحیه شکست نشده باشد.

مثال ۴: در مدار روبرو مقدار جریان i را بدست آورید. فرض کنید که $I_{S1} = I_{S2} = 10^{-10} A$ باشد.

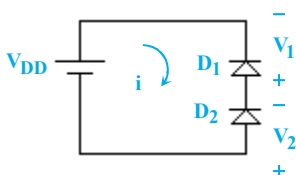


پاسخ: در آرایش‌هایی مانند مدار روبرو، یکی از دیودها که به صورت بایاس مستقیم بسته شده است (یعنی ولتاژ دو سرش مثبت است)، می‌خواهد که جریان بایاس مستقیم‌اش را که جریان نسبتاً زیادی است عبور دهد، اما چون این دیود با دیود D_2 که به صورت بایاس معکوس است سری شده، پس دیود D_2 اجازه نمی‌دهد که جریان زیادی از آن عبور کند. حداکثر جریانی که می‌تواند از دیودهای D_1, D_2 عبور کند، جریان اشباع معکوس دیود D_2 است.

$$i = I_{S2} = 10^{-10} A$$

پس در مجموع داریم:

مثال ۵: در مدار روبرو جریان i را بدست آورید.



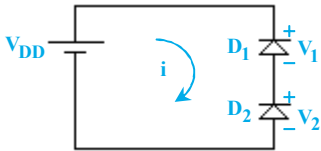
$$I_{S1} = 10^{-10} A$$

$$I_{S2} = 1/5 \times 10^{-10} A$$

پاسخ: در مدار روبرو نیز هر دو دیود بایاس معکوس‌اند و هر دیود اجازه می‌دهد که حداکثر جریانی برابر با جریان اشباع معکوسش عبور کند. لذا

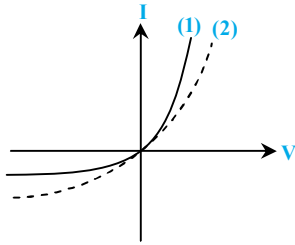
$$i = I_{S1} = 10^{-10} A$$

دیودی که جریان اشباع معکوسش کمتر باشد تعیین کننده است. پس:



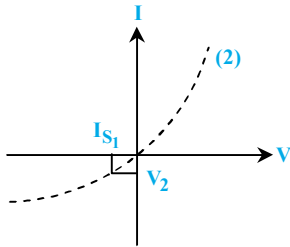
مثال ۶: در مدار دیودی روبرو مقدار افت ولتاژ روی هر یک از دیودها را بدست آورید. فرض کنید که برای جریان‌های اشباع معکوس دیودها داشته باشیم:

$$I_{S1} = 1/5 \times 10^{-10} \text{ A}, I_{S2} = 10^{-10} \text{ A}$$



پاسخ: همان‌طور که در مثال قبل به طور مفصل بررسی شد، جریان مدار برابر جریان اشباع معکوس دیود D_1 خواهد بود یعنی $i = I_{S1} = 10^{-10} \text{ A}$. اما برای تعیین افت ولتاژ دو سر هر دیود به نمودار روبرو که نمودار جریان - ولتاژ دیودهاست، توجه می‌کنیم. با توجه به اینکه برای دیود D_2 مقدار جریان اشباع معکوس بزرگتر است پس در ربع سوم، نمودار جریان دیود D_2 زیر نمودار جریان دیود D_1 قرار می‌گیرد.

اما همان‌طور که مشخص شد، جریان مدار برابر جریان اشباع معکوس دیود D_1 است. با عبور جریان I_{S1} از مدار، روی دیود D_1 یک ولتاژ V_1 می‌افتد. اکنون می‌خواهیم بگوییم که این ولتاژ تقریباً برابر همان منبع تغذیه است. یعنی $V_1 \approx V_{DD}$. و روی دیود D_2 تقریباً ولتاژی نمی‌افتد. برای اینکه این مفهوم بهتر جا بیافتد فرض کنید که جریان اشباع معکوس دیود D_2 به جای $1/5$ برابر بودن جریان اشباع معکوس دیود D_1 ، مثلاً 10^6 برابر آن باشد. با این حساب نمودار جریان دیود D_2 در ربع سوم خیلی پایین‌تر از D_1 قرار می‌گیرد.



اکنون اگر قرار باشد که از دیود D_2 جریان خیلی کوچک دیود I_{S2} (به نسبت جریان اشباع معکوس خودش) عبور کند طبق نمودار زیر ولتاژی که روی D_2 افت می‌کند خیلی کوچک خواهد بود.

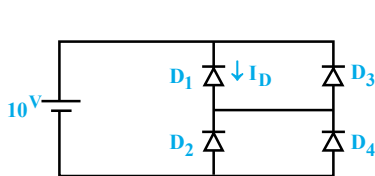
$$V_2 \approx 0$$

لذا با صفر بودن افت ولتاژ روی دیود D_2 ، باید همه‌ی ولتاژ منبع تغذیه روی دیود D_1 افت کند.

$$V_1 \approx V_{DD}, V_2 \approx 0$$

پس در نهایت داریم:

مثال ۷: در مدار شکل زیر جریان اشباع معکوس دیودهای D_1 تا D_4 داده شده است. جریانی که از دیود D_2 عبور می‌کند چه مقدار می‌باشد؟



$$\begin{cases} I_{S1} = 15 \text{ nA} & 7/5 \text{ nA (1)} \\ I_{S2} = 20 \text{ nA} & 10 \text{ nA (2)} \\ I_{S3} = 15 \text{ nA} & 15 \text{ nA (3)} \\ I_{S4} = 40 \text{ nA} & 20 \text{ nA (4)} \end{cases}$$

پاسخ: گزینه «۲» با توجه به ولتاژ اعمالی، کلیه دیودها در گرایش معکوس قرار دارند و چون ولتاژ شکست معکوس ذکر نشده، پس فرض می‌کنیم هیچ دیودی به شکست نرسیده است.

بنابراین برای کلیه دیودها $I_D \leq I_S$ می‌باشد و چون $I_{S1} + I_{S3} < I_{S2} + I_{S4}$ می‌باشد نتیجه می‌گیریم D_2 و D_4 جریانشان به اشباع نمی‌رسند. بنابراین دیودهای D_1 و D_3 دارای جریان اشباع می‌باشند.

$$I_{D1} + I_{D3} = I_{S1} + I_{S3} = 15 + 15 = 30 \text{ nA} \Rightarrow I_{D2} + I_{D4} = 30 \text{ nA}$$

این جریان به نسبت جریان اشباع معکوس بین D_2 و D_4 تقسیم می‌گردد:

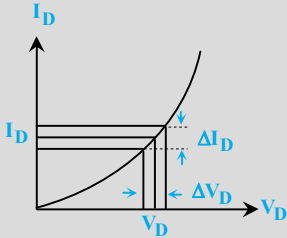
$$I_{D2} = 30 \times \frac{I_{S2}}{I_{S2} + I_{S4}} = 10 \text{ nA}$$



مقاومت استاتیک و دینامیک دیود

با توجه به رفتار غیرخطی دیود، دیود دارای دو مقاومت دینامیکی و استاتیکی متفاوت می‌باشد.

۱- **مقاومت استاتیک:** این مقاومت بیان گر نسبت ولتاژ به جریان DC در نقطه کار دیود می‌باشد (به نقطه کار دیود وابسته می‌باشد):



$$R_S = \frac{V_D}{I_D}$$

از این مقاومت در تحلیل DC استفاده می‌شود.

۲- **مقاومت دینامیک:** این مقاومت بیانگر نسبت تغییرات ولتاژ به جریان حول نقطه کار می‌باشد. یعنی شیب منحنی دیود در نقطه کار:

$$r_d = \frac{\Delta V_D}{\Delta I_D} \approx \frac{\eta V_T}{I_D}$$

از این مقاومت در تحلیل AC استفاده می‌شود.

تحلیل مدارهای دیودی

مدل های دیود: برای تحلیل مدارهای دیودی بر حسب مقدار تقریب مجاز در مدار مطرح شده، از مدل‌های مختلفی استفاده می‌شود.

۱- **مدل واقعی:** این مدل، منحنی دقیق با رابطه $I_D = I_S (e^{\eta V_T} - 1)$ می‌باشد و عموماً برای استفاده از آن از روش ترسیمی استفاده می‌گردد.

۲- **مدل های تقریبی:** در مدل تقریبی چنانچه قبلاً ذکر شده میزان تقریب با توجه به مدار در نظر گرفته می‌شود. در مدل کاملاً ایده‌آل مقدار $r_d = 0$ و $V_\gamma = 0$ در نظر گرفته می‌شود.

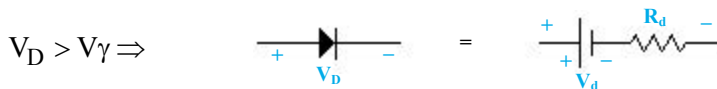
مدل های ترکیبی ایده‌آل (تقریبی):

برای این حالت می‌توان ۳ مدل مختلف براساس ترکیب‌های مختلف r_d و V_γ در نظر گرفت:

- ۱) $r_d = 0$, $V_\gamma \neq 0$;
- ۲) $r_d \neq 0$, $V_\gamma = 0$;
- ۳) $r_d \neq 0$, $V_\gamma \neq 0$

به مدل سوم $r_d \neq 0, V_\gamma \neq 0$ مدل پاره خطی می‌گویند.

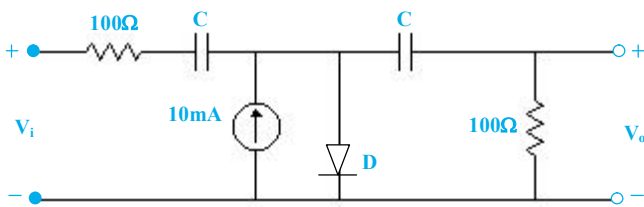
در این مدل در گرایش مستقیم مدل دیود بصورت زیر می‌باشد.



و در گرایش معکوس مدل دیود بصورت زیر می‌باشد.

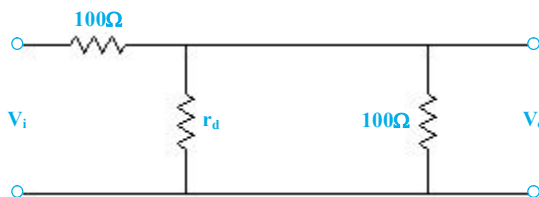


مثال ۸: مطلوب است تعیین نسبت $\frac{V_o}{V_i}$ در مدار زیر در صورتی که V_i یک ولتاژ سیگنال کوچک ac و ظرفیت خازن‌ها به اندازه کافی بزرگ باشند، دیود از جنس سیلیسیم و $T = 300^\circ K$ است.



