فصل ۳: دینامیک

نیرو: اثر متقابل دو جسم برهم را نیرو گویند که باعث تغییر شکل یا تغییر سرعت اجسام می‌شود. نیرو کمیتی برداری، دارای اندازه، راستا و جهت است و واحد آن در **SI**، نیوتن (**N**) می‌باشد.

معرفی نیروها:

۱- **نیروی وزن ـ شتاب گرانش:** نیروی جاذبه‌ای (گرانشی) است که از طرف زمین به جسم وارد می‌شود ـ نماد: **W**

مقدار: $W = mg$ روی زمین $g = 9/8\ m/s^2$ ، روی ماه $g = 1/67\ m/s^2$

۲- **نیروی عمودی تکیه‌گاه:** نیرویی که از طرف سطح به جسم عمود بر سطح و رو به بیرون وارد می‌شود و جهت آن، مانع فرورفتن جسم در سطح می‌شود ـ نماد: **N** ـ قانونی برای محاسبه‌ی مقدار آن وجود ندارد و از قوانین نیوتن محاسبه می‌شود.

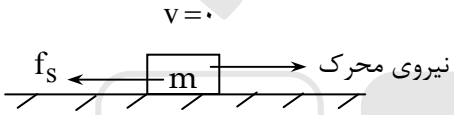
۳- **نیروی اصطکاک:** نیرویی که از طرف سطح تماس بر جسم وارد شده و مخالف با حرکت جسم است.

الف) اصطکاک ایستایی: جسم نسبت به سطحی که بر آن قرار دارد کشیده می‌شود ولی ساکن می‌ماند؛ در این حالت اصطکاک را ایستایی می‌نامیم ـ نماد: f_s ـ مقدار: در هر لحظه به‌قدری است که برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر شود و جسم حرکت نکند ولی یک مقدار **max** دارد:

$f_{s\,max} = \mu_s \times N$: نیروی اصطکاک در آستانه حرکت

N: نیروی عمودی تکیه‌گاه

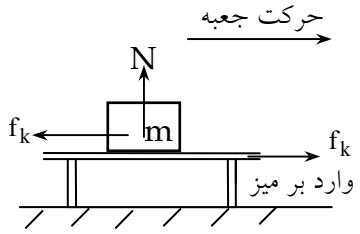
μ_s: ضریب اصطکاک ایستایی (واحد: ندارد) ـ وابسته به جنس سطوح و...



$$0 \le f_s \le f_{s\,max} = \mu_s \times N$$

ب) اصطکاک جنبشی: هر گاه جسم جامدی روی سطح جسم جامد دیگری حرکت کند، نیرویی موازی سطح تماس به هر دو جسم از طرف دیگری وارد می‌شود- نماد f_k - جهت: در جهتی که می‌خواهد از حرکت دو جسم نسبت به هم جلوگیری کند.

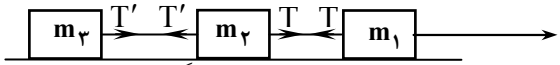
μ_k: ضریب اصطکاک جنبشی (واحد ندارد) وابسته به جنس محیط و...



$$f_k = N \times \mu_k$$

$$\mu_k < \mu_s$$

۴- **نیروی کشش نخ:** نیرویی که یک نخ کشیده شده به اجسام متصل به خودش وارد می‌کند- جهت: از جسم به سوی نخ و مخالف تغییر طول نخ- این نیرو به ۳ شرط در تمام طول نخ یکسان است: ۱- جرم نخ ناچیز باشد. ۲- نیرویی به قسمت‌های میانی آن وارد نشود. ۳- هیچ جرمی در طول نخ نباشد.

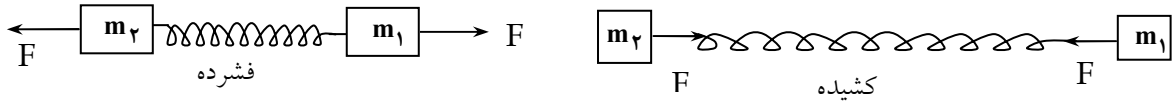


۵- **نیروی کشسانی فنر:** نیرویی که فنر تغییر طول یافته به اجسام متصل به خود وارد می‌کند- جهت: به گونه‌ای که مانع از تغییر طول فنر شود.

k: ثابت فنر (وابسته به جنس فنر) ($\frac{N}{m}$)

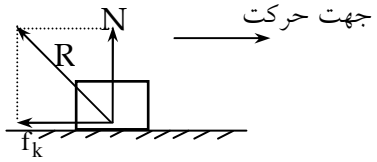
x: تغییر طول فنر (**m**)

فنر $\underline{F = k(l - l_\circ) = k \times \Delta l = kx}$



نیروی سطح (عکس‌العمل سطح): کل نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند- نماد: **R**

$\vec{R} = \vec{N} + \vec{f}_k \ , \ |R| = \sqrt{N^2 + f_k^2}$



قانون‌های حرکت:

