② $BW|_{ASK} = 3r_b$ [%95] → ? $2r_b$ یا بگیرم $3r_b$

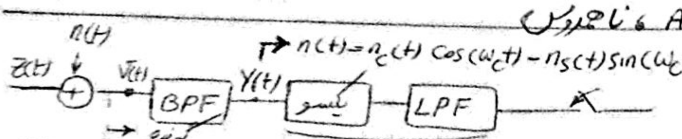
if: $g(t) = \begin{cases} \frac{1+\cos(2\pi r_b t - \pi)}{2} & 0 \le t < T_b \\ 0 & \end{cases} \Rightarrow BW = 2r_b$

$$\gamma^2_{max} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|P(f)|^2}{G_n(f)} df = \frac{2}{\eta}\int_0^{T_b} P(t)^2 dt = \frac{2}{\eta}\int_0^{T_b} A^2\cos^2(\omega_c t) = \frac{A^2 T_b}{\eta}$$

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{A^2T_b}{4\eta}}\right) \rightarrow S_{av},\ S_{av}T_b = E_{av},\quad S_{av} = \frac12 \frac{A^2}{2} + \frac12 \times 0 = \frac{A^2}{4}$$

⊛ توان نویز $= 2\times \eta/2 \times BW$

ASK ناهمدوس



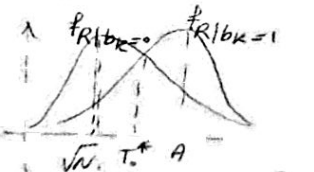
$n(t) = n_c(t)\cos(\omega_c t) - n_s(t)\sin(\omega_c t)$

$$Y(t) = A_k\cos(\omega_c t) + n_c(t)\cos(\omega_c t) - n_s(t)\sin(\omega_c t)$$
$$= R(t)\cos(\omega_c t + \theta)$$
$$R(t) = \sqrt{[A_k+n_c]^2 + n_s^2}\ ,\quad A_k = 0 \text{ یا } A$$

$$I_0\left(\frac{Ar}{N_0}\right) \simeq \sqrt{\frac{N_0}{2\pi A r}}\, e^{\frac{Ar}{N_0}}$$

$$\begin{cases} f_{R|b_k=0}(r) = \frac{r}{N_0} e^{\frac{-r^2}{2N_0}} \\ f_{R|b_k=1}(r) = \frac{r}{N_0} I_0\left(\frac{Ar}{N_0}\right) e^{-\frac{(r^2+A^2)}{2N_0}} \xrightarrow{A^2\gg N_0} \simeq \sqrt{\frac{r}{2\pi A N_0}}\, e^{-\frac{(r-A)^2}{2N_0}} \end{cases}$$

⊛ $N_0 = 2\times\frac{\eta}{2}\times \overset{2r_b}{BW} = \frac{2\eta}{T_b}$



$$T_0^* = ? \Rightarrow f_{R|b_k=0}(T_0^*) = f_{R|b_k=1}(T^*)$$

$$\Rightarrow T_0^* = \frac{A}{2}\sqrt{1+\frac{8N_0}{A^2}} \simeq \frac{A}{2}$$

$$\boxed{P_e = \frac12 P_{e|b_k=0} + \frac12 P_{e|b_k=1}}$$

$$\begin{cases} P_{e|b_k=0} = \int_{A/2}^{\infty} f_{R|b_k=0} = e^{\frac{-A^2}{8N_0}} \\ P_{e|b_k=1} = \int_0^{A/2} \frac{\sqrt r}{\sqrt{2\pi N_0 A}}\, e^{\frac{-(r-A)^2}{2N_0}} = Q\left(\frac{A}{2\sqrt{N_0}}\right) \end{cases}$$

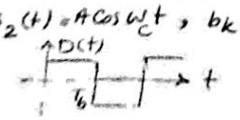
$$Q(x) \simeq \frac{e^{\frac{-x^2}{2}}}{x\sqrt{2\pi}} \Rightarrow P_{e|b_k=1} = \sqrt{\frac{4N_0}{2\pi A^2}}\, e^{-A^2/8N_0}$$

⊛ $\Rightarrow P_e = \frac12\left[1+\sqrt{\frac{4N_0}{2\pi A^2}}\right]e^{-A^2/8N_0} \simeq \frac12 e^{\frac{-A^2}{8N_0}}$

PSK

$s_1(t) = -A\cos\omega_c t,\ b_k=1 \qquad s_2(t) = A\cos\omega_c t,\ b_k = 0$

$Z(t) = D(t)\, A\cos(\omega_c t)$



$$G_Z(f) = \frac{A^2}{4}\left[G_D(f-f_c)+G_D(f+f_c)\right],\quad G_D(f) = \frac{\sin^2\pi f T_b}{\pi^2 f^2 T_b}$$

$$P(t) = s_2(t)-s_1(t) = 2A\cos(\omega_c t)$$

$$\begin{cases} S_{01} = \int_{(k-1)T_b}^{kT_b} s_1(t)[s_2(t)-s_1(t)] = -A^2T_b \\ S_{02} = \int_{(k-1)T_b}^{kT_b} s_2(t)[\ ''\ ] = A^2T_b \end{cases} \Rightarrow T_0^* = 0$$

$$\gamma^2_{max} = \frac{2}{\eta}\int_0^{T_b}|P(t)|^2dt = \frac{4A^2T_b}{\eta},\quad S_{av} = \frac12\times\frac{A^2}{2}+\frac12\frac{A^2}{2} = \frac{A^2}{2}$$

$$E_{av} = \frac{A^2T_b}{2},\quad P_e = Q\left(\sqrt{\frac{A^2T_b}{\eta}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2S_{av}T_b}{\eta}}\right)$$

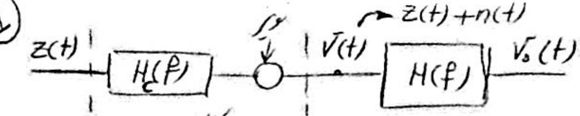
DBPSK

$\overline{XOR}$ ، $1 \xrightarrow{\text{فاز ارسال}} 0$ ، $0 \xrightarrow[\text{ارسال}]{\text{فاز}} \pi$ ، هم‌فاز با قبلی $\rightarrow +$ ، $+ \rightarrow 1$

$$P_e = \frac12 e^{\frac{-A^2T_b}{2\eta}}$$

$$\sigma_n^2 = \eta/2\, E_s,\quad E_s = \int_0^{T_b} s_{1,2}^2(t)\, dt = S_{02}$$

①



$$z(t) = \begin{cases} s_1(t-(k-1)T_b), & b_k=0 \\ s_2(t-(k-1)T_b), & b_k = 1\end{cases} \quad (k-1)T_b \le t < kT_b$$

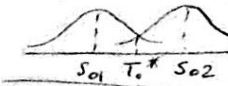
گیرنده بهینه:

$$V_0(kT_b) = S_0(kT_b) + n_0(kT_b)$$

$$S_0(kT_b) = \int_{-\infty}^{kT_b} z(\tau)h(kT_b-\tau)d\tau = \int_{(k-1)T_b}^{kT_b} z(\tau)h(kT_b-\tau)d\tau + ISI$$

⊛ $= \begin{cases}\int_0^{T_b} s_1(\tau)h(T_b-\tau)d\tau = S_{01}, & b_k=0\\ \int_0^{T_b}s_2(\tau)h(T_b-\tau)d\tau = S_{02}, & b_k=1\end{cases}$

$$T_0^* = \frac{S_{01}+S_{02}}{2}$$



$$f_{V_0|b_k=0} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\, e^{\frac{-(V_0-S_{01})^2}{2\sigma^2}}$$

چگالی احتمال V_0 به شرط ارسال صفر

$b_k=1 \Rightarrow S_{01}\to S_{02}$

⊛ $\sigma^2 = E\{|n_0(t)|^2\} = \int_{-\infty}^{+\infty} G_n(f)|H(f)|^2 df$

$$P_e = P_{e|b_k=1}\cdot P_{b_k=1} + P_{e|b_k=0}\cdot P_{b_k=0} = Q\left(\frac{S_{02}-S_{01}}{2\sigma}\right)$$

$$\frac{S_{02}-S_{01}}{\sigma} = \gamma,\quad P_{e,min} = Q\left(\frac{\gamma_{max}}{2}\right) \qquad s_2(\tau)-s_1(\tau)$$