- (۱) ۰/۰۲۵
- (۲) ۰/۵
- (۳) ۰/۷
- (۴) هیچکدام

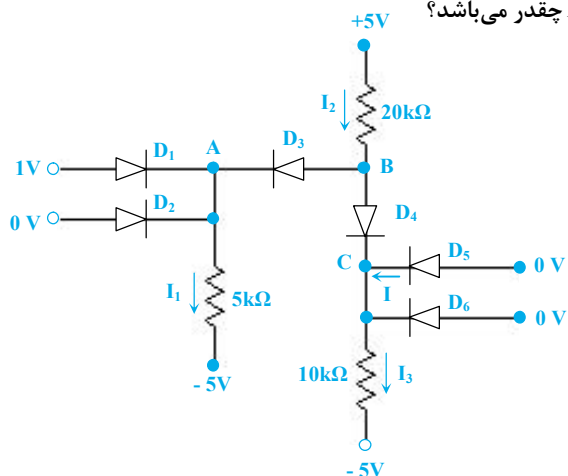
پاسخ: گزینه «۱» برای تحلیل، مدل ac مدار فوق را رسم می‌کنیم:



خازن‌ها اتصال کوتاه
منبع جریان باز
دیود - مقاومت دینامیک

$$r_d = \frac{V_T}{I_D} = \frac{25mV}{10mA} = 2.5\Omega \Rightarrow \frac{V_o}{V_i} = \frac{r_d \parallel (100)}{100 + [r_d \parallel (100)]} \approx \frac{r_d}{100} = 0.025$$

مثال ۹: با فرض ایده آل بودن دیودها در مدار نشان داده شده در شکل زیر جریان I چقدر می باشد؟

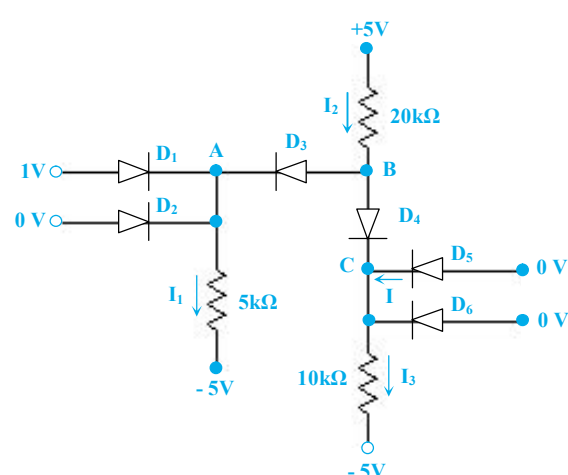


(۱)

(۲) ۰/۱۲۵ mA

(۳) ۰/۲۵ mA

(۴) ۰/۳۷۵ mA



پاسخ: گزینه «۲» برای حل مدارهای دیودی ابتدا با نگاهی کلی به مدار سعی می کنیم وضعیت قطع و وصل بودن دیودها را تعیین کنیم. در نگاه اول (بدون محاسبات) وضعیت بسیاری از دیودها کاملاً مشخص نمی شود. یعنی با یک نگاه نمی توان گفت که قطع یا وصل اند و نیاز به محاسبات دارند. برای این موارد باید یک فرض را گرفته و مسئله را حل کنیم. در آخر بررسی کنیم که این فرض درست بوده است یا خیر. اکنون در این مثال داریم: اولاً با توجه به ولتاژ کاتد دیودهای D_1 و D_2 به راحتی معلوم است، D_1 وصل و D_2 قطع می باشد و این یعنی ولتاژ نقطه A برابر یک ولت است.

حالا به سراغ دیود D_3 می رویم. اگر فرض کنیم این دیود وصل باشد، باید ولتاژ نقطه B با ولتاژ نقطه A برابر باشد، لذا $V_A = V_B = 1V$. حالا به راحتی جریان I_2 حساب می شود $I_2 = \frac{5-1}{20k\Omega} = 0/2mA$. چون $V_B = 1V$ ، پس D_4 حتماً باید وصل باشد و این یعنی $V_C = 1V$ می باشد. اگر ولتاژ نقطه C برابر یک ولت باشد، دیودهای D_5 و D_6 (با توجه به ولتاژ آند آنها که برابر صفر است) قطع می باشند.

$$I_3 = \frac{V_C - (-5)}{10k\Omega} = \frac{1+5}{10k\Omega} = 0/6mA$$

یعنی جریان I صفر می باشد، اما اگر جریان I_3 را حساب کنیم، داریم:

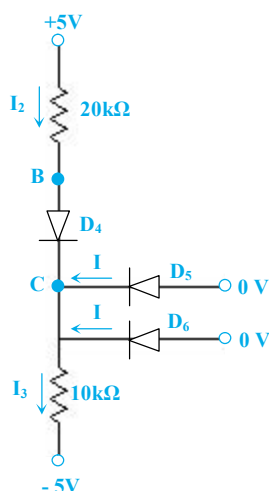
حالا اگر در نقطه B رابطه KCL را بنویسیم، داریم:

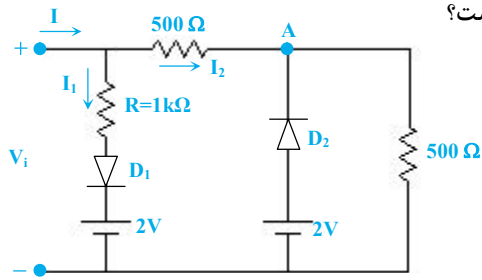
$$I_{D_3} = I_2 - I_3 \Rightarrow I_{D_3} = 0/2(mA) - 0/6(mA) = -0/4mA$$

و این یعنی فرض اینکه D_3 وصل بوده، غلط است و D_3 حتماً قطع است! چون D_3 قطع است، مدار به صورت بالا ساده می گردد. حال اگر فرض کنیم D_4 وصل است، تقسیم ولتاژ بین مقاومت های $10k\Omega$ و $20k\Omega$ شرایط لازم برای وصل بودن D_5 و D_6 را فراهم می کند. بنابراین:

$$V_B = V_C = 0V \Rightarrow I_2 + 2I = I_3$$

$$\frac{5 - V_B}{20k\Omega} + 2I = \frac{V_C - (-5)}{10k\Omega} \Rightarrow I = 0/125mA$$





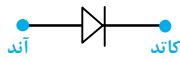
مثال ۱۰: با فرض ایده‌آل بودن دیودها به ازای $V_i = 3V$ جریان I در مدار زیر چقدر است؟

- ۱) ۳ mA
- ۲) ۴ mA
- ۳) ۷ mA
- ۴) هیچکدام

پاسخ: گزینه «۱»

روش کلی حل مدارهای دیودی:

دیودهای D_1 و D_2 می‌توانند هر کدام حالت‌های مختلف on یا off داشته باشند. برای حل مسئله برای هر یک، محتمل‌ترین حالت‌ها را در نظر می‌گیریم و مسئله را جلو می‌بریم. پس از به دست آوردن جریان‌ها و ولتاژها اکنون بررسی می‌کنیم که آیا شرایط on و off مطابق فرضیاتمان برقرار است یا نه. در صورتی که این شرایط برقرار نباشند پس فرض اولیه ما مشکل دارد. لذا باید این فرض را عوض کرد و دوباره مسئله را حل کرد.



اکنون در اینجا با توجه به اینکه ولتاژ آند دیود D_1 به سمت V_i (که برابر ۳V است) می‌رود و ولتاژ کاتدش ۲V است، پس ولتاژ آند از ولتاژ کاتد بیشتر است. لذا به نظر می‌رسد که دیود D_1 باید on باشد.

برای D_2 ابتدا فرض می‌کنیم که off باشد. با این فرضیات $I_1 = \frac{V_i - 2}{1k} = 1mA$ به دست می‌آید.

برای اینکه جریان I_2 را به دست آوریم ابتدا باید مقدار ولتاژ گره A را حساب کنیم. (با فرض D_2 قطع)

$$V_A = \frac{V_i \times 500}{500 + 500} = 1.5V$$

با این مقدار دیود D_2 باید وصل باشد. پس فرض D_2 خاموش (off) اشتباه است و D_2 را on در نظر می‌گیریم. اکنون با فرض روشن بودن دیود D_2 ، مقدار جریان I_2 به دست می‌آید:

$$I_2 = \frac{V_i - V_A}{500} = 2mA$$

در نهایت با توجه به تساوی $I = I_1 + I_2$ نتیجه می‌گیریم $I = 3mA$.

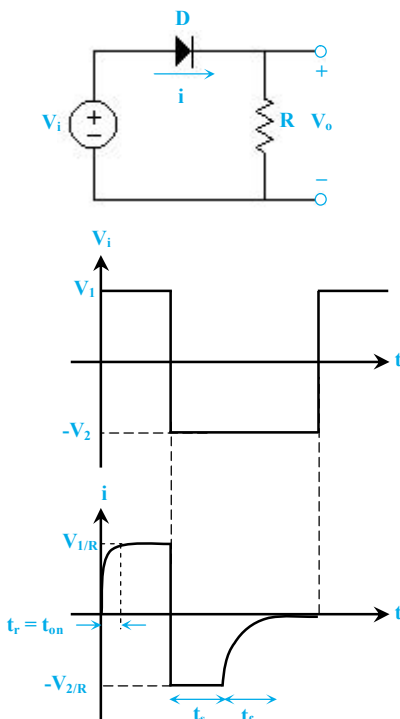
سرعت قطع و وصل دیود (زمان سوئیچینگ)

در مدارهایی که از دیود صرفاً به عنوان سوئیچ استفاده می‌شود مشابه تمام سوئیچ‌ها مسئله سرعت قطع و وصل مورد توجه قرار می‌گیرد. سرعت دیود با توجه به میزان خازن تشکیل شده در ناحیه تخلیه مطرح می‌شود. با فرض $V_f = 0$

در مدار روبرو به ازای ورودی V_i دیود روشن می‌شود. مدت زمانی که طول می‌کشد دیود از حالت خاموش به وضعیت روشن برود t_{on} می‌باشد که خود شامل t_d (زمان تأخیر) و t_r (زمان صعود) می‌باشد.

