



به نام خدا

دبیرستانی کنکوری



www.fera.ir

www.forum.fera.ir

پاسخ به کلیه ی سوالات
شما در انجمن سایت :

هر آنچه که یک دانش پژوه بدان نیاز دارد

دکتری

ابتدایی

۵

۱

۱۰

۳

۴

آزمون سراسری

متوسطه اول

کارشناس ارشد

کارشناسی

www.fera.ir

قضیهی تقسیم در چند جمله‌ای‌ها:

در تقسیم چند جمله‌ای $P(x)$ بر چند جمله‌ای $B(x)$ اگر $Q(x)$ خارج قسمت و $R(x)$ باقی مانده باشد، آن گاه:

$$P(x) = B(x)Q(x) + R(x)$$

در قضیهی فوق همواره:

الف) درجه‌ی باقی مانده $R(x)$ از درجه‌ی مقسوم علیه $B(x)$ کم تر است.

ب) مجموع درجه‌های خارج قسمت و مقسوم علیه برابر درجه‌ی مقسوم است یعنی:

$$\text{درجه } P(x) = \text{درجه } B(x) + \text{درجه } Q(x)$$

به طور کلی اگر چند جمله‌ای $P(x)$ از درجه n را بر چند جمله‌ای $Q(x)$ از درجه m تقسیم کنیم $(m \leq n)$ ، آن گاه $q(x)$ (خارج قسمت) از درجه $n-m$ و $R(x)$ (باقی مانده) حداکثر از درجه $m-1$ می‌باشد و:

$$P(x) = Q(x).q(x) + R(x)$$

می‌گوییم چند جمله‌ای $P_n(x)$ بر چند جمله‌ای $Q_m(x)$ قابل قسمت است. هر گاه $R(x) = 0$

برای تعیین باقی مانده‌ی چند جمله‌ای $P(x)$ بر دو جمله‌ای $ax+b$ کافی است ریشه‌ی معادله‌ی $ax+b=0$ را در عبارت $P(x)$ قرار دهیم. عدد حاصل $(P(\frac{-b}{a}))$ همان باقی مانده خواهد بود.

تذکره: در صورتی که چند جمله‌ی $P(x)$ بر دو جمله‌ای $ax+b$ بخش پذیر باشد $P(\frac{-b}{a})=0$ خواهد بود.

مثال ۱: باقی مانده‌ی تقسیم $x^5 - 2x^2 + 4$ را بر $x-1$ بیابید.

مثال ۲: نشان دهید عبارت $x^5 - 4x^2 + 2x + 1$ بر $x-1$ بخش پذیر است.

با فرض $P(x) = x^5 - 4x^2 + 2x + 1$ باید $P(1) = 0$ باشد:

$$P(1) = 1 - 4 + 2 + 1 = 0$$

پس $P(x)$ بر $x-1$ بخش پذیر است.

مثال ۳: اگر چند جمله‌ای $3x^2 - 4x + 5m$ بر $x-3$ بخش پذیر باشد، مقدار m کدام است؟

$$\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 3 & 2 \\ & 3 & 2 & 3 \\ & & 3 & 2 \\ & & & 3 \end{array}$$

گزینه ۴ صحیح است.

$$f(3) = 0 \Rightarrow 3(3)^2 - 4(3) + 5m = 0 \Rightarrow m = -3$$

مثال ۴: مقدار a را به گونه‌ای تعیین کنید که باقی مانده‌ی تقسیم $P(x) = x^4 + ax^3 + 2x^2 - 4$ بر $x+2$ برابر ۴ باشد.

مثال ۵: مقادیر a و b را به گونه ای بیابید که چند جمله ای $x^5 + ax^3 + bx^2 + 2x - 1$ بر $x^2 - 1$ بخش پذیر باشد.

فرض می کنیم $P(x) = x^5 + ax^3 + bx^2 + 2x - 1$ باشد. چون $P(x)$ بر $x^2 - 1$ بخش پذیر است پس هم بر $x - 1$ بخش پذیر است و هم بر $x + 1$ باید $P(1) = 0$ و $P(-1) = 0$ باشد.

$$\begin{cases} P(1) = 0 \Rightarrow 1 + a + b + 2 - 1 = 0 \Rightarrow a + b = -2 \\ P(-1) = 0 \Rightarrow -1 - a + b - 2 - 1 = 0 \Rightarrow -a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = -2 \\ -a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = -3 \end{cases}$$

مثال ۶: نشان دهید که $x - 1$ یک فاکتور $x^5 + 4x^4 + 3x^3 - 7x^2 - 1$ است.