⊛ $S_{02}-S_{01} = \int_0^{T_b} P(\tau)h(T_b-\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \ ''\ = P(t)*h(t)$

$$\Rightarrow S_{02}-S_{01} = \int_{-\infty}^{+\infty} P(f)H(f)e^{j2\pi f T_b}df$$

$$\gamma^2 = \frac{\left[\int_{-\infty}^{+\infty} P(f)H(f)e^{j2\pi fT_b}df\right]^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} |H(f)|^2 G_n(f)df} \le \int_{-\infty}^{+\infty} \left|\frac{P(f)}{\sqrt{G_n(f)}}\right|^2 df$$

⊛ $\Rightarrow H(f) = \frac{KP^*(f)e^{-j2\pi fT_b}}{G_n(f)},\quad \gamma^2_{max} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|P(f)|^2}{G_n(f)}df$

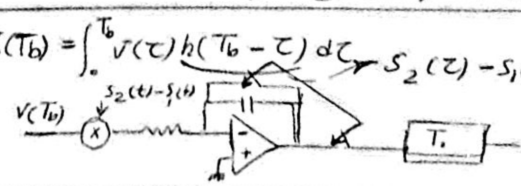
$H(f) = P^*(f)e^{-j2\pi f T_b}$

گیرنده فیلتر منطبق:

$$\Rightarrow h(t) = P(T_b-t) = s_2(T_b-t) - s_1(T_b-t)$$

گیرنده همبستگی:

$$V_0(T_b) = \int_0^{T_b} v(\tau)\underline{h(T_b-\tau)}\,d\tau \rightarrow s_2(\tau)-s_1(\tau)$$

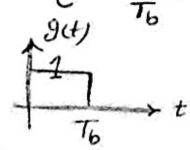


ASK

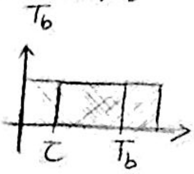
$$\overset{b_k=1}{s_2(t) = A\cos(\omega_c t)},\quad \overset{b_k=0}{s_1(t) = 0},\quad \omega_c = \frac{2n\pi}{T_b}$$

$$Z(t) = A\cos(\omega_c t)\times D(t)$$

$$D(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} b_k\, g(t-(k-1)T_b)$$



$$G_Z(f) = \frac{A^2}{4}\left[G_D(f-f_c)+G_D(f+f_c)\right]$$

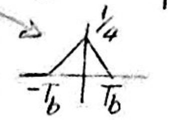


$$R_{DD}(\tau) = E\left\{\frac{1}{T_b}\int_0^{T_b} D(t)D(t-\tau)dt\right\}$$

$$= E\left\{\frac{1}{T_b}\int_0^\tau b_k b_{k-1}dt + \frac{1}{T_b}\int_\tau^{T_b} b_k^2 dt\right\}$$

$$= \frac{1}{T_b}\int_0^\tau E\{b_kb_{k-1}\} + \frac{1}{T_b}\int_\tau^{T_b} E\{b_k^2\} = \frac{1}{T_b}\left\{\frac14\tau + \frac12(T_b-\tau)\right\}$$

$$\Rightarrow R_{DD}(\tau) = \begin{cases}\frac14 + \frac{T_b-|\tau|}{4T_b} & |\tau|\le T_b \\ \frac14 & |\tau|>T_b\end{cases}$$



$$\Rightarrow G_D(f) = \frac14\delta(f) + \frac14\,\frac{\sin^2\pi f T_b}{\pi^2 f^2 T_b}$$

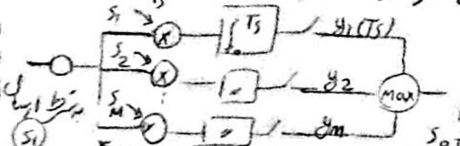
④ $\frac{(S_{av})_{M\text{-}ary}}{(S_{av})_{Binary}}=\frac{1}{\lambda\sin^2\frac{\pi}{M}}\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2$ $\begin{cases}z_1=\sqrt{\frac{A^2T_s}{\eta}\sin^2\frac{\pi}{M}}\\ z_2=\sqrt{\frac{A^2T_b}{\eta}}\end{cases}$, $\lambda=\log_2^M$

برای احتمال خطای برابر: $T_s=\lambda T_b$

M_ary wideband FSK

$s_i(t)=\begin{cases}A\cos(\omega_it)\\ 0\end{cases}$, $\int_0^{T_s}A\cos(\omega_it)A\cos(\omega_jt)dt=\begin{cases}\frac{A^2T_s}{2} & i=j\\ 0 & i\neq j\end{cases}$

$|\omega_i-\omega_j|=\frac{k\pi}{T_s}\Rightarrow\omega_m=\omega_1+m\pi r_s$, $BW\simeq\frac{Mr_s}{2}$



$\begin{cases}\frac{A^2T_s}{2} & j=1\\ 0 & j\neq1\end{cases}$

$y_j(T_s)=\int_0^{T_s}s_j(t)[s_1(t)+n(t)]=\underbrace{\int_0^{T_s}s_j(t)s_1(t)}_{s_{oj}(T_s)}+\underbrace{\int_0^{T_s}s_j(t)n(t)}_{n_j(T_s)}$

$N_0=A^2T_s\eta/2\to A^2T_s\eta/4$

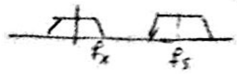
نمونه برداری

$x_s(t)=x(t)\cdot s(t)$

$s(t)=C_0+\sum_{n=1}^{\infty}2C_n\cos(\omega_ct)\Rightarrow\begin{cases}C_n=\frac{1}{T_s}\int s(t)\cos(\omega_ct)=\tau f_s\,\mathrm{sinc}(n\tau f_s)\\ C_0=\frac{1}{T_s}\int_0^{T_s}s(t)dt=\tau/T_s\end{cases}$

$\Rightarrow x_s(t)=x(t)[C_0+2C_1\cos(\omega_st)+2C_2\cos(2\omega_st)+\cdots$

$\Rightarrow x_s(f)=C_0x(f)+\sum_{n=-\infty}^{+\infty}C_nx(f-nf_s)$ $n\neq0$



$\Rightarrow f_s-f_x>f_x\Rightarrow f_s>2f_x$

قطار ضربه $s(t)\Rightarrow C_n=\frac{1}{T_s}$, $x_s(f)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}f_s\,x(f-nf_s)$

$x_s(f)\to\boxed{H_R(f)}\to x(t)$ پهنای باند فیلتر: $f_x\leq B<f_s-f_x$

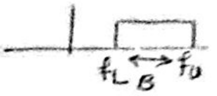
$h_R(t)=2BT_s\,\mathrm{sinc}(2Bf_st)$

$\Rightarrow x(t)=2B\,\mathrm{sinc}(2Bf_st)*x(t)\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(t-kT_s)$

$\circledast$ $x(t)\delta(t-t_0)=x(t_0)\delta(t-t_0)$

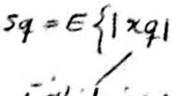
$\Rightarrow x(t)=2BT_s\,\mathrm{sinc}(2Bf_s)*\sum x(kT_s)\delta(t-kT_s)$

$=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x(kT_s)\,2BT_s\,\mathrm{sinc}(2Bf_s(t-kT_s))$



$\Rightarrow\begin{cases}f_s=\frac{2f_u}{m}\\ m=m_{max}\leq\frac{2f_u}{B}\end{cases}$