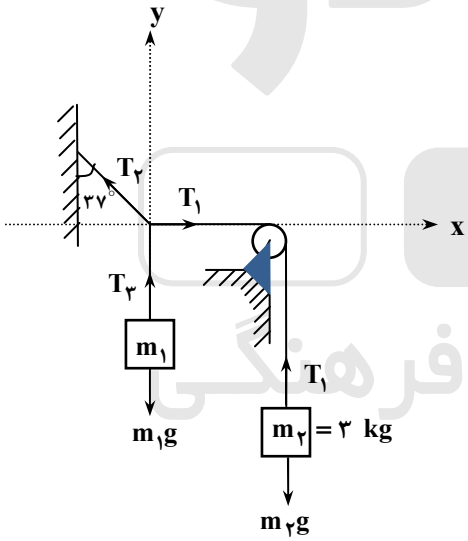
۱- قانون اول نیوتن: یک جسم حالت سکون یا حرکت یکنواخت روی خط راست خود را حفظ می‌کند، مگر آن که تحت تاثیر نیرویی مجبور به تغییر آن حالت شود.

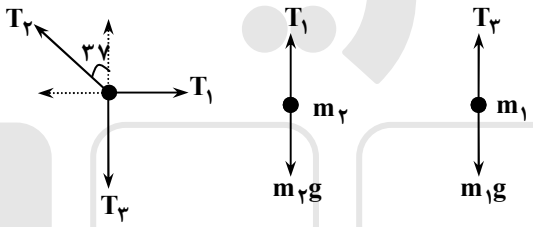
لختی: اجسام تمایل دارند وضعیت سکون یا حرکت خود روی خط راست را حفظ کنند، به این تمایل اجسام لختی گویند- به قانون اول نیوتن قانون لختی هم می‌گویند.

نکته: برای جسمی که حالت تعادل دارد، داریم: $\sum \vec{F} = \circ$. یعنی با انتخاب محور مناسب و تجزیه نیروها قرار می‌دهیم:

$\sum F_x = \circ \ , \sum F_y = \circ$

مثال: در شکل روبرو، m_1 چقدر باشد تا مجموعه در حال تعادل باشد؟





$\sum F_x = \circ \Rightarrow T_1 = T_2 Sin\,37^\circ$

$$\sum F_y = \circ \Rightarrow \begin{cases} T_1 = m_2 g \\ T_2 Cos\,37^\circ = T_3 \\ T_3 = m_1 g \end{cases} \Rightarrow \frac{Sin\,37^\circ}{Cos\,37^\circ} = \frac{T_1}{T_3} = \frac{m_2}{m_1}$$

$$\Rightarrow \frac{0/6}{0/8} = \frac{3}{m_1} \Rightarrow m_1 = 4 \ kg$$

۲- قانون دوم نیوتن: اگر به یک جسم نیروی خالصی وارد شود، شتابی می‌گیرد که با نیروی خالص وارد بر جسم نسبت مستقیم دارد و با آن هم‌جهت است و با جرم جسم نسبت وارون دارد.

$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a}$

تعریف نیوتن: یک نیوتن، نیرویی است که اگر به جسمی به جرم **۱kg** وارد شود، به آن شتابی برابر $1 m/s^2$ می‌دهد.

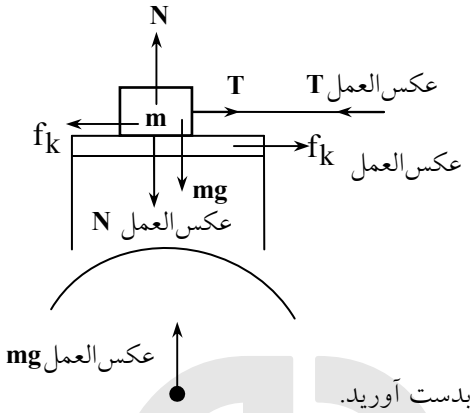
۳- قانون سوم نیوتن: هر گاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم هم به جسم اول نیرویی برابر آن ولی در خلاف جهت وارد می‌کند- **کنش (عمل)**: نیرویی که جسم اول به جسم دوم وارد می‌کند- **واکنش (عکس‌العمل)**: نیروی جسم دوم که به جسم اول وارد می‌شود- این دو نیرو، هم‌اندازه- هم‌راستا- هم‌نوع و در دوسوی مخالف‌اند.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow F_{12} = F_{21}$$

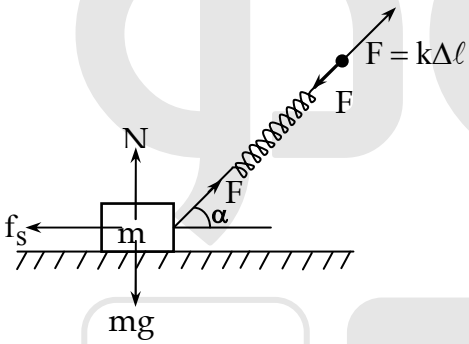
توجه: بین این دو نیرو نمی‌توان برآیند گرفت، چون بر دو جسم مختلف وارد می‌شوند.