مثال ۷: اگر باقیمانده ی کثیرالجمله $3x^5 + mx + 2$ بر $x + 1$ برابر ۲ شود، باقیمانده ی آن بر $x - 1$ کدام است؟

۲ (۱)
۴ (۲)
-۲ (۳)
-۴ (۴)

گزینه ۱ صحیح است.

مثال ۸: اگر چندجمله ای $ax^{2n} + 2ax^{2n-1} - 4$ ($n \in \mathbb{N}$) بر $x + 1$ بخش پذیر باشد، a کدام است؟

۴ (۱)
-۴ (۲)
-۲ (۳)
۲ (۴)

$$p(-1) = 0 \Rightarrow a - 2a - 4 = 0 \Rightarrow -a - 4 = 0 \Rightarrow a = -4$$

مثال ۹: باقی مانده ی تقسیم چند جمله ای $x^4 + ax^3 + bx^2 + 4x$ بر $x^2 - 1$ می باشد. ab را بیابید.

قضیه ی تقسیم را می نویسیم:

$$x^4 + 4 - ax^3 + bx^2 + 4x = (x^2 - 1)Q(x) + x - 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow 1 + a + b + 4 = 0 + 1 - 2 \\ x = -1 \Rightarrow 1 - a + b - 4 = 0 - 1 - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = -6 \\ -a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow a \times b = 9$$

مثال ۱۰: اگر باقی مانده تقسیم عبارت $x^7 - 2x^5 + x^4 - 2$ بر $x^4 - 2x + 1$ ، $R(x)$ باشد، $R(1)$ کدام است؟

۲ (۱)
-۲ (۲)
صفر (۳)
۱ (۴)

گزینه ۲ صحیح است.

مثال ۱۱: اگر باقی مانده ی تقسیم عبارت $P(x)$ بر $x + 1$ ، برابر ۵ باشد، باقی مانده ی تقسیم $P(x^5)$ بر $x + 1$ کدام است؟

۵ (۱)
۲ (۲)
۶ (۳)
۱ (۴)

طبق قضیه‌ی تقسیم داریم:

$$P(x) = (x+1)Q(x^{\Delta}) + \Delta \Rightarrow P(x^{\Delta}) = (x^{\Delta}+1)Q(x) + \Delta$$

$$\Rightarrow P(x^{\Delta}) = (x+1) \underbrace{(x^{\Delta} + x^{\Delta-1} + x^{\Delta-2} + \dots + x + 1)}_{Q'(x)} Q(x^{\Delta}) + \Delta \Rightarrow P(x^{\Delta}) = (x+1)Q'(x) + \Delta$$

پس باقی‌مانده‌ی تقسیم $P(x^{\Delta})$ نیز بر $x+1$ برابر Δ می‌باشد.

باقی‌مانده‌ی تقسیم چند جمله‌ای $P(x)$ بر $ax^n + b$:

برای به دست آوردن باقی‌مانده‌ی تقسیم چند جمله‌ای $P(x)$ بر دو جمله‌ای $ax^n + b$ به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

(۱) چند جمله‌ای $P(x)$ را برحسب x^n مرتب می‌کنیم.

(۲) در چند جمله‌ای $P(x)$ که برحسب x^n مرتب شده به جای x^n مقدار $\frac{-b}{a}$ را قرار می‌دهیم.

مثال ۱۲: باقی‌مانده‌ی تقسیم چند جمله‌ای $P(x) = 2x^7 + x^6 - 4x^5 + x^2 + 1$ را بر $x^3 - 1$ بدون انجام عمل تقسیم بیابید.