کوانتیزاسیون



$\Delta=\frac{b-a}{Q}$ → تعداد سطوح

$x_i=a+i\Delta$, $m_i=a+i\Delta-\frac{\Delta}{2}$, $i=1,2,\dots,Q$

$N_q=E\{|x-x_q|^2\}=\int_a^b(x-x_q)^2f_x(x)dx$

$=\sum_{i=1}^{Q}\int_{x_{i-1}}^{x_i}(x-x_q)^2f_x\,dx=\sum_{i=1}^{Q}\int_{x_{i-1}}^{x_i}(x-m_i)^2f_x(x)dx$

$\circledast$ $\left(\frac{S}{N}\right)_{dB}=10\log\frac{S}{N}$

$S_q=E\{|x_q|^2\}=\sum_{i=1}^{Q}m_i^2\int_{x_{i-1}}^{x_i}f_x(x)dx$

غیریکنواخت: $N_q=\sum_{i=1}^{Q}\int_{x_{i-1}}^{x_i}(x-m_i)^2f_x(x)dx\to$ باید min شود min

$\begin{cases}\frac{\partial N_q}{\partial x_j}=0\Rightarrow(x_j-m_j)^2f_x(x_j)-(x_j-m_{j+1})^2f_x(x_j)=0\Rightarrow\\ \frac{\partial N_q}{\partial m_j}=0\Rightarrow-2\int_{x_{j-1}}^{x_j}(x-m_j)f_x(x)=0\end{cases}$ $x_j=\frac{m_j+m_{j+1}}{2}$

نمونه برداری و ارسال ADC

$ADC\to n^{bit}\Rightarrow Q=2^n$, $T_s=nT_b$

PCM: $r_s=\frac{f_s\log_2^Q}{\log_2^M}=f_s\underbrace{\log_M^Q}_{\gamma}\geq2f_x\log_M^Q$ نرخ خروجی A/D (bit/sec)

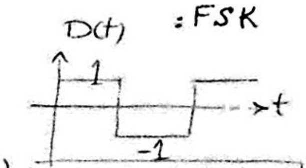
$B_{PCM}\geq f_x\cdot\gamma$

---

③ : FSK

$s_1(t)=A\cos(\omega_ct-\omega_dt)$, $b_k=0$

$s_2(t)=A\cos(\omega_ct+\omega_dt)$, $b_k=1$



$Z(t)=A\cos\left(\omega_ct+\int_{-\infty}^{t}D(t')dt'+\theta\right)$ CPFSK → با فاز پیوسته

$P(t)=s_2(t)-s_1(t)=A\cos(\omega_ct-\omega_dt)-A\cos(\omega_ct+\omega_dt)$

$\gamma^2_{max}=\frac{2}{\eta}\int_0^{T_b}|P(t)|^2dt=\frac{2A^2T_b}{\eta}\Big[(1-\frac{\sin2\omega_dT_b}{2\omega_dT_b}+\frac12\times\frac{\sin2(\omega_c+\omega_d)T_b}{2(\omega_c+\omega_d)T_b}+\frac12\frac{\sin2(\omega_c-\omega_d)T_b}{2(\omega_c-\omega_d)T_b}-\frac{\sin2\omega_cT_b}{2\omega_cT_b}\Big]$

① $\omega_cT_b\gg1$ ② $\omega_c\gg\omega_d$ ③ $2\omega_dT_b=\frac{3\pi}{2}\to$ بهینه.

①② $\Rightarrow\gamma^2_{max}\simeq\frac{2A^2T_b}{\eta}\left(1-\frac{\sin2\omega_dT_b}{2\omega_dT_b}\right)$ $=-1$ شرط max γ $\Rightarrow$ ③ ✓

$\circledast\Rightarrow\gamma^2_{max}=2.42\frac{A^2T_b}{\eta}$ $N=2\times\eta/2\times BW$

$P_e=Q\left(\sqrt{\frac{0.61A^2T_b}{\eta}}\right)$, $S_{av}=\frac{A^2}{2}$, $E_{av}=\frac{A^2T_b}{2}$

FSK با استفاده از 2 تا ASK ← : (FSK ناهمدوس)

$Z_{FSK}(t)=Z_{ASK@\omega_c+\omega_d}(t)+Z_{ASK@\omega_c-\omega_d}(t)$

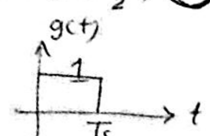
$P_e=\frac12e^{\frac{-A^2}{4N_0}}$, $N_0=\frac{2\eta}{T_b}\Rightarrow\boxed{P_e=\frac12e^{\frac{-A^2T_b}{8\eta}}}$, $S_{av}=\frac{A^2}{2}$

: M ary – PSK

$\phi_k=\frac{2\pi}{M}k\Rightarrow s_k(t)=A\cos(\omega_ct+k\frac{2\pi}{M})$, $k=0,\dots,M-1$

QPSK $\begin{cases}s_1=A\cos\omega_ct\ (00) & s_2=A\cos(\omega_ct+\pi/2)\ (01)\\ s_3=A\cos(\omega_ct+\pi)\ (11) & s_4=A\cos(\omega_ct+\frac{3\pi}{2})\ (10)\end{cases}$

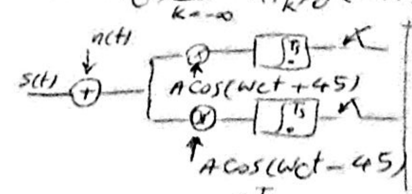
$Z(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}Ag(t-kT_s)\cos(\omega_ct+\phi_k)$



$=A\cos(\omega_ct)\sum_{k=-\infty}^{+\infty}g(t-kT_s)\cos\phi_k$

$-A\sin(\omega_ct)\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\sin(\phi_k)g(t-kT_s)$

$\circledast$ در هر بازه $\log_2^M$ بیت ارسال می‌شه



احتمال درستی — چون مستقلند

$1-P_e=(1-P_{ec1})(1-P_{ec2})$

$\simeq1-2P_{ec1}\Rightarrow P_e=2P_{ec1}$

$\Rightarrow P_e=2Q\left(\sqrt{\frac{A^2T_s}{2\eta}}\right)$

ارسال $s_2\Rightarrow\begin{cases}s_{01}=\int_0^{T_s}A\cos(\omega_ct+\pi/2)A\cos(\omega_ct+\pi/4)=l_0\\ s_{02}=\int_0^{T_s}A\cos(\omega_ct+\pi/2)A\cos(\omega_ct-\pi/4)=-l_0\end{cases}$

l_0: $\frac{A^2}{2}T_s\cos\frac{\pi}{4}$

$n_{01}(kT_s)=\int_0^{T_s}n(t)A\cos(\omega_ct+\pi/4)dt$ → n_{02}: $+\pi/4\to-\pi/4$

$\omega_c=2k\pi f_s$ برای M تایی $P_e=2Q\left(\sqrt{\frac{A^2T_s}{\eta}\sin^2\frac{\pi}{M}}\right)$

$N_0=E\{|n_0(t)|^2\}=E\Big\{\int_0^{T_s}\int_0^{T_s}n(t)n(t')A\cos(\omega_ct+\pi/4)$

$A\cos(\omega_ct'+\pi/4)dt'dt=\iint\underbrace{E\{n(t)n(t')\}}_{\eta/2\,\delta(t-t')}A^2\cos(\omega_ct+\pi/4)$

$\cos(\omega_ct'+\pi/4)dt'dt=\boxed{\eta/4\,A^2T_s=N_0}$

خطا به شرط ارسال s_1

$P_{ec1}=P(n_{01}(kT_s)<-l_0)=P(n_{01}(kT_s)>l_0)=Q\left(\frac{l_0}{\sqrt{N_0}}\right)=Q\left(\sqrt{\frac{A^2T_s}{2\eta}}\right)$

$P_{ec2}=$ //

1/

$I(A) = -\log_{\alpha} P_A$

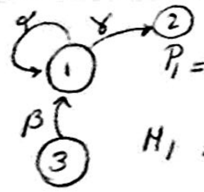
$P(AB) = P(A)\cdot P(B) \Longrightarrow I(AB) = I(A) + I(B)$