به ازای $V_i = -V_f$ دیود باید به حالت خاموش برود. در این حالت دیود به خاطر وجود ناقل‌های اقلیت اضافی (ناشی از نیم سیکل قبل) ابتدا به اندازه t_s در گرایش معکوس هدایت می‌کند $(-V_f / R)$ تا اینکه ناقل‌ها از حالت اشباع خارج شوند. بعد از آن در زمان t_f جریان بصورت نمایی به سمت صفر میل می‌کند. مجموع t_s و t_f را زمان خاموشی یا t_{OFF} می‌نامند.

برای اینکه یک دیود در یک مدار سوئیچ مورد استفاده واقع شود باید زمان مثبت و منفی بودن موج ورودی خیلی بزرگتر از زمان‌های سوئیچینگ باشد.

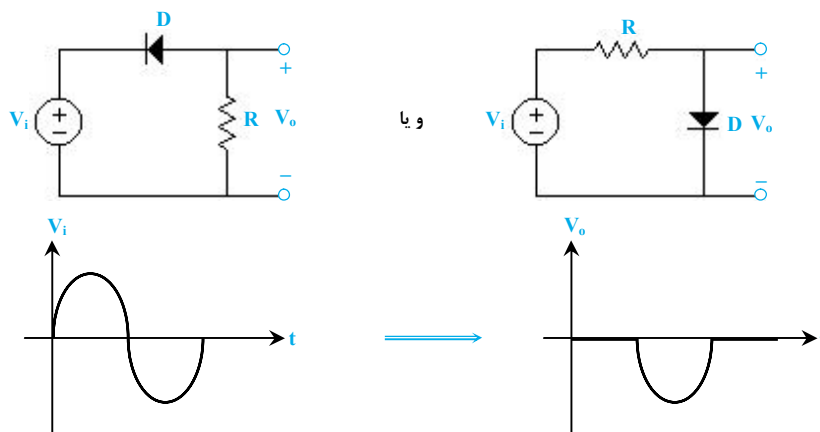


کاربردهای دیود

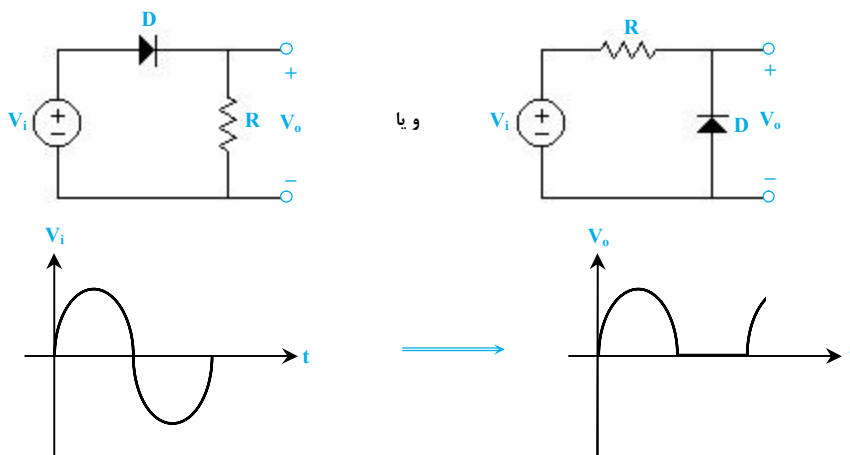
۱- مدار برش Limit (با فرض دیود ایده آل $r_d = 0, V_\gamma = 0$)

مدار برشگر نیمه مثبت

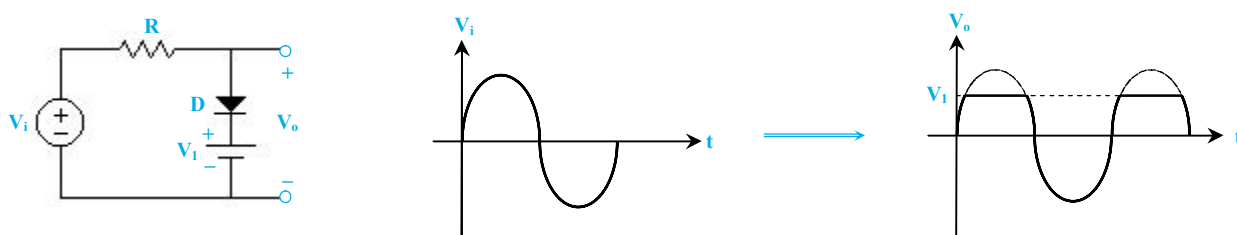
هدایت در دیود زمانی انجام می‌گیرد که ولتاژ آند از کاتد (با فرض $V_\gamma = 0$) بیشتر گردد.



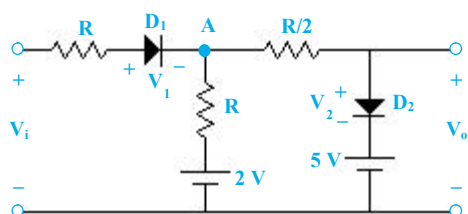
مدار برشگر نیمه منفی



مدار برشگر سطح V_1 : هدایت در دیود زمانی انجام می‌گیرد که ولتاژ آند به V_1 (با فرض $V_\gamma = 0$) برسد.



مثال ۱۱: در مدار شکل زیر با فرض اینکه دیودهای بکار رفته ایده آل باشد، مشخصه V_0 به V_i را محاسبه و رسم نمایید.



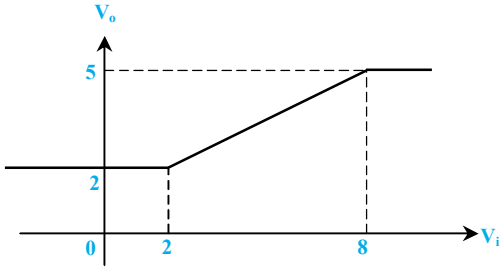
پاسخ: برای اینکه مشخصه V_0 برحسب V_i را به دست آوریم، باید شرایط قطع و وصل بودن دیودها را بررسی کنیم. D_1 در شاخه سری و D_2 در شاخه موازی قرار دارد. در مورد D_1 ، وصل بودن آن به شرطی امکان پذیر است که $V_i > V_A$ باشد. پس ابتدا V_A را از حلقه D_2 بدست می‌آوریم. با توجه به اینکه در حلقه مطرح شده دیود D_2 کاتدش به ولتاژ ۵ ولت و آندش (با فرض اینکه جریان حلقه صفر می‌باشد) به ولتاژ $+2V$ وصل است پس D_2 قطع می‌باشد. در نتیجه تساوی $V_A = 2V$ برقرار است.

اکنون وصل بودن دیود D_2 را بررسی می‌کنیم. D_2 وقتی وصل می‌شود که $V_0 \geq 5$ شود. به این ترتیب مرزها مشخص می‌شود.

$$V_i < 2V \Rightarrow D_1 \text{ و } D_2 \text{ قطع} \Rightarrow V_A = V_0 = 2V$$

$$V_i > 2V \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{وصل } D_1 \\ \text{و با فرض قطع } D_2 \end{array} \right\} \Rightarrow V_A = V_0 \quad ; \quad V_A = V_R + 2v \quad ; \quad V_A = \frac{V_i - 2}{2R} \times R + 2 = \boxed{\frac{V_i}{2} + 1}$$

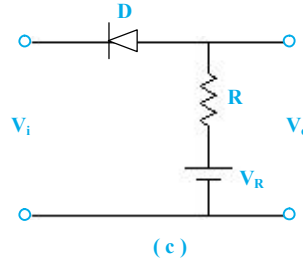
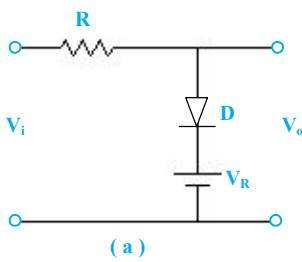
$$V_A = V_0 \leq 5v \Rightarrow \frac{V_i}{2} + 1 \leq 5v \Rightarrow V_i \leq 8v \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2 < V_i < 8 \\ D_1 \text{ وصل} \\ D_2 \text{ قطع} \end{array} \right.$$



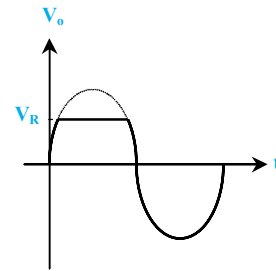
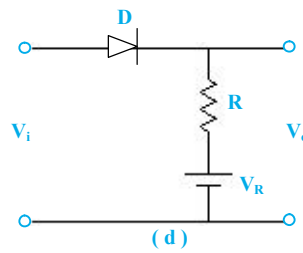
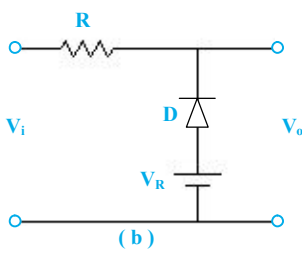
و بالاخره حالت نهایی، یعنی زمانی که D_1 و D_2 هر دو وصل می‌شوند. مشاهده می‌شود که نمودار نهایی شامل سه تکه‌ی خطی است که هر یک مربوط به یکی از حالاتی است که بررسی کرده‌ایم. این حالت‌ها با شرطی که روی V_i می‌گذاریم از همدیگر متمایز شده‌اند.

$$V_i \geq 8V \Rightarrow \left. \begin{array}{l} D_1 \text{ وصل} \\ D_2 \text{ وصل} \end{array} \right\} \Rightarrow V_0 = 5V$$

مثال ۱۲: در صورتی که ورودی یک موج سینوسی با دامنه بزرگتر از V_R باشد کدامیک از مدارها می‌تواند خروجی داده شده را به وجود آورد (دیود ایده‌آل)؟

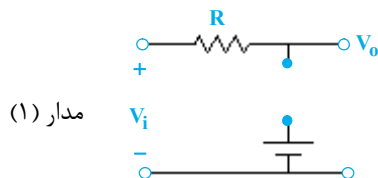


- b. a (۱)
- c. a (۲)
- d. b (۳)
- d. c (۴)

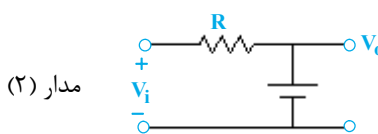


پاسخ: گزینه «۲» با توجه به مطالب صفحات قبل (کاربردهای دیود، مدار برش) شکل‌های (c, a) برشگر در آلترانس مثبت در سطح V_R می‌باشد.