ابتدا چند جمله‌ای $P(x)$ را برحسب x^3 مرتب می‌کنیم:

$$P(x) = 2x^7 + x^6 - 4x^5 + x^2 + 1 = 2(x^3)^2 x + (x^3)^2 - 4x^2(x^3) + x^2 + 1$$

حال به جای x^3 عدد ۱ را قرار می‌دهیم.

$$\Rightarrow R(x) = 2(1)^2 x + 1^2 - 4x^2(1) + x^2 + 1 = 2x + 1 - 4x^2 + x^2 + 1 \Rightarrow R(x) = -3x^2 + 2x + 2$$

مثال ۱۳: اگر عبارت $ax^2 + bx + c + x^{17} + 3x^{10} + x^3 + 1$ بخش‌پذیر باشد، $a+b+c$ چقدر است؟

$$x^3 + 1 = 0 \Rightarrow x^3 = -1$$

$$(x^3)^{\Delta} x^2 + 3(x^3)^3 x + ax^2 + bx + c \xrightarrow{x^3 = -1} (-1)^{\Delta} x^2 + 3(-1)^3 x + ax^2 + bx + c$$

$$\Rightarrow (a-1)x^2 + (b-3)x + c = 0 \Rightarrow a=1, b=3, c=0 \Rightarrow a+b+c=4$$

مثال ۱۴: باقی‌مانده‌ی تقسیم $f(x) = x^3 + x^2 + 2x + 4$ بر $x^2 + 1$ کدام است؟

(۴) $x+3$

(۳) $x-1$

(۲) $x+1$

(۱) $x-3$

گزینه ۴ صحیح است.

مثال ۱۵: اگر عبارت $ax^2 + bx + c + x^6 + 2x^5 + 3x^4 + x^3 + 1$ بخش‌پذیر باشد، حاصل $ab+c$ کدام است؟

(۴) -1

(۳) 1

(۲) 5

(۱) 6

عبارت داده شده را برحسب x^4 مرتب کرده و سپس به جای x^4 عدد -1 را قرار می‌دهیم.

$$P(x) = (x^4)x^2 + 2(x^4)x + 3x^4 + ax^2 + bx + c \Rightarrow R(x) = -x^2 - 2x - 3 + ax^2 + bx + c \Rightarrow R(x) = (a-1)x^2 + (b-2)x + c - 3$$

چون عبارت $P(x)$ بر $x^4 + 1$ بخش‌پذیر است باید $P(x) = 0$ باشد پس:

$$(a-1)x^2 + (b-2)x + c - 3 = 0$$

برای این‌که عبارت $R(x)$ صفر باشد باید تمام ضرایب صفر باشد.

$$\Rightarrow \begin{cases} a-1=0 \\ b-2=0 \\ c-3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=3 \end{cases} \Rightarrow ab+c=2+3=5$$

مثال ۱۶: در صورتی که باقیمانده‌ی تقسیم $ax^6 + bx^3 + 1$ بر $x^3 + 1$ برابر ۱ باشد، باقیمانده‌ی تقسیم $x^7 + ax + 2b$ بر $x + 2$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۴

گزینه ۴ صحیح است.

مثال ۱۷: در صورتی که باقیمانده‌ی تقسیم $ax^5 + bx^2 + 1$ بر $x + 1$ برابر ۱ باشد، باقیمانده‌ی تقسیم $x^7 + ax + 3b$ بر $x + 3$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۹ (۳) ۳ (۴) ۹

گزینه ۴ صحیح است.

$x^5 + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$ ، در نتیجه اگر به جای هر x ، -1 بگذاریم، باقیمانده بدست می‌آید:

$$a(-1)^5 + b(-1)^2 + 1 = 1 \Rightarrow -a + b = 0 \Rightarrow b = a$$

$$f(-3) = 9 - 3a + 3b = 9$$

مثال ۱۸: باقیمانده‌ی تقسیم $x^{46} + x^{10} + 4$ بر $x^3 - x$ کدام است؟

- (۱) $2x^2 + 4$ (۲) $2x + 4$ (۳) ۴ (۴) صفر

گزینه ۱ صحیح است.

مثال ۱۹: باقیمانده‌ی تقسیم x^7 بر $x^2 + x + 1$ را بیابید.

ابتدا مقسوم و مقسوم‌علیه را در $x - 1$ ضرب می‌کنیم سپس اگر باقیمانده‌ی به‌دست آمده را بر $x - 1$ تقسیم کنیم، جواب حاصل می‌شود.

$$(x^2 + x + 1)(x - 1) = x^3 - 1 \qquad x^7(x - 1) = x^8 - x^7$$

$$R(x^3 = 1) = (x^3)^2 x^2 - (x^2)^2 x = x^2 - x \Rightarrow \frac{x^2 - x}{x - 1} = \frac{x(x - 1)}{x - 1} = x$$

مثال ۲۰: فرض کنید $f(x)$ و $g(x)$ چند جمله‌ای باشند و $g(1) = -5$ و $f(x + 6) = g(x - 1) + 5$ چند جمله‌ای $f(x)$ بر کدام عبارت

زیر بخش پذیر است؟

- (۱) $x - 8$ (۲) $x - 7$ (۳) $x - 2$ (۴) $x - 5$

گزینه ۱ صحیح است.