$H = \lim_{N\to\infty} \frac{I_{total}}{N}$ bit/symbol

منبع بدون حافظه: $H = -\sum_{i=1}^{k} P_i \log P_i$

سرعت تولید اطلاعات منبع $R\,(bit/sec) = \overset{\text{سرعت منبع}}{r_s}\left(\frac{symbol}{sec}\right) \times H\,(bit/symbol)$

منبع با حافظه:



$P_1 = \alpha P_1 + \beta P_3$

$H_1 = -\alpha \log \alpha - \gamma \log \gamma$

$\Rightarrow H = \sum_{j=1}^{M} P_j H_j$

$e = \frac{H}{\log M} \rightarrow H_{max}$

$\bar{n} = \sum_{i=1}^{M} P_i n_i$, بازده کد $= \frac{H}{\bar{n}}$

$P(x=i) = P_i^t$ $\quad P(y=j) = \sum_{i=1}^{M} P_i^t P_{ij} = P_j^r$

$P(y=j|x=i) = P_{ij}$

$P(x=i, y=j) = P(y=j, x=i) = P_{ij} \cdot P_i^t$

⊛ $P(a,b) = P(a|b)\cdot P(b)$

$P(x=i|y=j) = \frac{P(y=j|x=i)P(x=i)}{P(y=j)} = \frac{P_{ij}\cdot P_i^t}{\sum_{i=1}^{M} P_i^t P_{ij}}$

$H(x) = \sum_{i=1}^{M} P_i^t \log_2 1/P_i^t$

$H(y) = \sum_{j=1}^{M} P_j^r \log_2 1/P_j^r$

$H(x,y) = \sum_{j=1}^{M}\sum_{i=1}^{M} P(x=i, y=j) \log_2 \frac{1}{P(x=i, y=j)}$

$H(y|x) = \sum_{j=1}^{M}\sum_{i=1}^{M} P(x=i, y=j) \log_2 \frac{1}{P(y=j|x=i)}$

$H(x|y) = \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M} P(x=i, y=j) \log_2 \frac{1}{P(x=i|y=j)}$

2/

درحالت بدون خطا:

$H(x) = H(y) = H(x,y)$

$H(x|y) = H(y|x) = 0$

$H(x,y) = H(x) + H(y|x) = H(y) + H(x|y)$

$H(x\to y) = H(y\to x)$ → $H(y) - H(y|x)$

→ $H(x) - H(x|y)$

$f_x \triangleq x\log_2 1/x + (1-x)\log_2 \frac{1}{1-x}$

$C = Max\{r \times H(x \longrightarrow y)\}$

ظرفیت کانال پیوسته:

$H(x) = -\sum_{k=-\infty}^{+\infty} P(k\Delta x)\Delta x \log_2 P(k\Delta x)\Delta x$ $\quad \log_2 P(k\Delta x) + \log_2 \Delta x$

$\Rightarrow H(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x) \log_2 \frac{1}{P(x)} dx$

منبع گوسی $\Rightarrow H_{max}(x) = -\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) \log p(x) dx$

$= -\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}} \left(\ln \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} - \frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$

$= \frac{1}{2\sigma^2} \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}}}_{\sigma^2} - \ln\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\right) \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}} dx}_{1}$

$= \frac{1}{2} + \ln(\sqrt{2\pi}\,\sigma)$

ظرفیت کانال با نویز گوسی: $y(t) = x(t) + n(t)$

$C = \max(\overset{r}{2B} \times H(x \longrightarrow y))$

$H(x\to y) = H(y) - H(y|x) \rightarrow H(n)$

$\Rightarrow H_n = \log_2 \sqrt{2\pi\sigma_x^2} + \frac{1}{2}\log_2 e = \log_2 \sqrt{2\pi e \sigma_n^2}$

$\Rightarrow C = 2B(\log_2 \sqrt{2\pi e \sigma_y^2} - \log_2 \sqrt{2\pi e \sigma_n^2})$

$\sigma_n^2 = \eta B = N$, $\sigma_y^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 = S + N$

$\Rightarrow C = B \log \frac{\sigma_y^2}{\sigma_n^2} = B \log \frac{S+N}{N}$

$\Rightarrow C = B \log_2 (1 + \frac{S}{N})$ bit/sec

3/ PAM سیگنال: $z(t)$

$$z(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k P_g(t-kT)=\overbrace{\sum a_k\,\delta(t-kT)}^{g(t)} * P_g(t)$$

$$R_g(\tau)=\langle g(t)\,g(t-\tau)\rangle \xrightarrow{F} G_g(f) \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} R_g(\tau)e^{-j2\pi f\tau}d\tau$$

$$\Rightarrow G_z(f)=G_g(f)\times|P_g(f)|^2$$

$$R_g(\tau)=\frac{1}{T'}\int_{-\infty}^{+\infty} g(t)g(t-\tau)=\frac{1}{KT}\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\Big(\underbrace{\sum_{j=-\infty}^{+\infty} a_j a_{j+i}}_{KR_i}\Big)\delta(\tau-iT)$$

$$\Rightarrow R(\tau)=\frac{1}{T}\sum_{i=-\infty}^{+\infty} R_i\,\delta(\tau-iT)$$

$$E\{a_k a_{k+i}\}=R_i \qquad R_0=\{a_k^2\}$$

$$\Rightarrow G_g(f)=F\{R(\tau)\}=\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{T}R_i\times e^{-j2\pi f iT}$$

$$=\frac{1}{T}R_0+\frac{2}{T}\sum_{i=1}^{\infty}R_i\cos(2\pi f iT)$$

$$y(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} A_k P_r(t-kT)+n(t)$$

$$\Rightarrow y[m]=y(mT)=A_m\times \overbrace{P_r(0)}^{1}+\overbrace{\sum A_k P_r(mT-kT)}^{ISI}+n(mT)$$

ISI شرط نبودن
$$\begin{cases} P_r(kT)=\begin{cases}1 & k=0\\ 0 & k\neq 0\end{cases}\\ \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}P_r\left(f-\frac{k}{T}\right)=1\end{cases}$$

گوسی

$$\int_y^{+\infty} f(x)\,dx=Q\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right) \qquad Q(y)\approx\begin{cases}0.4\,\frac{e^{-y^2/2}}{y} & y>3\\ 0.2\left[\sqrt{y^2+4}-y\right] & y>\frac{1}{2}\end{cases}$$

$$P_{e,\,PAM,\,M\text{-}ary}=2\left(1-\frac{1}{M}\right)Q\left(\frac{ka}{\sigma}\right)$$

$$G_g(f)\Big|_{\text{سطوح سیگنال متقارن و هم احتمال}}=\frac{\overline{a_k^2}}{T}$$

$$\Rightarrow S_T=\int_{-\infty}^{+\infty}G_g(f)|P_g(f)|^2|H_T(f)|^2df$$

$$=\frac{M^2-1}{3T}a^2\int_{-\infty}^{+\infty}|P_g(f)\,H_T(f)|^2df$$

$$K=P_r(0)=\int_{-\infty}^{+\infty}P_r(f)e^{j2\pi f(0)}df$$

$$=\int_{-\infty}^{+\infty}P_g(f)H_T(f)\overbrace{\left(\frac{1}{L}\right)}^{H_C(f)}H_R(f)\,df$$

$$\sigma^2=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\eta}{2}|H_r(f)|^2df$$

$$\Rightarrow\left(\frac{ka}{\sigma}\right)^2_{max}\Rightarrow P_g(f)\cdot H_T(f)=K_0H_R^*(f)$$

4

$$P_{ek'}=\textcircled{2}\left(1-\frac{1}{M}\right)Q\left(\frac{ka}{k'\sigma}\right) \qquad 2\times m\left(1-\frac{1}{M}\right)Q\left(\frac{ka}{\sigma}\right)\to P_{em}\to$$ مقطع m