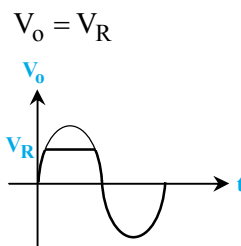
شکل موج خروجی هر یک از مدارها را برای ولتاژ ورودی سینوسی رسم می‌کنیم.



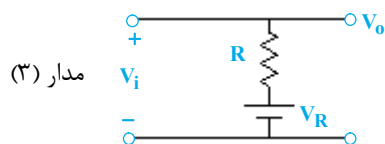
مدار (a): تا وقتی که $V_i < V_R$ باشد دیود D قطع است و مدار (۱) را داریم، پس در این حالت $V_0 = V_i$ است.



اما همین که $V_i > V_R$ شود، دیود وصل شده و مدار (۲) حاصل می‌شود. لذا:



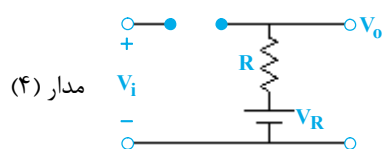
لذا شکل موج خروجی به صورت زیر است:



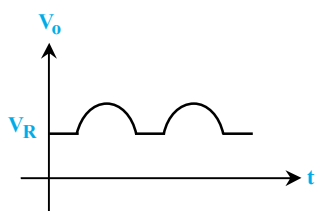
مدار (c): برای $V_i < V_R$ دیود وصل است پس مدار (۳) را داریم، در نتیجه:

$$V_o = V_i$$

اما برای $V_i > V_R$ دیود قطع شده و مدار (۴) به دست می‌آید:



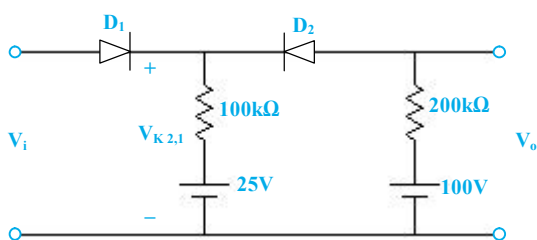
در این حالت مقاومت R راهی برای عبور جریان ندارد، زیرا هیچ مسیر بسته‌ای نداریم تا جریان جاری شود، پس جریان صفر است و $V_o = V_R$. شکل موج خروجی در این حالت نیز مانند قسمت (a) می‌باشد.



مدار شکل (d): برای $V_i < V_R$ دیود قطع است و شبیه حالات بالا $V_o = V_R$ است، اما برای وقتی که $V_i > V_R$ شود، دیود وصل شده و $V_o = V_i$ می‌شود لذا شکل موج خروجی به صورت مقابل است.

مدار شکل (b): برای $V_i < V_R$ دیود وصل و $V_o = V_R$ است. برای ولتاژهای $V_i > V_R$ دیود قطع شده و $V_o = V_i$ می‌شود، پس شکل موج خروجی مانند حالت (d) می‌شود.

مثال ۱۳: دیودهای D_1 و D_2 در شکل ایده‌آل بوده و سیگنال ولتاژ ورودی بصورت $V_i = 15 \sin \omega t$ است. برای چه مقدار V_i شیب مشخصه انتقال



Transfer - Characteristic مدار برابر ۱ خواهد بود؟

$$(1) 100V > V_i > 25V$$

$$(2) 50V > V_i > 0$$

$$(3) 100V > V_i > 50V$$

$$(4) 150V > V_i > 100V$$

پاسخ: گزینه «۳» این سوال نیز به نوعی مشخصه انتقالی مدار را می‌خواهد. اما فرقی با سؤالات دیگر در این است که فقط در یک ناحیه‌ی خاص

یعنی جایی که شیب مشخصه انتقال ۱ است، باید بررسی شود. اکنون برای اینکه شیب برابر ۱ باشد باید $\frac{V_o}{V_i} = 1$ شود یعنی $V_o = V_i$. با توجه به مدار،

برای اینکه این شرط برآورده شود باید دیودهای D_1 و D_2 هر دو وصل باشند.

اکنون فرض کنید که دیود D_2 وصل باشد و دیود D_1 نیز در آستانه‌ی وصل باشد یعنی $I_{D_1} = 0$ باشد. پس خواهیم داشت $V_i = V_o = V_{K_{D_1}}$. که این

$$V_i = V_o = V_{K_{D_1}} = (100 - 25) \times \frac{100}{100 + 200} + 25 = 50V$$

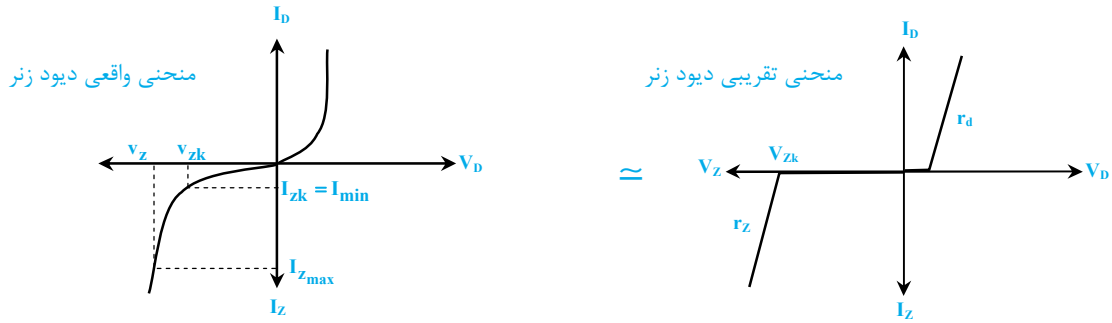
مقدار برابر است با:

لذا اگر $V_i > 50$ شود دیود D_1 وصل خواهد بود. برای ولتاژ $V_i > 100V$ با فرض $I_{D_2} = 0$ ، دیود D_2 قطع خواهد شد. زیرا ولتاژ آن‌دش از ولتاژ کاتدش بیشتر می‌شود. پس در مجموع برای اینکه هر دو دیود D_1 و D_2 وصل باشند باید شرط $50 < V_i < 100$ برقرار شود. با برآورده شدن این شرط (همان‌طور که در بالا اشاره شد) $V_o = V_i$ شده و یا به عبارتی شیب مشخصه ۱ می‌شود.

دیود زener

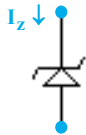
دیودهای زener بیشتر در رابطه با ناحیه شکست معکوسشان مورد استفاده قرار می‌گیرند. زندهای با ولتاژ شکست نزدیک به دو ولت تا چند صد ولت وجود دارد. البته اصطلاحاً به آنها دیود زener می‌گویند در حالیکه در این دیودها علاوه بر پدیده شکست زener، شکست بهمنی نیز اتفاق می‌افتد.

دیود زener با پارامتر I_{zk} یا I_{zmin} (حداقل جریان لازم جهت روشن شدن دیود در گرایش معکوس)، I_{zmax} (ماکزیمم جریان قابل تحمل)، I_z (مقاومت دینامیک در گرایش معکوس) و P_{zmax} (توان ماکزیمم مجاز) تعریف می‌شود. مقاومت I_z در محدوده‌ی چند اهم تا چند ده اهم تغییر می‌کند. هر چه مقدار I_z کمتر باشد، مقدار ولتاژ V_z در محدوده‌ی زenerی ثابت‌تر است. و بنابراین در طراحی رگولاتور ولتاژ، ایده‌آل‌تر عمل می‌کند.

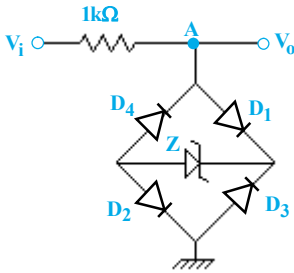


رابطه تقریبی دیود زنر در گرایش معکوس به فرم روبه‌رو می‌باشد:

این فرمول برای حالتی که $I_Z > I_{Zk}$ و $V_Z > V_{Zk}$ باشد قابل استفاده است. قابل ذکر است که دیود زنر در ناحیه‌ی اول مانند دیود معمولی می‌تواند کار کند. اگر ولتاژ V_Z در روبرو مثبت باشد (و از حد معینی بیشتر شود) دیود وارد ناحیه‌ی زنری می‌شود، اما اگر V_Z منفی باشد، دیود مانند دیود معمولی در ناحیه‌ی فعال عمل می‌کند.



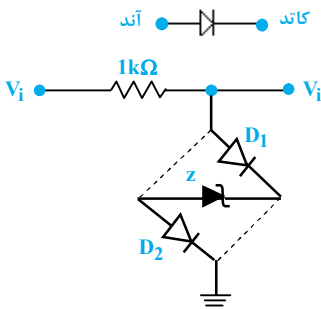
در واقع دیود زنری مانند دیود معمولی است با این تفاوت که اگر آن را بایاس معکوس کنیم و اندازه‌ی ولتاژ بایاس از یک حدی بیشتر شود ($V > V_{Zk}$) دیود وارد ناحیه‌ی عملکرد جدیدی می‌شود که همان ناحیه‌ی زنری است.



مثال ۱۴: در مدار روبرو مشخصه V_0 بر حسب V_i را رسم کنید. فرض کنید که ولتاژ دیودها در ناحیه‌ی فعال برابر $V_\gamma = 0.7V$ و ولتاژ زنری دیود زنر برابر $v_Z = 8/2V$ باشد. فرض کنید که دیودها ایده‌آل باشند.

پاسخ: برای رسم مشخصه به این صورت عمل می‌کنیم که ابتدا فرض می‌کنیم که $V_i \rightarrow +\infty$ سپس وضعیت قطع و وصل بودن و ناحیه‌ی کاری دیودها را برای آن تعیین می‌کنیم، سپس V_i را کاهش می‌دهیم تا جایی که وضعیت یکی از دیودها تغییر کند.

(مثلاً یک دیود معمولی از وصل به قطع برود) سپس دوباره V_i را کاهش می‌دهیم تا جایی که $V_i \rightarrow -\infty$ میل کند و در تمام این حالات وضعیت قطع و وصل تمام دیودها را بررسی می‌کنیم و از روی آن مقدار ولتاژ خروجی را بدست می‌آوریم.