مثال ۲۱: اگر $f(x) = 2 \cos^2 x - K \cos x$ باشد به ازای چه مقدار K ، تابع $f(x) = 2 \cos^2 x - K \cos x$ بر $x-1$ بخش پذیر است؟

$$x-1=0 \xrightarrow{x=1} R = f(1+1-2) = 0 \Rightarrow f(0) = 0$$

$$f(x) = 2 \cos^2 x - K \cos x \Rightarrow f(0) = 2 - K = 0 \Rightarrow K = 2$$

مثال ۲۲: اگر باقیمانده تقسیم چند جمله‌ای $P(x)$ بر x مساوی یک و بر $x+1$ مساوی ۲ باشد. باقیمانده‌ی تقسیم $P(x)$ بر x^2+x چقدر است؟

مثال ۲۳: چند جمله‌ای $f(x) = x^3 + mx + n$ بر $x+2$ بخش پذیر و باقی مانده‌ی تقسیم آن بر $x-1$ برابر ۳ است. باقی مانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر $x-3$ کدام است؟

۳۵ (۴)
۲۵ (۳)
۱۷ (۲)
۱۲ (۱)

$f(x) \Rightarrow f(-2) = 0 \Rightarrow -8 - 2m + n = 0$

$f(x)$ بر $x-1$ برابر ۳ است $\Rightarrow f(1) = 3 \Rightarrow 1 + m + n = 3 \Rightarrow \begin{cases} m = -2 \\ n = 4 \end{cases}$

پس چند جمله‌ای مورد نظر $f(x) = x^3 - 2x + 4$ است باقی مانده‌ی $f(x)$ بر $x-3$ برابر با $f(3)$ است و داریم:

$f(3) = 27 - 6 + 4 = 25$

مثال ۲۴: اگر $f(x) + xf(-x) = x^2 + 1$ باشد آنگاه باقیمانده تقسیم $f(x)$ بر $x-2$ کدام است؟

۴ (۴)
۳ (۳)
-۲ (۲)
-۱ (۱)

گزینه ۱ صحیح است.

باید $f(2)$ را بیابیم:

$x=2 \Rightarrow f(2) + 2f(-2) = 5$

$x=-2 \Rightarrow f(-2) - 2f(2) = 5$

$\Rightarrow \begin{cases} f(2) + 2f(-2) = 5 \\ -2f(-2) + 4f(2) = -1 \end{cases} \xrightarrow{+} 5f(2) = -5 \Rightarrow f(2) = -1$

مثال ۲۵: اگر $f(-x) + 2f(x) = x^3$ باشد، باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x-1$ کدام است؟

۲ (۴)
۱ (۳)
-۱ (۲)
-۲ (۱)

گزینه ۳ صحیح است.

مثال ۲۶: اگر باقی مانده‌ی تقسیم چند جمله‌ای $f(x)$ بر $x+1$ و $x-1$ به ترتیب برابر ۱ و ۲ باشد. آن گاه باقی مانده‌ی تقسیم

$f^3(x) + f(x^3)$ بر x^2-1 کدام است؟

۳x+7 (۴)
۴x+6 (۳)
۵x+5 (۲)
۲x+8 (۱)

گزینه ۳ صحیح است.

بنابه فرض $f(-1) = 1$ و $f(1) = 2$ ، بنابراین برای $g(x) = f^3(x) + f(x^3)$ داریم:

$$g(x) = (x^2 - 1)Q(x) + mx + n \Rightarrow \begin{cases} g(1) = m + n \\ g(-1) = -m + n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^3 + 2 = m + n \\ 1^3 + 1 = -m + n \end{cases} \Rightarrow n = 6, m = 4 \Rightarrow R(x) = mx + n = 4x + 6$$

مثال ۲۷: چندجمله‌ای $f(x)$ را یک بار به $x+1$ و بار دیگر بر $x-1$ تقسیم کرده‌ایم. باقیمانده‌ها به ترتیب ۱ و ۳ شده‌اند