مقطع k′ — Regenerative

$$P_r(t)=\frac{\cos(2\pi\beta t)}{1-(4\beta t)^2}\cdot\frac{\sin(\pi r_b t)}{\pi r_b t} \qquad (*)\ \frac{S_T}{L^2}=S_R$$

$$P_r(f)=\begin{cases}T_b & |f|<\frac{r_b}{2}-\beta\\ T_b\cos^2\left(\frac{\pi}{4\beta}\left(|f|-\frac{r_b}{2}+\beta\right)\right) & \frac{r_b}{2}-\beta<|f|<\frac{r_b}{2}+\beta\\ 0 & \frac{r_b}{2}+\beta>|f|\end{cases}$$

$$P_{ek'}=2\left(1-\frac{1}{M}\right)Q\sqrt{\frac{6S_RT}{(k'^2-1)k'\eta}}$$

$$P_{em}=2m\left(1-\frac{1}{M}\right)Q\sqrt{\frac{6S_RT}{(m^2-1)\eta}}$$

$$\text{Bipolar}\to\begin{cases}0\to 0\\ 1\to +1\ -1\end{cases}$$

$$\text{manchester}\to\begin{cases}0\to +1\ -1\\ 1\to -1\ +1\end{cases}$$

HDB3 → 0000 → 100D یا 000D

$$P_g(f)\,H_T(f)\,H_C(f)\,H_R(f)=K\overbrace{P_r'(f)}^{P_r(f)}, \quad \int_{-\infty}^{+\infty}P_r(f)\,df=1=P_r(0)$$

$$S_T=\frac{a^2}{T}\int_{-\infty}^{+\infty}|P_g(f)|^2|H_T(f)|^2df \qquad K=\int_{-\infty}^{+\infty}P_r(f)\,df=P_r(0)$$

$$\sigma^2=\int_{-\infty}^{+\infty}G_n(f)|H_R(f)|^2df \Rightarrow \frac{K^2a^2}{\sigma^2}$$ ✓

$$\frac{K^2}{|P_g(f)|^2|H_T(f)|^2}=\frac{|H_C(f)|^2|H_R(f)|^2}{|P_r'(f)|^2}$$

$$U(f)=G_n^{1/2}(f)H_R(f) \qquad V(f)=\frac{P_r'^*(f)}{H_C^*(f)\,H_R^*(f)}$$

$$|H_R(f)|^2=\frac{k'|P_r'(f)|}{|H_C(f)|\,G_n^{1/2}(f)}$$

$$|H_T(f)|^2=\frac{k^2|P_r'(f)|\,G_n^{1/2}(f)}{k'|P_g(f)|\,|H_C(f)|}$$

(*)
$$\left(\frac{Ka}{\sigma}\right)^2=\frac{TS_T}{\left[\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{|P_r(f)|\,G_n^{1/2}(f)}{|H_C(f)|}df\right]^{1/2}}, \quad \int_{-\infty}^{+\infty}|P_r(f)|\,df=1$$

$$P_{eq}(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}C_nP_r(t-nT)$$

$$P_{eq}(0)\approx C_0P_r(0)=1+\varepsilon_0$$

$$P_{eq}(mT)\approx C_mP_r(0)=\varepsilon_m$$

بسمه تعالی

نیاز به پاسخنامه : دارد☑ ندارد ☐، ماشین حساب: مجاز☑ غیرمجاز ☐، جزوه: باز ☐ بسته☐، زمان پاسخگویی به سوالات: تشریحی: ۱۲۰ دقیقه- تستی : دقیقه- جمع : ۱۲۰ دقیقه

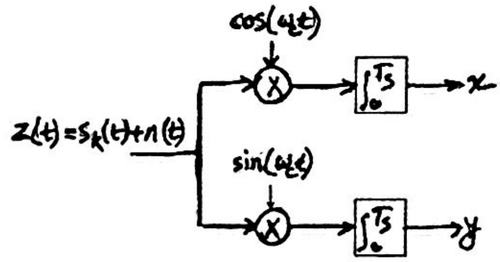
تحویل برگه سوالات در پایان امتحان: الزامی می باشد☐ الزامی نمی باشد☑ استفاده از برگ حاوی فرمول‌های مرتبط: مجاز☑ غیرمجاز☐

۱-در یک سیستم مخابرات دیجیتال از شکل موجهای زیر برای ارسال داده استفاده می‌شود.

$$s_k(t) = A_k \cos(\omega_c t + \theta_k)$$

دامنه A_k یکی از دو مقدار $+A, +3A$ و فاز θ_k یکی از ۴ مقدار $\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$ را می‌گیرد. در گیرنده از یک سیستم به صورت زیر برای آشکارسازی استفاده می‌شود.

$\log_2^M = 3bit$



$Q\left(\frac{d}{\sqrt{N_0}}\right)$

الف) در هر بازه ارسال چند بیت را می‌توان ارسال کرد؟

ب) مقادیر x و y را به ازای شکل موجهای مختلف ارسالی در عدم حضور نویز محاسبه کنید.

ج) با فرض وجود نویز گوسی چگونه می‌توان از روی x و y شکل موج ارسالی را تعیین کرد؟ در این حالت احتمال خطا چه قدر است؟

۲- در مدولاتور DBPSK با فاز اولیه $\theta = 0$ رشته بیت 0110010111 ارسال می‌شود.

الف) ساختار فرستنده و گیرنده را ترسیم کنید و مشخص کنید چه فازهایی در بازه های زمانی مختلف از فرستنده ارسال می‌شود.

ب) در گیرنده چه فازهایی دریافت شده و بیتهای ارسالی چگونه آشکارسازی می‌شود؟

ج) اگر در سومین فاز دریافتی خطا اتفاق بیفتد بیتها چگونه آشکارسازی می‌شوند؟

۳- در یک سیستم ارسال باینری از شکل موجهای زیر برای ارسال داده ارسال می‌شود:

$$s_2(t) = \begin{cases} \dfrac{t}{T_b} & 0 \le t < \dfrac{T_b}{2} \\ \dfrac{1}{T_b}(T_b - t) & \dfrac{T_b}{2} \le t < T_b \end{cases}, \qquad s_1(t) = -s_2(t)$$

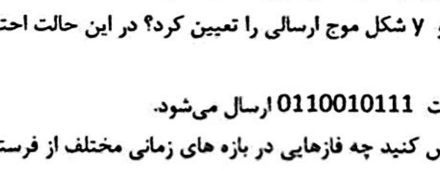
$P_e = Q\left(\frac{d_{max}}{2}\right)$

$d^2_{max} \int_0^{T_b} \frac{|P(t)|^2}{S_n(f)} dt$

الف)ساختار گیرنده همدوس (coherent) بهینه را با فرض نویز گوسی رسم کنید.

ب)با فرض نویز گوسی با چگالی طیف توان $\eta/2$ احتمال خطا را محاسبه کنید.

۴- تابع چگالی احتمال نمونه های یک سیگنال آنالوگ به صورت زیر است.



$\frac{1-x}{2} \quad (-x+1) = \frac{1}{2}$

الف) با فرض استفاده از یک کوانتایزر ۴ سطحی با سطوح یکنواخت نسبت سیگنال به نویز کوانتیزاسیون را محاسبه کنید.

ب)حال از یک کوانتایزر ۴ سطحی غیر یکنواخت استفاده می‌کنیم. سطوح این کوانتایزر به نحوی است که احتمال صدور سمبلهای m_0, m_1, m_2, m_3 یکسان است و $m_i = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}$ ، در این حالت سطوح کوانتیزاسیون را محاسبه و نسبت سیگنال به نویز کوانتیزاسیون را به دست آورید.

۱- طیف یک سیگنال پایین گذر به صورت زیر است:

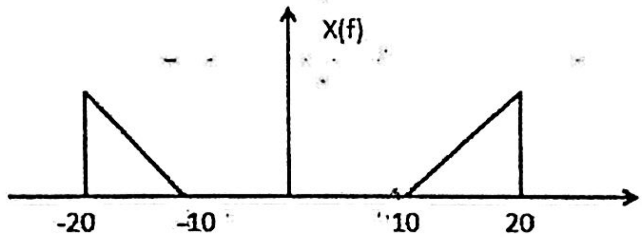
$$X(f)=\begin{cases}1-\dfrac{|f|}{200} & |f|<200\\ 0 & |f|>200\end{cases}$$

الف) x(t) با فرکانس $f_s = 300Hz$ نمونه برداری ایده ال می شود طیف سیگنال نمونه برداری شده را رسم کنید.