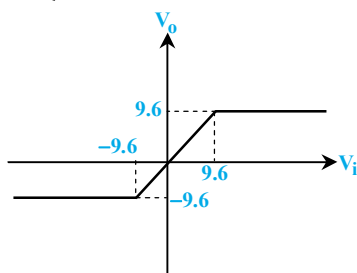
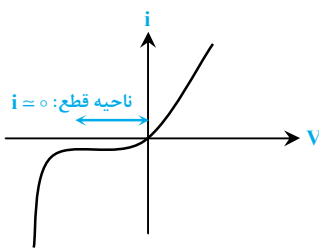
اکنون در این مثال با فرض $V_i \rightarrow +\infty$ مقدار ولتاژ در گره A بسیار بزرگ و مثبت است، پس با توجه به اینکه پایین مدار به زمین وصل است، بدون شک دیود D_4 و نیز دیود D_3 قطع خواهند بود زیرا بایاس معکوس می‌شوند (ولتاژ کاتد دیودها بیشتر از آند آن‌ها می‌شود).

بر عکس آن‌ها، دیودهای D_1 و D_2 وصل‌اند، پس مانند یک باتری $0.7V$ ولت عمل می‌کنند، دیود Z نیز در ناحیه‌ی زنری عمل خواهد کرد، لذا ولتاژ دو سرش برابر $v_Z = 8/2$ ولت خواهد شد. پس برای $V_i \rightarrow +\infty$ داریم:

$$V_0 = 0.7 + 0.7 + 8/2 = 9.6V$$

اکنون اگر ولتاژ V_i شروع به کاهش کند به جایی خواهیم رسید که دیگر ولتاژ v_Z شکست زنری تأمین نخواهد شد، لذا دیود زنر وارد ناحیه‌ی قطع‌اش مطابق نمودار روبه‌رو خواهد شد.

پس از مجموعه‌ی پایین مدار جریانی عبور نخواهد کرد. با توجه به اینکه مقاومت $1k\Omega$ راه دیگری برای عبور جریان ندارد، پس از مقاومت $1k\Omega$ نیز جریانی عبور نخواهد کرد. با این حساب ولتاژ V_0 برابر V_i خواهد شد اما مرز ورود به این ناحیه همان ولتاژ 9.6 ولت است که در بالا محاسبه شد.

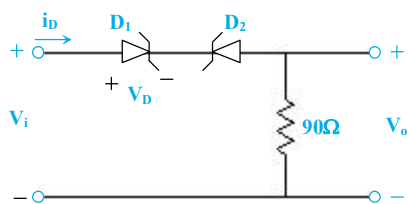


این روند ادامه پیدا خواهد کرد تا جایی که ولتاژ گره A منفی شده و به قدری کوچک شود که بتواند دیودهای D_4 و D_3 را روشن کند و همچنین دیود Z را به صورت زنری فعال کند. این مرز ولتاژی برابر است با:

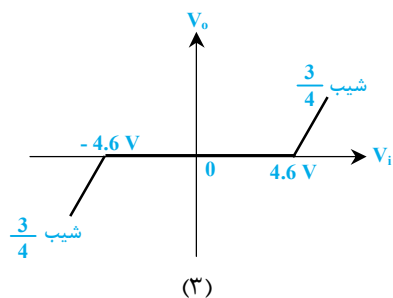
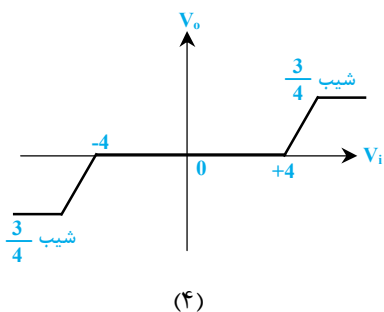
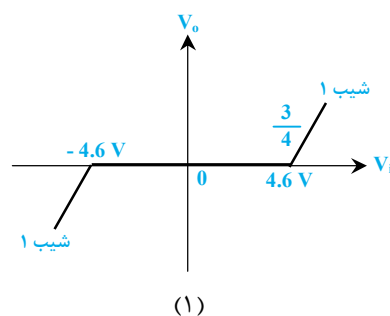
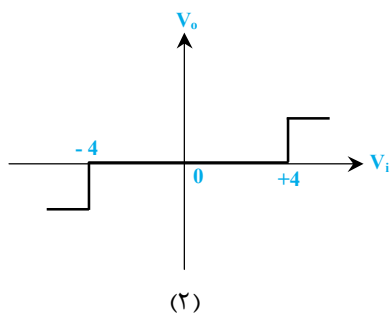
$$V = v_{\gamma 4} + v_{\gamma 3} + v_Z = 0.7 + 0.7 + 8/2 = 9.6V$$

بعد از این اگر $V_i \rightarrow -\infty$ میل کند، مشخصه تغییری نخواهد کرد، پس در کل مشخصه‌ی $V_0 - V_i$ به صورت روبرو خواهد شد.

مثال ۱۵: در مدار زیر مشخصه دیودهای زبر توسط رابطه زیر مشخص شده است. مشخصه V_0 به V_i کدام است؟



$$i_D(\text{Amp}) = \begin{cases} \frac{V_D - 0.6}{20} & V_D > 0.6V \\ 0 & -4V < V_D < 0.6V \\ \frac{V_D + 4}{10} & V_D < -4V \end{cases}$$

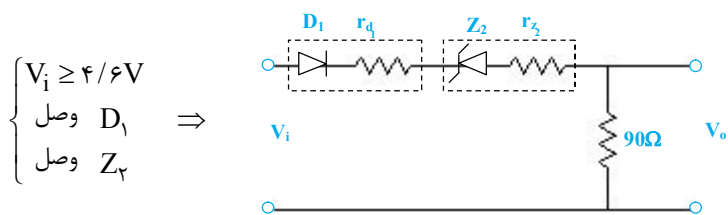


پاسخ: گزینه «۳» با توجه به اطلاعات داده شده خواهیم داشت:

$$V_F = 0.6V \quad ; \quad V_{Zk} = 4V \quad ; \quad r_d = 20\Omega \quad ; \quad r_z = 10\Omega$$

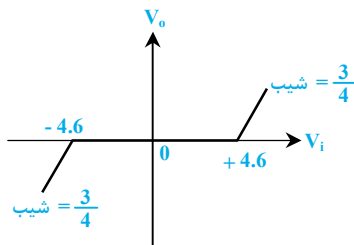
$$i_D = 0 \Rightarrow V_0 = 0$$

بنابراین در محدوده $-4/6 < V_i < 4/6$ ، D_1 و D_2 قطع می‌باشند و داریم:



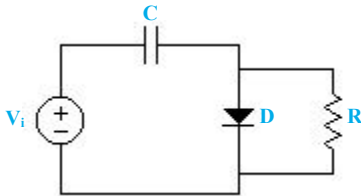
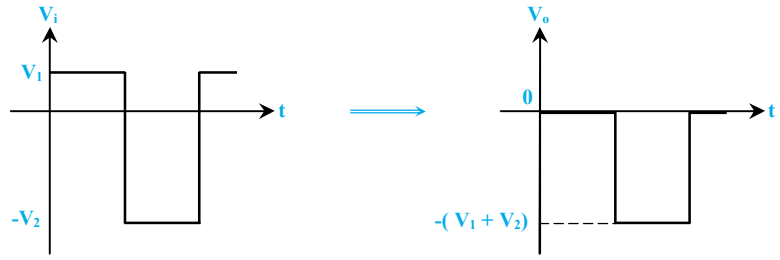
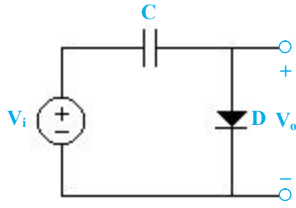
$$V_0 = 90 \left(\frac{V_i - (V_{D1} + V_{Zr})}{120} \right) = \frac{3}{4} V_i - 3/45V$$

$$\begin{cases} V_i \geq 4/6V \\ \text{وصل } D_1 \\ \text{وصل } Z_r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_i \geq 4/6V \rightarrow V_0 = \frac{3}{4} V_i - 3/45V \\ -4/6V \leq V_i \leq 4/6V \rightarrow V_0 = 0 \\ V_i \leq -4/6V \rightarrow V_0 = \frac{3}{4} V_i + 3/45V \end{cases} \Rightarrow$$



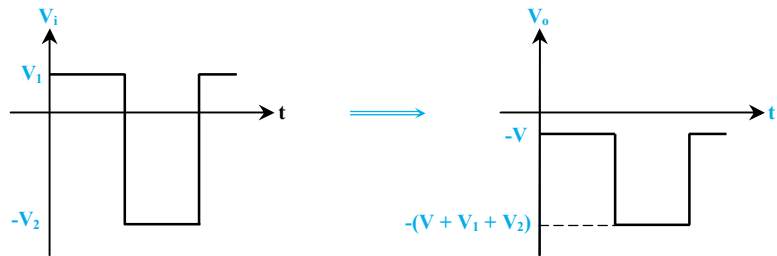
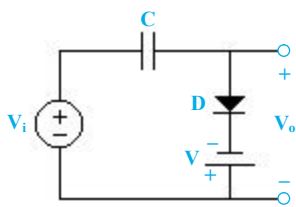
۲- مدارهای پرش Clamp

مدار پرش ایده آل شامل یک دیود و یک خازن می‌باشد. خازن در آلترنانس مثبت ورودی از طریق دیود روشن تا سطح V_1 شارژ می‌شود. در این زمان $V_0 = 0$ (دیود وصل) می‌باشد. در آلترنانس منفی (دیود قطع) خروجی مجموع V_1 و $V_c = -V_1$ می‌باشد. به این ترتیب خروجی یک پرش V_1 نسبت به ورودی دارد.



اشکال مدار پرش مطرح شده این است که زمانی که دیود قطع می‌شود مسیر دشارژی برای خازن وجود ندارد. مثلاً اگر ورودی ولتاژش از V_1 کمتر شود خروجی نمی‌تواند ورودی را دنبال کند. به همین خاطر از یک مقاومت موازی با دیود استفاده می‌شود (مقدار مقاومت باید به اندازه کافی بزرگ باشد تا موجب دشارژ بیش از حد خازن نگردد).