باقیمانده تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - 1$ کدام است؟

- (۱) $x + 3$ (۲) $x + 2$ (۳) $2x + 2$ (۴) $2x + 3$

$$f(x) = (x^2 - 1)Q(x) + ax + b$$

$$\left. \begin{aligned} x = 1 \Rightarrow f(1) &= (1-1)Q(1) + a + b \Rightarrow a + b = 3 \\ x = -1 \Rightarrow f(-1) &= (1-1)Q(-1) + a(-1) + b \Rightarrow -a + b = 1 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow 2b = 4 \Rightarrow b = 2, a = 1 \Rightarrow R(x) = x + 2 \text{ باقیمانده}$$

مثال ۲۸: اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - x - 6$ برابر با $3x - 1$ باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم $f(x + 4) + f(x - 1)$ بر

$x + 1$ را بیابید.

$$x^2 - x - 6 = (x + 2)(x - 3)$$

$$f(x) = (x^2 - x - 6)Q(x) + (3x - 1) \Rightarrow f(3) = 8 \text{ و } f(-2) = -7$$

$$R = g(-1) = f(3) + f(-2) = 8 - 7 = 1 \text{ اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم } g(x) = f(x + 4) + f(x - 1) \text{ بر } x + 1 \text{ برابر با } R \text{ باشد:}$$

مثال ۲۹: اگر $f(x)$ تابعی چند جمله‌ای و زوج و بر $x - 2$ بخش‌پذیر باشد، باقی‌مانده تقسیم $p(x) = x^2 + f(x)$ بر $x + 2$ کدام

است؟

- (۱) ۴ (۲) صفر (۳) -۲ (۴) -۴

گزینه ۱ صحیح است.

مثال ۳۰: اگر $f(x)$ بر $x + 2$ و $g(x)$ بر $2x$ بخش‌پذیر باشند، در این صورت کدام عبارت بر $x + 2$ بخش‌پذیر است؟

$$D_g = \mathbb{R}$$

- (۱) $g \circ f$ (۲) $f \circ g$ (۳) $f + g$ (۴) $f - g$

گزینه ۱ صحیح است.

مثال ۳۱: با توجه به ماشین $x^2 + ax + b \rightarrow [f] \rightarrow [g] \rightarrow 2x$ اگر تابع fog بر $x^2 - 4$ بخش پذیر باشد، b کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۰ (۴) ۱

$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$ و بنابه فرض داریم:

$(fog)(2x) = x^2 + ax + b$ چون $(fog)(x) = x^2 - 4$ بخش پذیر است پس $fog(2) = 0$ و $fog(-2) = 0$ با قرار دادن $x = 1$ و $x = -1$ در رابطه

$$(fog)(2x) = x^2 + ax + b$$

داریم:

$$\begin{cases} x=1 \Rightarrow fog(2) = 1+a+b \\ x=-1 \Rightarrow fog(-2) = 1-a+b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1+a+b=0 \\ 1-a+b=0 \end{cases} \Rightarrow a=0, b=-1$$

مثال ۳۲: در تقسیم $P(x) = x^3 + 3x^2 - 4x + 1$ بر $x+1$ ، مجموع ضرایب خارج قسمت تقسیم کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۱

گزینه ۳ صحیح است.

مثال ۳۳: عبارت $P(x) = \frac{1}{4}x^3 - kx^2 + kx + k - 3$ به ازای دو مقدار k بر عبارت $x - 2k$ بخش پذیر است. اگر k_1 و k_2 این دو

مقدار باشند، آن گاه حاصل $A = \frac{k_1^2}{k_2} + \frac{k_2^2}{k_1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{19}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{19}{12}$ (۴) $\frac{35}{12}$

$$x - 2k = 0 \Rightarrow x = 2k$$

$$R = P(2k) = 4k^3 - 4k^3 + 2k^2 + k - 3 = 0 \Rightarrow 2k^2 + k - 3 = 0$$

$$A = \frac{k_1^2 + k_2^2}{k_1 k_2} = \frac{S^2 - 2PS}{P} = \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 2\left(-\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{3}{2}} = \frac{-\frac{1}{4} - \frac{3}{2}}{-\frac{3}{2}} = \frac{-1 - 18}{-12} = \frac{19}{12}$$

می توانید معادله $2k^2 + k - 3 = 0$ را نیز حل کنید که ریشه ها $k_1 = 1$ و $k_2 = -\frac{3}{2}$ است. سپس در رابطه جای گذاری کنید.