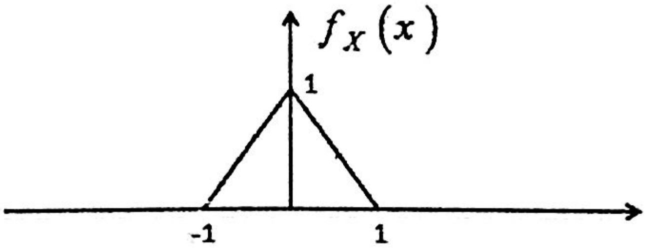
ب) قسمت اول را برای $f_s = 400Hz$ تکرار کنید.

۲- یک سیگنال پیوسته به صورت $x(t)=2\cos(400\pi t)+6\cos(640\pi t)$ به صورت ایده ال با $f_s = 500Hz$نمونه برداری می‌شود. اگر سیگنال نمونه برداری شده از یک فیلتر ایده آل پایین گذر با فرکانس قطع $400Hz$ عبور کند کدام مولفه های سیگنال اولیه در خروجی دیده می‌شو؟

۳- طیف یک سیگنال میان گذر در شکل زیر نشان داده شده است. از این سیگنال به صورت ایده ال نمونه برداری می شود. طیف سیگنال نمونه برداری شده را برای $f_s = 20,30,40Hz$ رسم کنید و مشخص کنید در کدام یک از این حالات سیگنال قابل بازیابی است؟



۴- تابع چگالی احتمال نمونه های یک سیگنال انالوگ به صورت زیر است. یک کوانتایزر ۴ سطحی برای این نمونه ها طراحی کرده و نسبت سیگنال به نویز کوانتیزاسیون را محاسبه کنید.



۱- یک منبع سمبل‌هایی با نرخ ۱۰۰۰ سمبل در ثانیه تولید می‌کند که مقادیر آنها $0 \leq x < \infty$ است. چگالی توزیع احتمال x عبارت است از:

$$f(x) = k\left(\frac{1}{2}\right)^{x} \qquad 0 < x < \infty$$

$\int_0^1 x\,dx = 1 \quad (\frac{1}{2})^x \ (\frac{1}{2})^x \ln\frac{1}{2}$

$\int_3^\infty x\,dx =$

$H = -P\log P$

حال مطابق شکل با استفاده از یک کوانتایزر مقادیر این منبع را به ۴ سمبل S به صورت زیر تبدیل می‌کنیم:

$$S = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < 1 \\ 1 & 1 \leq x < 2 \\ 2 & 2 \leq x < 3 \\ 3 & x \geq 3 \end{cases}$$

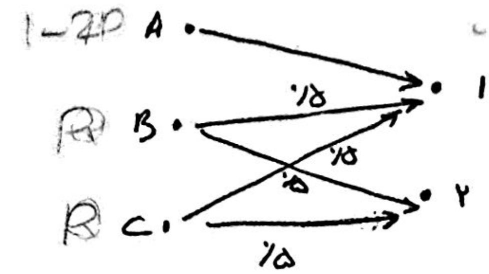
$\longleftrightarrow A\tau \operatorname{sinc}(\frac{f}{\tau})$

$\operatorname{sinc}(\frac{t}{\tau}) \longrightarrow \operatorname{rect}(\frac{t}{\tau})$

a) آنتروپی سمبل‌های گسسته S را محاسبه کنید

b) با استفاده از روش هافمن این منبع را کدگذاری کنید (سمبل‌های S را) و مقدار متوسط بیت به ازای هر سمبل را محاسبه کنید

۲- ظرفیت کانال گسسته زیر را محاسبه کنید

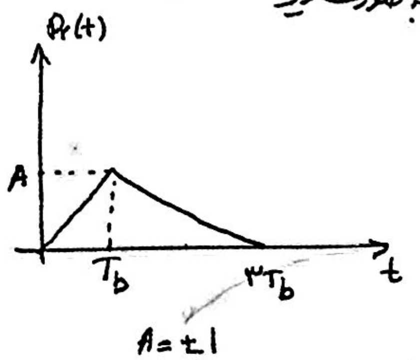


$r_s = 1000 \ \text{symb/sec}$

$P_i \log \frac{1}{P_i}$

$-P_i \log P_i$

۳- در یک سیستم PAM باینری با نرخ $r_b = \frac{1}{T_b}$ پالس دریافتی $p_r(t)$ به صورت زیر است.



$A = \pm 1$

a) ISI چه مقادیری ممکن است داشته باشد و احتمال هر کدام چقدر است؟ (فرض کنید دامنه‌های ارسالی مستقل از هم با دامنه ±1 و با احتمال مساوی باشند)

b) احتمال خطا را در این سیستم محاسبه کنید (با فرض واریانس نویز $\sigma = 1$)

ISI + q = ?
ISI − q = ?

۴- در یک سیستم PAM سیگنال ارسالی به صورت زیر است

$Z(t) = \sum a_k p_g(t - kt)$

$= \left[\sum a_k \delta(t - kT)\right] * p_g(t)$

$p_g(t) = \operatorname{sinc}(\frac{t}{T})$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} b_k \operatorname{sinc}\left(\frac{t-kT}{T}\right)$$

$P_g(f)$

که $r = \frac{1}{T}$ نرخ ارسال است و b_k به صورت زیر از بیت‌های ورودی به دست می‌آید:

$$b_k = a_k + a_{k-1} - a_{k-2}$$

$\frac{0.64}{2} = 0.32$

که در آن

$$a_k = \begin{cases} +1 & \text{بیت ورودی ۱} \\ -1 & \text{بیت ورودی صفر} \end{cases}$$

موفق باشید

$R_i = \langle a_k a_{k+i} \rangle$

$R_i = \langle b_k b_{k+i} \rangle$

چگالی طیف توان سیگنال ارسالی $x(t)$ را محاسبه کنید (بیت‌های ورودی مستقل و هم احتمال‌اند) فردوسی زاده

$\frac{1}{2.71}$

$H(y) - H(y|x) = 0$

$p_1^{r_0} \log \frac{1}{p_1^{r_0}} + p_0^{r_0} \log \frac{1}{p_0^{r_0}} -$

$\alpha - \alpha p + p - \alpha p = \alpha + p - 2\alpha p$

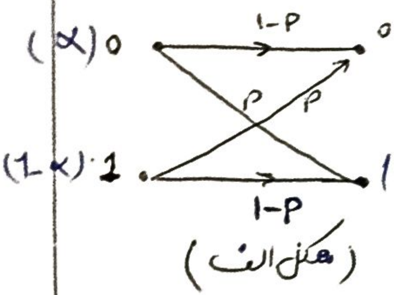
آزمون میان ترم مخابرات ۲- دانشکده فنی دانشگاه شاهد – آبان ماه ۱۳۹۱- یک برگه فرمول مجاز است.

استفاده از ماشین حساب مجاز است

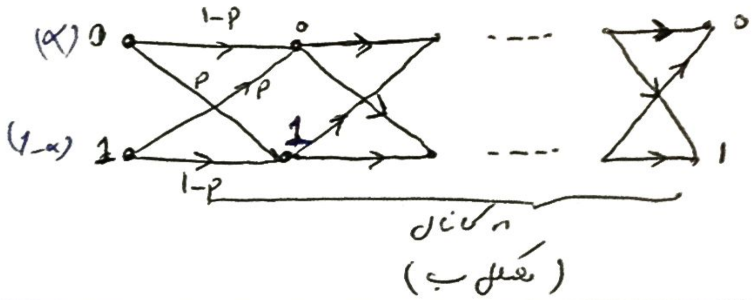
۱- یک کانال باینری متقارن با احتمال خطای p به صورت شکل الف داریم.