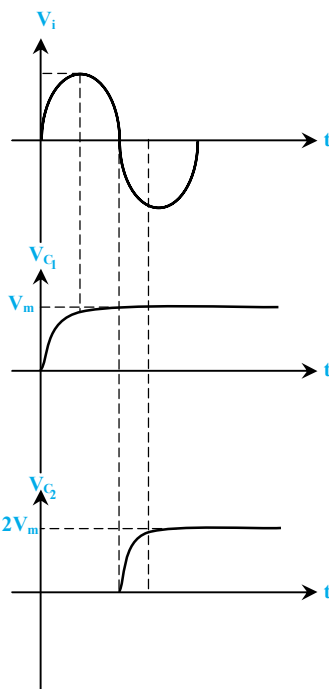
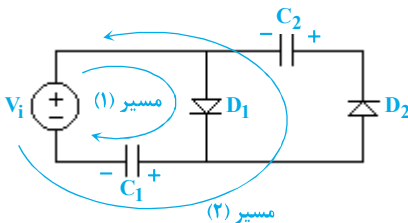
پرش روی سطح غیر صفر نیز با استفاده از باطری سری با دیود بدست می‌آید.



۳- مدارهای چند برابر کننده ولتاژ:

الف - مدار دو برابر کننده ولتاژ

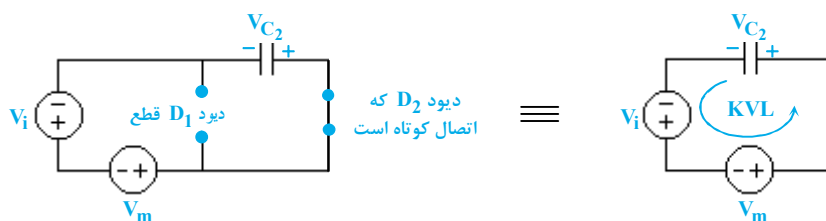
ولتاژ ورودی V_i را به صورت سینوسی در نظر بگیرید. در نیم سیکل اول که V_i مثبت است. دیود D_1 روشن و D_2 خاموش خواهد بود. لذا مسیر (۱) را طی می‌کنیم.



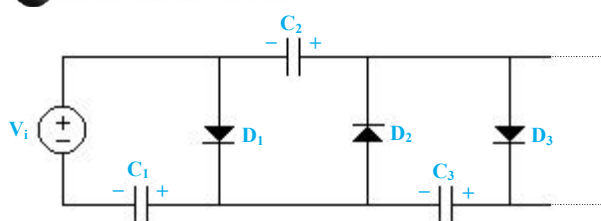
با فرض اینکه افت ولتاژ روی دیودها صفر باشد ($V_f = 0$) و نیز با فرض اینکه دامنه‌ی ولتاژ ورودی V_m باشد، در این سیکل خازن C_1 تا V_m شارژ می‌شود.

اکنون لحظه‌ای که ولتاژ ورودی وارد سیکل منفی‌اش شود، بلافاصله دیود D_1 قطع می‌شود و مسیر جریان از طریق دیود D_2 و خازن C_2 تکمیل خواهد شد. یعنی در این حالت مسیر (۲) را طی می‌کنیم.

در این حالت پلاریته‌ی V_i عوض شده است. خازن C_1 هم که در سیکل قبلی به اندازه V_m شارژ شده بود اکنون به صورت یک منبع ولتاژ عمل می‌کند. یعنی مدار زیر را داریم: (برای مسیر (۲))



با نوشتن KVL در مدار معادل آخری داریم:
 $KVL: -V_i - V_m + V_{C_2} = 0 \Rightarrow V_{C_2} = V_i + V_m = V_m + V_m = 2V_m$
 ما روی دامنه بحث می‌کنیم که دامنه ولتاژ ورودی نیز V_m است. پس ولتاژ دو سر خازن C_2 برابر $2V_m$ خواهد شد. همان طور که از نمودارها نیز پیداست پس از شارژ شدن به اندازه $2V_m$ این مقدار باقی خواهد ماند و خازن دوباره دشارژ نمی‌شود.



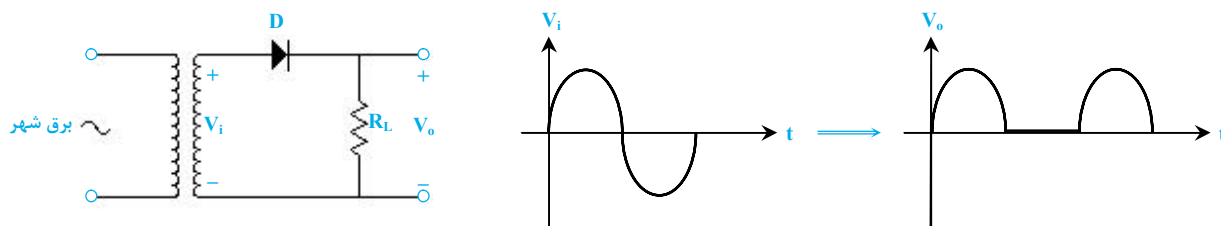
ب- مدارهای سه برابر کننده و ...
 با افزودن یک دیود و خازن دیگر (سلول افزاینده ولتاژ) مدار ۳ برابر کننده ولتاژ را خواهیم داشت:

مدار تا انتهای نیم سیکل دوم مانند دو برابر کننده ولتاژ عمل می‌کند و در نیم سیکل سوم همراه با خازن C_1 ، خازن C_3 نیز با توجه به ولتاژ ورودی یعنی $V_{C_1} + V_i + V_{C_3}$ ، مجموعه از طریق D_3, C_3 به اندازه $2V_m$ شارژ می‌گردد. حال اگر خروجی مدار را از دو سر C_1 و C_3 بگیریم $V_o = 3V_m$ می‌شود. به این ترتیب با افزودن هر سلول ولتاژ DC، خروجی یک برابر (V_m) افزایش می‌یابد.

۴- مدار یکسو سازی

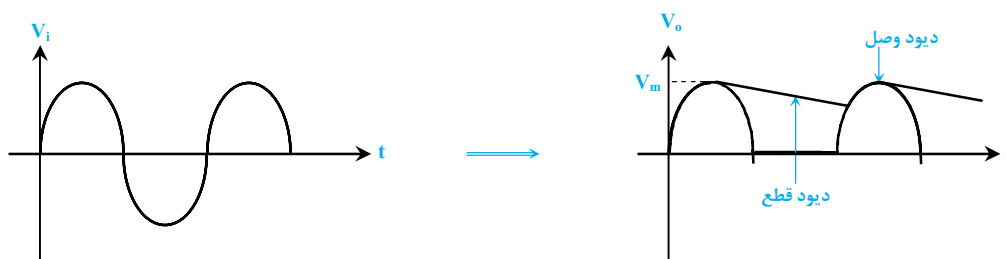
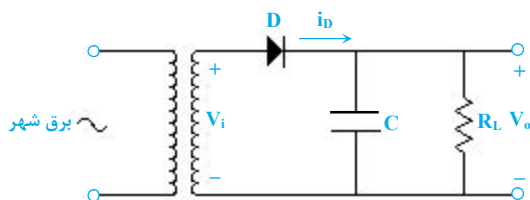
الف - یکسو سازی نیم موج

همان طور که ملاحظه می‌گردد مدار یکسو ساز نیم موج نظیر مدار برشگر صفر می‌باشد.



با افزودن یک فیلتر (خازن) پایین گذر در خروجی می‌توان ولتاژ نزدیک به DC ثابت در خروجی دریافت کرد.

$$\begin{cases} V_\gamma = 0 \\ I_d = 0 \end{cases}$$



در زمان وصل دیود ولتاژ خروجی به همراه ولتاژ ورودی تا V_m افزایش می‌یابد (با فرض $V_\gamma = 0$) و در زمان قطع دیود، خازن در مقاومت بار با ثابت زمانی $R_L C$ تخلیه می‌گردد تا زمانی که دوباره دیود وصل گردد.

با فرض $V_i = V_m \sin \omega t$

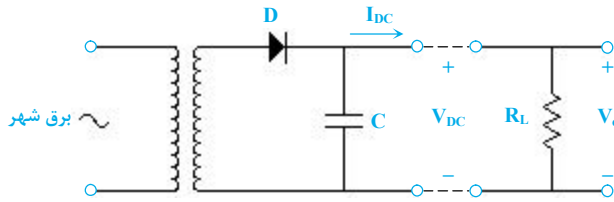
$$i_D = i_C + i_{R_L} = C \frac{dV_o}{dt} + \frac{V_o}{R_L} \approx C \frac{dV_i}{dt} + \frac{V_i}{R_L} \quad (V_i \approx V_o \text{ در زمان وصل دیود})$$

$$i_D = CV_m \omega \cos \omega t + \frac{V_m}{R_L} \sin \omega t$$

$$i_{D_{max}} = CV_m \omega$$

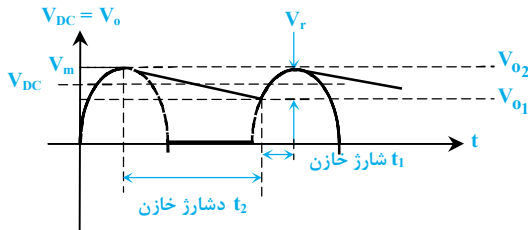
ماکزیمم جریان دیود در سیکل اول اتفاق می‌افتد و تقریباً برابر است با:

تحلیل یکسو ساز با استفاده از مدار معادل یکسو ساز نیم موج



با فرض $V_\gamma = 0$

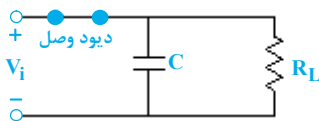
نمودار ولتاژ خروجی:



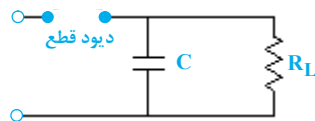
$$V_{DC} = V_m - \frac{V_r}{2}$$

طرز کار این مدار به این صورت است:

پس از اینکه ولتاژ برق شهر که یک سیگنال سینوسی است از ترانسفورماتور عبور کرد و با یک نسبتی به مدار رسید، باید از دیود D عبور کند، اما دیود هر ولتاژی را از خودش عبور نمی‌دهد. در زمان‌هایی که ولتاژ ورودی مثبت باشد، دیود اتصال کوتاه شده و سیگنال را عبور می‌دهد. این کار باعث شارژ شدن خازن C می‌شود. اما همین که ولتاژ سینوسی ورودی منفی شد (وارد سیکل منفی شد) دیود مدار را قطع می‌کند.



