

به نام خالق مهربانی ها

آزمون تئوری دوم

زمان : ۴ ساعت

مطمئن ؟ :- / امتیاز ۳۵

جدول **مطمئن**، جدولی $2^n * 2^m$ است، که در هر خانه‌ی آن یک عدد از صفر تا $2^{(n+m)} - 1$ نوشته شده و هیچ عددی در جدول تکرار نشده. همچنین به ازای هر دو خانه‌ی مجاور در جدول نمایش مقدار عددی آن‌ها در مبنای دو حداکثر در یک بیت اختلاف دارد. دو خانه از جدول مجاور نامیده می‌شوند اگر یال مشترک داشته باشند. اضافه بر این، خانه‌های سطر آخر با خانه‌های سطر اول و خانه‌های ستون اول با خانه‌های ستون آخر مجاوراند.

مثال : برای مثال در جدول 4×4 رو به رو خانه‌هایی که مقادیر ۷ و ۶ دارند و خانه‌های ۱۱ و ۳ مجاور محسوب می‌شوند. و خانه‌های ۳ و ۹ مجاور نیستند.

۰	۱	۳	۲
۴	۵	۷	۶
۱۲	۱۳	۱۵	۱۴
۸	۹	۱۱	۱۰

$6 = (0110)$	$3 = (0011)$	$3 = (0011)$
$7 = (0111)$	$11 = (1011)$	$9 = (1001)$
درست	درست	غلط

به ازای چه n و m هایی جدول مطمئن وجود دارد؟

جابه‌جایی شکولاتی امتیاز ۳۰

n شکلات در m ظرف قرار داده شده است. ما می‌خواهیم همه‌ی این شکلات‌ها را در یک ظرف جمع کنیم. در هر مرحله می‌توانیم از دو ظرف مختلف، دو شکلات برداریم و در ظرفی غیر از دو ظرف اول قرار دهیم. ثابت کنید اگر تعداد شکلات‌ها و ظرف‌ها بیشتر از ۱۰ باشد، این کار همواره ممکن است.

نه از رومم نه از زنگم همان بی‌رنگ بی‌رنگم امتیاز ۳۵

یال‌های گراف K_{16} را با دو رنگ قرمز و آبی رنگ کرده‌ایم به طوری که اختلاف تعداد یال‌های قرمز و آبی حداقل هشت تاست. ثابت کنید یا یک $K_{2,5}$ با یال‌های قرمز وجود دارد یا یک $K_{2,5}$ با یال‌های آبی. گراف $K_{2,5}$ گراف دو بخشی کامل است با دو بخش دو رأسی و پنج رأسی که در آن، هر رأس بخش اول با تمام رئوس بخش دوم مجاور است.

پیروز باشید.