الف) اگر n کانال از این نوع را به صورت سری (مطابق شکل ب) ببندیم ظرفیت کانال حاصل چه قدر خواهد بود؟

ب) اگر n به سمت بی نهایت میل کند ظرفیت چه قدر خواهد شد؟ این نتیجه را از لحاظ شهودی توجیه کنید.



(شکل الف)



(شکل ب)

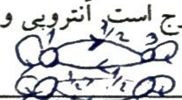
1
2
3
4

۲- منبعی اعداد ۱ تا ٤ را به تصادف تولید می‌کند. تنها شرط روی خروجی این منبع آن است که قدر مطلق تفاضل دو عدد متوالی تولیدی توسط این منبع زوج است. آنتروپی و اضافات و بازدهی این منبع را محاسبه کنید.

اول: فرد $\frac{1}{2}$ زوج $\frac{1}{2}$

$H = \sum p_i \log \frac{1}{p_i}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$



$H = 0.81$

$e = 0.45$

$p = 0.515$

۳- می خواهیم یک سیستم M-PAM با نرخ بیت 4kbps برای ارسال روی کانالی با پهنای باند 1.5KHz طراحی کنیم. اگر افت کانال 70dB و چگالی طیف توان نویز $Gn(f)=10^{-8}$ W/Hz باشد مطلوب است:

$P_e = 10^{-4}$

الف) برای نداشتن ISI کمترین M ممکن چه قدر است؟

ب) طراحی فرستنده و گیرنده (شامل پاسخ فرکانسی فیلتر گیرنده و فرستنده-پالس ارسالی و دریافتی- توان ارسالی- مقدار دامنه پالسهای ارسالی بر حسب ولت)

P_g H_T H_R

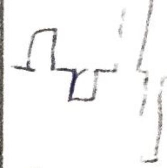
$r_b = 4 kb/sec$

$\frac{\eta}{2} = 10^{-8} \frac{w}{Hz}$

$B = 1.5 kHz$

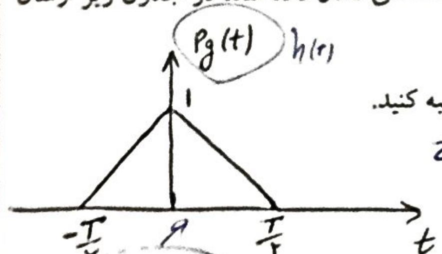
$10 \log \frac{1}{L^2} = 70 dB$

افت کانال $= 70 dB$



+

٤- در یک سیستم PAM باینری به ازای هر دو بیت ورودی ۳ پالس با دامنه های نشان داده شده در جدول زیر ارسال می‌شود.



اگر پالس ارسالی مطابق شکل باشد طیف توان سیگنال ارسالی را محاسبه کنید.

$z(t) = \sum a_k P_g(t-kT) = \sum a_k \delta(t-kT) * P_g(t)$

$T \operatorname{sinc}^2(f)$

$\rightarrow R_0 T \operatorname{sinc}^2(f)$

$p_1^{r_1} = \alpha p^3$

$3\alpha p(1-p)^2$

$3p^2(1-p)(1-\alpha)$

$+ (1-\alpha)(1-p)^3$

بیتهای ورودی		پالسهای ارسالی		
0	0	+1	-1	+1
0	1	-1	+1	-1
1	0	-1	-1	+1
1	1	+1	+1	-1

موفق باشید-خردوسی زاده

احمد عطائی ۸۸۲۱۵۱۰۴۵ نیمتا صدا تمرین درس مخابرات (II) - سوالات میان‌ترم

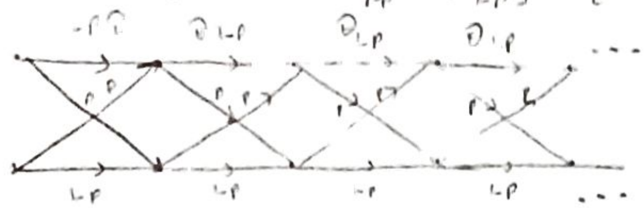
① پاسخ سوال

$C = 2\,[1 - H_\alpha]$

$H_\alpha = \alpha \log \frac{1}{\alpha} + (1-\alpha) \log \frac{1}{1-\alpha}$

الف) اول → $C = 2s\left[1 - p\log\frac{1}{p} - (p-1)\log\frac{1}{1-p}\right]$ $\quad \begin{cases} p \\ 1-p \end{cases}$

$= 2s\left[1 + p\log p - p\log\frac{1}{1-p} - \log\frac{1}{1-p}\right] = 2s\left[1 + p\log\frac{p}{1-p} - \log\frac{1}{1-p}\right]$



دوم → $\begin{cases} (1-p)^2 + p^2 \\ 2p(1-p) \end{cases}$

سوم → $\begin{cases} (1-p)^3 + p^2(1-p) + (1-p)p^2 = (1-p)^3 + 3(1-p)p^2 = (1-p)\left[(1-p)^2 + 3p^2\right] = (1-p)\left[(1-p)^2+p^2\right] + p\left[2p(1-p)\right] \\ p(1-p)^2 + p^3 + p(1-p)^2 = p^3 + 3(1-p)^2 p = (1-p)\left[2p(1-p)\right] + p\left[(1-p)^2+p^2\right] \end{cases}$

چهارم → $\begin{cases} (1-p)\left[(1-p)\left[(1-p)^2+p^2\right] + p\left[2p(1-p)\right]\right] + p\left[(1-p)\left[2p(1-p)\right] + p\left[(1-p)^2+p^2\right]\right] \\ = (1-p)^4 + 2(1-p)^2p^2 + p^4 + 2(1-p)^2p^2 = (1-p)^4 + p^4 + 4(1-p)^2p^2 \\ \\ p\left[(1-p)\left[(1-p)^2+p^2\right] + p\left[2p(1-p)\right]\right] + (1-p)\left[(1-p)\left(2p(1-p)\right) + p\left((1-p)^2+p^2\right)\right] \end{cases}$

⋮

یک رابطه بازگشتی به دست می‌آید

د) If $n \to \infty \implies$

به دلیل اینکه با افزایش n مقادیر n را داریم ← $(1-p)^n$

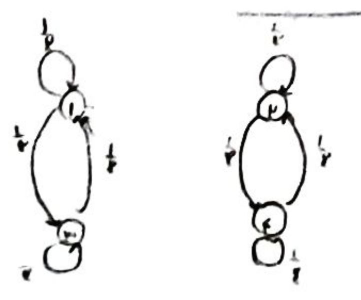
و $1-p<1$ است پس صفر می‌شود پس پاسخ رابطه آن

صفر می‌شود یعنی فقط [illegible] ظرفیت [illegible]

از لحاظ [illegible] چون [illegible] [illegible] می‌شود پس می‌توان از اثر آن‌ها صرف‌نظر کرد

---

②



$H = \sum P_i H_i$

$P_1 = \frac{1}{2}P_1 + \frac{1}{2}P_3$

$P_2 = \frac{1}{2}P_2 + \frac{1}{2}P_4$

$P_3 = \frac{1}{2}P_3 + \frac{1}{2}P_1$

$P_4 = \frac{1}{2}P_4 + \frac{1}{2}P_2$

$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 1 \xrightarrow[P_2 = P_4]{P_1 = P_3} 2(P_1 + P_2) = 1 \to P_1 + P_2 = \frac{1}{2} \to P_1 = P_2 = \frac{1}{4}$

$H_1 = \frac{1}{2}\log 2 + \frac{1}{2}\log 2 = \log_2 2 = 1 = H_2 = H_3 = H_4$

$\longrightarrow H = \sum p_i H_i = p_1 H_1 + p_2 H_2 + p_3 H_3 + p_4 H_4 = 4 \times \frac{1}{4} = \boxed{1}$

$$e = \frac{H}{H_{max}} = \frac{H}{\log_2 M} = \frac{1}{\log_2 4} = \frac{1}{2} \longrightarrow \rho = 1 - \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

---

۳) الف)

$r_b = 4\times 10^6 \,,\; B = 15\times 10^4 \,,\; G_n(f) = \frac{\eta}{2} = 10^{-8}$