وضعیت وصل دیود



وضعیت قطع دیود

در این صورت مدار شامل یک R_L و C موازی می‌شود. این باعث تخلیه شدن خازن و یا به عبارتی دشارژ شدن خازن می‌شود. لذا ولتاژ خروجی در این سیکل نزولی خواهد بود. همان طور که در نمودار بالا ملاحظه می‌شود.

با توجه به نمودار ولتاژ خروجی مشاهده می‌شود که دوره تناوب سیگنال ولتاژ، برابر $T = t_1 + t_2$ است، که در آن t_1 زمان شارژ خازن و t_2 زمان دشارژ خازن می‌باشد. حال اگر فرض کنیم که زمان شارژ خازن در مقایسه با زمان دشارژ آن، ناچیز باشد (یعنی $t_2 \ll t_1$)، آنگاه با کمی تقریب می‌توان دوره تناوب را برابر $T = t_2$ قرار داد.

$$Q = CV_r \quad (1)$$

در مدار فوق میزان باری که خازن در زمان دشارژ از دست می‌دهد را با رابطه زیر (رابطه ۱) نشان می‌دهیم.

حال با فرض اینکه $R_L C \gg T$ باشد، آن‌گاه می‌توان نوشت:

$$R_L C \gg T \Rightarrow R_L C \gg \frac{1}{\omega} \Rightarrow Q = I_{DC} t_2$$

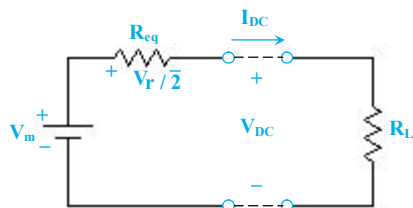
از آنجایی که مقدار t_2 تقریباً برابر T است، با جایگذاری T در رابطه بالا، به رابطه ۲ می‌رسیم.

$$T = t_2 \Rightarrow Q = I_{DC} \times T \quad (2)$$

با برابر قراردادن روابط (۱) و (۲) رابطه (۳) بدست می‌آید:

$$CV_r = I_{DC} T \Rightarrow V_r = \frac{I_{DC} T}{C} = \frac{I_{DC}}{Cf} \quad (3)$$

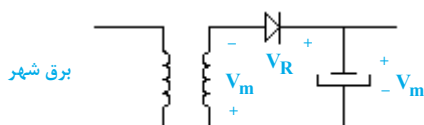
مدار معادل یکسو ساز نیم موج



مطابق نمودار ولتاژ خروجی در بالا، ولتاژ خروجی بین دو مقدار V_{O1} و V_{O2} تغییر می‌کند. اگر بخواهیم برای ولتاژ خروجی یک مقدار متوسط و یا یک مقدار DC در نظر بگیریم، می‌توانیم عبارت $V_{DC} = V_m - \frac{V_r}{2}$ را به کار ببریم. در این رابطه V_m دامنه‌ی ولتاژ سینوسی است و V_r مقدار ریپل کل را نشان می‌دهد. با توجه به رابطه (۳) مقاومت معادل یکسو سازی نیم موج به دست می‌آید:

$$\frac{V_r}{2} = I_{DC} \times R_{eq} = \left(\frac{I_{DC}}{2fc} \right) \Rightarrow R_{eq} = \frac{1}{2fc}$$

ماکزیمم ولتاژ معکوسی که دیود باید تحمل کند در آلترنانس دوم و زمانی که دیود قطع می‌باشد، اتفاق می‌افتد و به صورت زیر به دست می‌آید:



نمایش ولتاژ دو سر دیود در آلترنانس دوم (متفی)

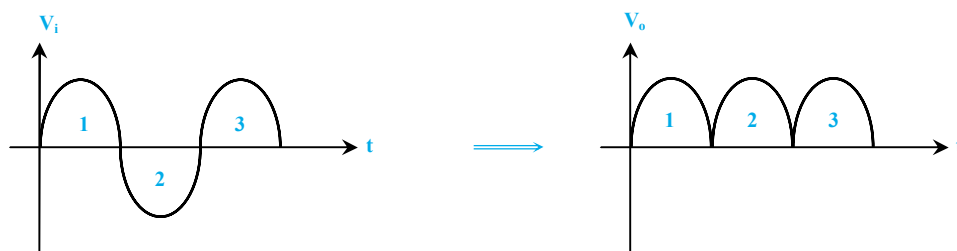
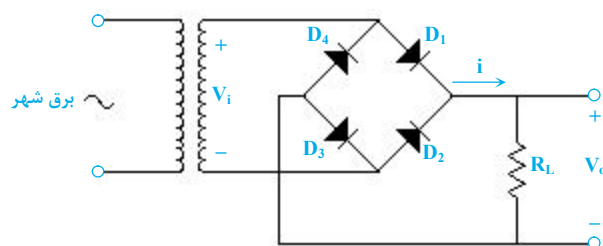
در مدار روبه‌رو اگر فرض کنیم که $V_r = 0$ است، با نوشتن KVL متوجه می‌شویم که بیشترین ولتاژ معکوس دو سر دیود برابر $V_{Rmax} \approx 2V_m$ می‌باشد. همچنین مقدار جریان بیشینه $I_{Dmax} \approx CV_m$ به دست می‌آید.

$$\begin{cases} V_{Rmax} = 2V_m \\ I_{Dmax} = CV_m \end{cases}$$

ب - یکسو سازی تمام موج

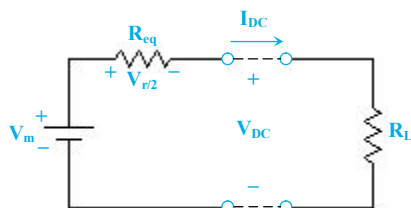
برای یکسو سازی تمام موج دو روش وجود دارد:

۱- روش پل دیود



در آلترنانس اول دیودهای ۱ و ۳ روشن بوده و در آلترنانس دوم دیودهای ۲ و ۴ روشن می‌شوند، با توجه به دو برابر شدن فرکانس موج یکسو شده خروجی، اگر خازن صافی به مدار اضافه شود، میزان V_r (ریپل خروجی) نیز تقریباً نصف می‌شود.

- مدار معادل یکسو ساز تمام موج

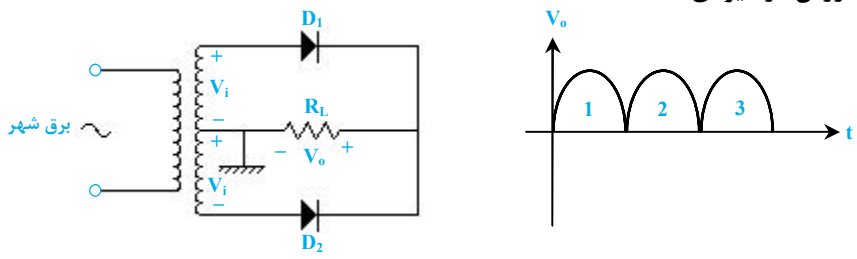


برای یکسو سازی تمام موج نیز می‌توان مدار معادلی مانند یکسو ساز نیم موج مطابق شکل روبه‌رو در نظر گرفت. تنها تفاوتی که وجود دارد در مقدار ولتاژ ریپل V_r و مقاومت معادل R_{eq} است. که برای این مدار به صورت $V_r = \frac{I_{DC}}{4fc}$ و $R_{eq} = \frac{1}{4fc}$ به دست می‌آید.

همچنین در یکسو سازی تمام موج، ماکزیمم ولتاژ معکوس دو سر دیودها با توجه به اینکه در هر آلترنانس، دو دیود سری می‌شوند، نسبت به یکسو ساز نیم موج نصف می‌گردد.

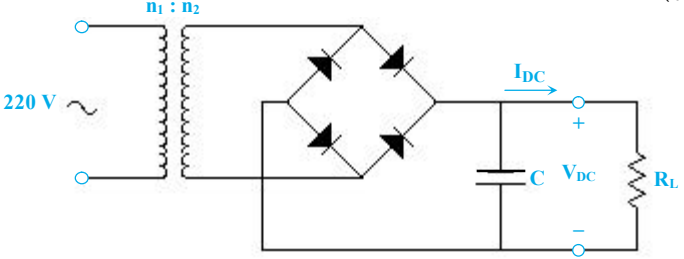
$$V_{Rmax} \approx V_m$$

۲- روش ترانس سر وسطدار (روش دو دیودی):



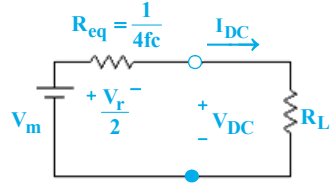
در آلترنانس اول D_1 و در آلترنانس دوم D_2 روشن می‌شود. در حالتی که خازن به دو سر بار R_L اضافه شود، مانند مدار یکسوساز قبلی تحلیل می‌گردد. در حقیقت این یکسوساز از دو یکسوساز نیم موج تشکیل شده است. مدار معادل این یکسوساز دقیقاً شبیه پل دیودی می‌باشد. تفاوت این مدار با مدار پل دیود، در ولتاژ معکوس ماکزیمم دیودها می‌باشد که در این مدار مانند یکسوساز نیم موج $2V_m$ می‌باشد و دیگر اینکه جریان متوسط در سیم‌پیچ‌های ثانویه نسبت به پل دیود نصف می‌شود (قطر سیم ثانویه ترانس، در این روش، تقریباً نصف روش یکسوسازی پل دیودی می‌باشد). زیرا هر سیم‌پیچ ثانویه تنها در یک آلترنانس جریان به دیود مربوط به خودش می‌دهد.

مثال ۱۶: در مدار یکسوساز شکل زیر ولتاژ DC خروجی بدون بار برابر $6V$ و با بار 5Ω اهمی برابر 5 ولت می‌باشد. با فرض اینکه ولتاژ مستقیم دیودها $0.6V$ و مقاومت دینامیک آنها ناچیز است (فرکانس برق شهر $50Hz$):



- الف - V_m را در طرف ثانویه ترانس بدست آورید.
 - ب - نسبت اولیه به ثانویه ترانس چقدر است. $(\frac{n_1}{n_2})$
 - ج - مقدار خازن C را محاسبه کنید.
- پاسخ:

الف) در حالت بدون بار مقدار $I_{DC} = 0$ می‌شود، لذا طبق شکل بالا $V'_m = V_{DC} = 6V$ به دست می‌آید.