$$\frac{1}{-\frac{3}{2}} + \frac{\frac{9}{4}}{1} = -\frac{2}{3} + \frac{9}{4} = \frac{-8 + 27}{12} = \frac{19}{12}$$

بخش پذیری $x^n \pm a^n$ بر $x \pm a$:

الف) عبارت $x^n - a^n$ همواره بر $x - a$ بخش پذیر است. زیرا اگر R باقی مانده‌ی تقسیم $x^n - a^n$ بر $x - a$ باشد داریم:

$$x - a = 0 \Rightarrow x = a \Rightarrow R = a^n - a^n = 0$$

همان طور که ملاحظه می‌کنید بدون بستگی به مقدارهای a و n ، باقی مانده صفر می‌شود.

ب) عبارت $x^n - a^n$ در صورتی که n زوج باشد بر $x + a$ بخش پذیر است. زیرا:

$$x + a = 0 \Rightarrow x = -a \Rightarrow R = (-a)^n - a^n$$

همان طور که می‌بینید عبارت $R = (-a)^n - a^n$ به شرطی صفر می‌شود که n زوج باشد.

ج) عبارت $x^n + a^n$ در صورتی که n فرد باشد بر $x + a$ بخش پذیر است زیرا:

$$x + a = 0 \Rightarrow x = -a \Rightarrow R = (-a)^n + a^n$$

بدیهی است که R وقتی صفر می‌شود که n فرد باشد.

د) عبارت $x^n + a^n$ هیچ‌گاه بر $x - a$ بخش پذیر نیست. زیرا:

$$x - a = 0 \Rightarrow x = a \Rightarrow R = a^n + a^n = 2a^n \neq 0$$

همان طور که می‌بینید در این حالت باقی مانده هیچ‌گاه صفر نمی‌شود.

مثال ۳۴: ثابت کنید $x^{24} - 1$ بر $x^2 + 1$ بخش پذیر است.

عبارت $x^{24} - 1$ را به صورت زیر می‌نویسیم.

$$x^{24} - 1 = (x^2)^{12} - (1)^{12}$$

طبق مطالب گفته شده عبارت $x^n - a^n$ (با شرط $n = 12$ زوج) بر $x + a$ بخش پذیر است. پس $(x^2)^{12} - 1^{12}$ بر $x^2 + 1$ بخش پذیر است.

مثال ۳۵: ثابت کنید $8^{14} + 1$ بر 65 بخش پذیر است.

به طور خلاصه می‌توان گفت:

- ۱- عبارت $a^m + b^m$ وقتی بر عبارت $a^p + b^p$ بخش پذیر است که m مضرب فردی از p باشد.
- ۲- عبارت $a^m - b^m$ وقتی بر عبارت $a^p - b^p$ بخش پذیر است که m مضرب صحیحی از p باشد.
- ۳- عبارت $a^m - b^m$ وقتی بر عبارت $a^p + b^p$ بخش پذیر است که m مضرب زوجی از p باشد.
- ۴- عبارت $a^m + b^m$ هیچ‌گاه بر عبارت $a^p - b^p$ بخش پذیر نیست.

مثال ۳۶: عبارت $x^4 - x$ بر کدام عبارت بخش پذیر است؟

$$x^2 + x + 1 \quad (۴)$$

$$x^2 + x - 1 \quad (۳)$$

$$x^2 - x + 1 \quad (۲)$$

$$x^2 - x - 1 \quad (۱)$$

$$x^4 - x = x(x^3 - 1) = x(x - 1)(x^2 + x + 1)$$

مثال ۳۷: چند جمله‌ای $x^4 + x^3 + x - 1$ بر کدام عبارت بخش پذیر است؟

(۴) $x^2 - 1$

(۳) $x^2 + x + 1$

(۲) $x^2 + x - 1$

(۱) $x^2 + x$

مثال ۳۸: خارج قسمت تقسیم $p(x) = x^6 - 64$ بر $x + 2$ به ازای $x = 2$ چقدر است؟

(۴) صفر

(۳) ۱۶

(۲) ۳۲

(۱) -۶۴

$x^6 - 2^6$ بر $x + 2$ بخش پذیر است. پس $p(x) = (x + 2)q(x)$ اما می‌دانیم $p(x) = x^6 - 2^6$ بر $x - 2$ بخش پذیر می‌باشد بنابراین $q(x)$ باید بر $x - 2$ بخش پذیر باشد یعنی $q(2) = 0$