$10\log \frac{1}{L^2} = 70 \longrightarrow 10^7 = \frac{1}{L^2} \longrightarrow L^2 = 10^{-7}$

$T = \frac{\log_2 M}{r_b} \,,\; B < \frac{1}{2T} \Longrightarrow B < \frac{r_b}{2\log_2 M} \longrightarrow 15\times 10^4 < \frac{4\times 10^6}{2X} \longrightarrow 150 < \frac{2}{X} \longrightarrow X < \frac{2}{150}$

$\log_2 M = \frac{2}{150} \longrightarrow M > 1/0092 \longrightarrow \boxed{M = 2}$

ب)

در PAM: $\frac{a^2}{T}|P_g(f)|^2 \, |H_T(f)|^2$

$$S_T = \frac{M^2-1}{3T} a^2 \int |P_g(f) H(f)|^2 df = \frac{3}{3\times\frac{1}{4\times 10^6}} \times a^2 \int (P_g(f) H_T(f))^2 df$$

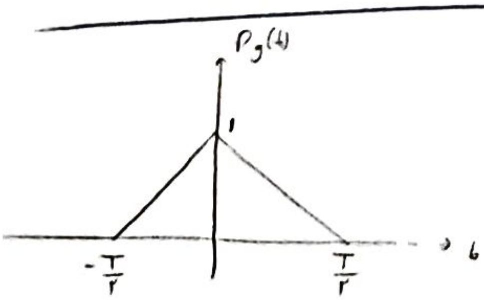
$|H_R(f)|^2 = \frac{L}{k_0} P_r(f) \quad , \quad |H_T(f)|^2 = L k_0 \frac{P_r(f)}{|P_g(f)|^2}$

با $\longrightarrow$ $|H_R(f)|^2 = \frac{L}{k_0} \left|\frac{P_r(f)}{H_C(f)}\right| \times \frac{1}{\sqrt{G_n(f)}} \quad , \quad |H_T(f)|^2 = k_0 \left|\frac{P_r(f)}{H_C(f)}\right| \frac{\sqrt{G_n(f)}}{|P_g(f)|^2}$ $\Rightarrow$ بدست می‌آید

طراحی $\xrightarrow{\text{فرض}}$ $P_r(f) = \begin{cases} T & |f| < \frac{r_b}{2} - \beta \\ T\cos^2 \frac{\pi}{4\beta}\left(|f| - \frac{r_b}{2} + \beta\right) & \frac{r_b}{2} - \beta < |f| < \frac{r_b}{2} + \beta \\ 0 & |f| > \frac{r_b}{2} + \beta \end{cases} \quad , \int |P_r(f)| df = 1$

---

۴)



۲ بیت ورودی ← ۳ پالس ارسالی

$G_Z(f) = G(f)\,|P(f)|^2$

$G(f) = \frac{1}{T}\sum_{-\infty}^{\infty} R_i e^{j2\pi i f T} = \frac{1}{T} R_0 = \frac{1}{T}$

$R_i = \overline{a_k a_{k+i}} \longrightarrow R_0 = \frac{1}{4}\times 2\times(+1)^2 + \frac{1}{4}\times 2\times(-1)^2 = 1$

$R_1 = \frac{1}{4}\times 2\times(-1) + \frac{1}{4}\times 2\times(+1) = 0$

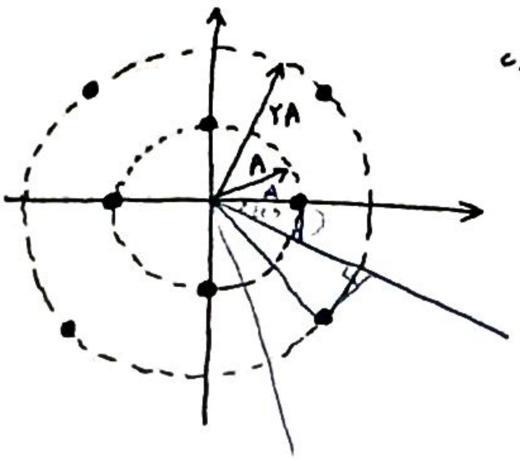
$R_2 = 0$

$$\frac{1}{T}\times\frac{T^2}{4}\sin^2\left(\frac{fT}{2}\right) = \frac{T}{4}\sin^2\left(\frac{fT}{2}\right)$$

انرژی PAM

$T = \frac{1}{r_b} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2} \longrightarrow \boxed{G_Z(f) = \frac{3}{8}\sin^2\left(f\frac{3}{4}\right)}$

آزمون پایان ترم مخابرات ۲ - دانشکده فنی دانشگاه شاهد - دی ماه ۱۳۹۱ - استفاده از یک برگه فرمول و ماشین حساب مجاز است.



۱- یک سیستم مخابرات دیجیتال از سیگنال $s_k(t) = A_k \cos(\omega_c t + \varphi_k)$ استفاده می کند که A_k و φ_k از روی نقاط مشخص شده روبرو به دست می آیند:

الف) بلوک دیاگرام گیرنده همدوس برای این نوع مدولاسیون را به دست آورید و مرزهای تصمیم گیری را بر روی شکل روبرو مشخص کنید.

ب) توان دریافتی (S_R) را برحسب A محاسبه کنید. $\frac{5A^2}{4}$

ج) احتمال خطا در گیرنده همدوس را برحسب S_R و T و η به دست آورید.

۲- در یک لینک مخابراتی برای ارسال اطلاعات با نرخ 2Mbps از مدولاسیون FSK با نویز استفاده می کنیم. اگر نویز کانال گوسی با چگالی طیف توان $\frac{\eta}{2}=10^{-11}$ W/Hz باشد آنگاه:

000
001
010
011
100
101
110
111

$\frac{2}{T} = 2r_b = 4M$

همدوس

الف) برای ارسال این اطلاعات کانال باید دارای چه پهنای باندی باشد؟

ب) اگر افت کانال $\frac{S_T}{S_R}=80dB$ و ما ۱۰ باشد توان ارسالی برای رسیدن به احتمال خطای $P_e=10^{-6}$ چه قدر باید باشد.

$S_K = \frac{A^2}{2} \rightarrow 10^{-6} = Q\left(\sqrt{\frac{S_R T}{\eta}K}\right) \rightarrow \sqrt{\frac{S_R T}{\eta}K} = 4.75 \rightarrow \frac{S_R T}{\eta}K = 22.5625$

$KS_R = \frac{22.5625 \times 2 \times 10^{-11}}{(2\times10^{6})^{-1}} = 22.5625\times10^{-17}$ 90.25×10^{-5} $\frac{S_T}{S_R}=10^{7}$ $S_T = 10^{7} S_R$ $S_T = 22.5625\times10^{-10}$ -86.47 dB

-31.1 108.3 -29.65

۳- یک کد تصحیح خطای بلوکی (۶،۳) با ماتریس مولد G به صورت زیر مفروض است:

$y_1 y_2$

$$G = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

000
100
010
001

الف) کلمات کد را به دست آورید.

ب) کمترین فاصله کلمات کد را محاسبه کنید.

ج) این کد در گیرنده چند خطا را می تواند تشخیص داده و چند خطا را تصحیح کند.

حالت y_1y_2
000 11
100 00
010
110
001

$$\begin{cases} G_1(x) = 1 \\ G_2(x) = 1 + x^2 \end{cases}$$

۴- یک انکدر کانولوشنی با نرخ $\frac{1}{2}$ و طول حافظه L=۲ بیت و چندجمله ای های کدکننده مفروض است.

1 0 1 1
000 11 00 10 11 خروجی

الف) دیاگرام حالت این کدکننده را رسم کنید.

ب) اگر بیت های 1011 از چپ به راست وارد کدکننده شوند بیت های خروجی را به دست آورید (شروع از حالت صفر)

ج) اگر چهارمین بیت ارسالی خطا شود توسط روش ویتربی مورد تصحیح خطا را ترسیم و تشریح کنید.

$KS_R = 5$

$0.8 < K < 1.2$ $4 < KS_R < 56$