اکنون با در نظر گرفتن افت دیودها، مقدار ولتاژ V_m به دست می‌آید: $V_m = V'_m = 2V_D = 7.2V$ توجه دارید که در هر سیکل تنها دو دیود جریان را عبور می‌دهند.

$$\text{ب) } \frac{n_1}{n_2} = \frac{V_{rms1}}{V_{rms2}} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{220}{\frac{7.2}{\sqrt{2}}} = \frac{43}{2}$$

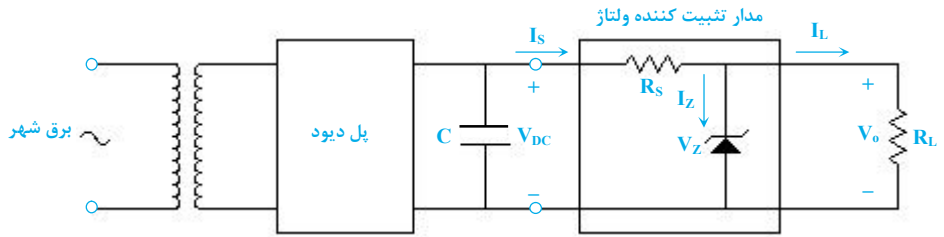
ج) در این حالت باید از تمامی اجزای مدار معادل فوق استفاده کنیم. ابتدا مقدار جریان $I_{DC} = \frac{V_{DC}}{R_L} = \frac{5}{5\Omega} = 1A$ به دست می‌آید. سپس با

محاسبه $R_{eq} = \frac{1}{4fc}$ و نوشتن یک KVL ساده به دست می‌آوریم:

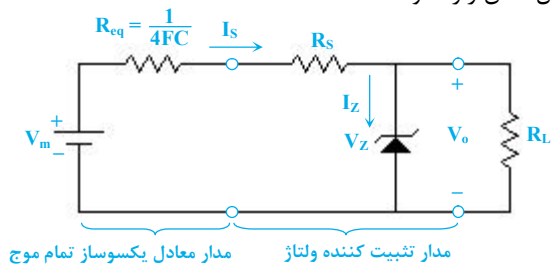
$$V'_m = R_{eq} \times I_{DC} + V_{DC} \quad ; \quad 6 = \frac{1}{4 \times 50 \times C} \times 1 + 5 \Rightarrow C = 500 \mu f$$

کاربرد زنر به عنوان تثبیت کننده ولتاژ:

هدف استفاده از دیود زنر جهت کاهش رپیل ولتاژ خروجی مدارات یکسو کننده می‌باشد. مدار تثبیت کننده، بین بار و یکسوکننده قرار داده می‌شود.



باید مقدار R_S را طوری تعیین کنیم که با وجود تغییرات ولتاژ ورودی و تغییرات جریان بار، حداقل تغییرات در V_O بوجود آید. مدل مورد استفاده برای دیود زبر، $V_Z = V_{ZK} + r_Z I_Z$ می‌باشد. نکته دیگری که برای تعیین مقدار R_S باید در نظر گرفته شود، قرار گرفتن زبر در ناحیه فعال می‌باشد بنحوی که تغییرات ولتاژ ورودی و تغییرات جریان بار در این مورد باعث غیر فعال شدن زبر نشود.



شرط اول: اگر V_i ورودی مدار و یا ولتاژ برق شهر به حداقل خود برسد، آنگاه باید تضمین کنیم با R_S انتخابی حتی اگر جریان بار ماکزیمم شود زبر به ناحیه خاموش نرود. ($I_Z \geq I_{Zmin}$) به این منظور از مدار معادل روبه‌رو استفاده می‌شود.

در اینصورت خواهیم داشت:

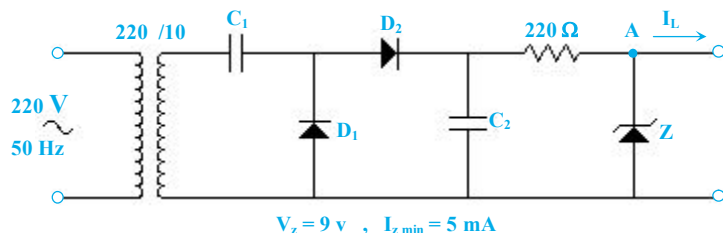
$$\left\{ \begin{array}{l} V_m = (R_{eq} + R_{Smax}) I_S + (V_{ZK} + r_Z I_{Zmin}) \\ I_S = I_{Zmin} + I_{Lmax} \end{array} \right\} \Rightarrow R_{Smax} \text{ محاسبه می‌گردد}$$

شرط دوم: اگر v_i به حداکثر خود برسد، آنگاه باید تضمین کنیم که با R_S انتخابی حتی اگر جریان بار مینیمم شود، جریان عبوری زبر از I_{Zmax} بیشتر نگردد.

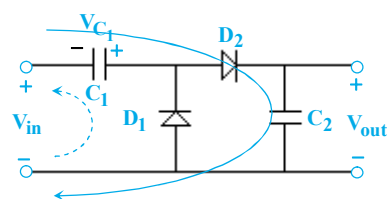
$$\left\{ \begin{array}{l} V_{imax}, I_{Lmin}, I_{Zmax} \\ V_m = (R_{eq} + R_{Smin}) I_S + (V_{ZK} + r_Z I_{Zmax}) \\ I_S = I_{Zmax} + I_{Lmin} \end{array} \right.$$

از حل معادلات بالا مقدار R_{Smin} بدست می‌آید.

مثال ۱۷: در مدار شکل زیر حداکثر جریان بار قابل تحویل I_L در حالتی که ولتاژ نقطه A تنظیم شده باشد چقدر است؟ افت ولتاژ دیودها در حالت مستقیم $0.7V$ و خازن‌ها به اندازه کافی بزرگ فرض می‌شوند.



- (۱) صفر
(۲) ۳۸ mA
(۳) ۱۱ mA
(۴) ۷۶ mA



پاسخ: گزینه «۴» مجموعه‌ی (D_1, C_1) و (D_2, C_2) همان‌طور که قبلاً دیده‌اید دو برابر کننده‌ی ولتاژ می‌باشد. یعنی خروجی آنها دامنه‌ی ولتاژ $2V_m$ خواهد داشت. البته در اینجا چون دیودها را ایده‌آل نگرفته‌ایم، ولتاژ خروجی برابر $2V_m - 2V_\gamma$ خواهد بود.

یک بار مسیر عبور جریان مسیر نقطه‌چین است. پس دو سر C_1 ولتاژ $V_{in} - V_{\gamma D_1}$ می‌افتد، یعنی $V_{C_1} = V_{in} - V_{\gamma D_1}$. در آلترانس بعدی مسیر از طریق خط ممتد بسته می‌شود. پس داریم:

$$V_{out} = V_{in} + V_{C_1} - V_{\gamma D_2} = V_{in} + V_{in} - V_{\gamma D_1} - V_{\gamma D_2}$$

V_{in} هم دامنه‌ی ولتاژ ورودی است. با توجه به اینکه مقدار ولتاژهای ترانس به صورت rms داده می‌شود. پس مقدار $10V$ که روی سمت راست ترانس می‌افتد مقدار rms است که باید در $\sqrt{2}$ ضرب شود تا اینکه به دامنه‌ی ولتاژ تبدیل شود. در نهایت داریم:

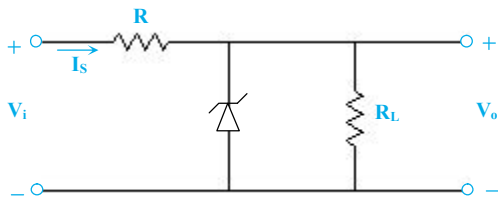
$$V_{out} = 2V_{in} - 2V_\gamma = 2(V_{in} - V_\gamma) = 2(10\sqrt{2} - 0.7) = 26.9V$$

اکنون با فرض بزرگ بودن خازن‌ها مقدار ولتاژ V_{C_1} ثابت می‌شود و داریم:

$$I_Z + I_L = \frac{V_{C_1} - V_Z}{220 \Omega} = \frac{26.9 - 9}{0.22} = 124.5 \text{ mA} \Rightarrow I_{Lmax} = 124.5 - I_{Zmin} = 76.6 \text{ mA}$$



مثال ۱۸: در مدار شکل زیر دیود زنر دارای ولتاژ زانوی (شکست)، $V_{zk} = 6V$ جریان زانوی $I_{zk} = 10mA$ ، مقاومت دینامیک ناچیز و توان قابل تحمل ماکزیمم $P_{Zmax} = 3W$ است. ولتاژ ورودی تثبیت نشده V_i بین $10V$ تا $13V$ ولت متغیر است. مقاومت بار R_L می تواند از 60Ω اهم (بار کامل) تا حالت بی بار ($R_L = \infty$) تغییر کند. محدوده R را بدست آورید.



$$18\Omega < R < 36\Omega \quad (1)$$

$$14\Omega < R < 28\Omega \quad (2)$$

$$18\Omega < R < 28\Omega \quad (3)$$

$$14\Omega < R < 36\Omega \quad (4)$$

پاسخ: گزینه «۴»

$$P_{Zmax} = V_{zk} \times I_{Zmax} \Rightarrow I_{Zmax} = \frac{P_{Zmax}}{V_{zk}} \Rightarrow P_{Zmax} = 3W = 500mA$$

به ازای I_{Lmax} ، زنر در وضعیت I_{Zmin} قرار می گیرد زمانی که V_{imin} می باشد، به ازای این شرایط R_{max} محاسبه می گردد.

$$V_i = RI_s + V_{zk}, \quad V_o = V_{zk}$$

$$\begin{cases} V_{imin} = R_{max}(I_{Zmin} + I_{Lmax}) + V_{zk} \\ I_{Lmax} = \frac{V_o}{R_{Lmin}} = \frac{V_{zk}}{R_{Lmin}} \end{cases} \Rightarrow R_{max} = 36\Omega \quad (1)$$

به ازای I_{Lmin} ، زنر در وضعیت I_{Zmax} قرار می گیرد زمانی که V_{imax} می باشد، به ازای این شرایط R_{min} محاسبه می گردد.

$$\begin{cases} V_{imax} = R_{min}(I_{Zmax} + I_{Lmin}) + V_{zk} \\ I_{Lmin} = \frac{V_o}{R_{Lmax}} = 0 \end{cases} \Rightarrow R_{min} = 14\Omega \quad (2)$$

با توجه به رابطه های (۱) و (۲)، R در محدوده $14\Omega < R < 36\Omega$ قرار دارد.