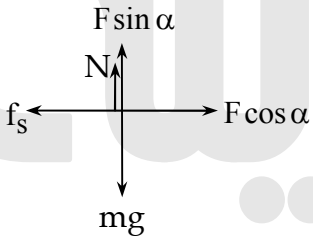
مثال: جرم **m** روی سطح میز با اصطکاکی توسط طنابی بی‌جرم کشیده می‌شود.

نیروهای وارده بر آن و عکس‌العمل آن‌ها را مشخص کنید.



مثال: فنری که به جرم **m** متصل است، به اندازه Δl کشیده شده است، f_s و **N** را بدست آورید.





$$\begin{cases} F = k\Delta l \\ F\cos\alpha = f_s \\ mg = N + F\sin\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow f_s = k\Delta l\cos\alpha \quad \text{و} \quad N = mg - k\Delta l\sin\alpha \ < mg$$

قانون گرانش نیوتن:

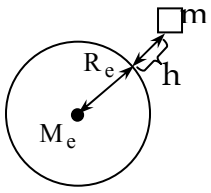
هر دو جرم همواره یکدیگر را می‌ربایند و نیروی گرانشی میان دو ذره با حاصلضرب جرم دو ذره نسبت مستقیم و با مجذور فاصله‌ی آن‌ها از هم نسبت وارون دارد.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$G = 6/673\times10^{-11}\ \frac{Nm^2}{kg^2}$ ثابت گرانش جهانی و $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ قانون سوم نیوتن $\Rightarrow F_{12} = F_{21} = F$

توجه: چون **G** کوچک است از این نیرو در مسائل عادی از این نیرو صرف‌نظر می‌کنیم.

مثال: شتاب جاذبه در سطح زمین و در ارتفاع **h** از سطح زمین را حساب کنید. (R_e: شعاع زمین و M_e: جرم زمین)

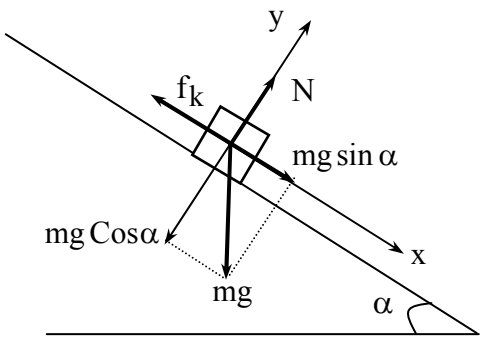


$$W = F \Rightarrow g_h = G\frac{M_e}{(R_e + h)^2} \xrightarrow[\text{نیوتون}]{\text{قانون اول}} \begin{cases} W = mg \\ F = G\dfrac{mM_e}{(h + R_e)^2} \end{cases}$$

$$h = 0 \text{: در سطح زمین} \Rightarrow g = G\frac{M_e}{R_e^2} = 9/8\ \frac{m}{s^2}$$

استفاده از قوانین نیوتن درباره‌ی حرکت

مثال: محاسبه‌ی شتاب حرکت روی سطح شیب‌دار با اصطکاک:



۱) حرکت رو به پایین:

$$\begin{cases}\sum F_y = 0 \Rightarrow N = mg\cos\alpha \\ \sum F_x = ma \Rightarrow mg\sin\alpha - f_k = ma\end{cases}$$

$$f_k = N\mu_k = mg\mu_k\cos\alpha \Rightarrow mg\sin\alpha - mg\mu_k\cos\alpha = ma \Rightarrow a = g(\sin\alpha - \mu_k\cos\alpha)$$

۲) پرتاب رو به بالا:

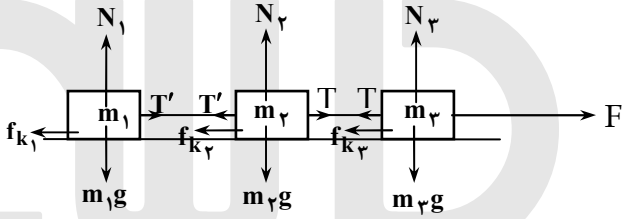
حرکت کندشونده $(a<0) \Rightarrow a = -g(\sin\alpha + \mu_k\cos\alpha)$: به طریق مشابه

توجه: در هر دو مورد شتاب به جرم بستگی ندارد.

مثال: مجموعه را با نیروی **F** می‌کشیم (و حرکت می‌کند)، کشش نخ‌ها را بیابید.

چون جرم‌ها به هم متصلند، همه با یک شتاب (**a**) حرکت می‌کنند.

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 = m_1 g\ ,\ N_2 = m_2 g\ ,\ N_3 = m_3 g$$



$$\sum F_x = ma \Rightarrow \begin{cases} F - f_{k_3} - T = m_3 a \\ T - T' - f_{k_2} = m_2 a \\ T' - f_{k_1} = m_1 a \end{cases}$$

$$F = (m_1+m_2+m_3)a + (m_1 g\mu_k + m_2 g\mu_k + m_3 g\mu_k)$$

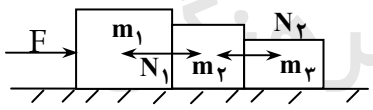
$$\Rightarrow \frac{F}{m_1+m_2+m_3} = a + g\mu_k = \text{مقدار ثابت}\ ,\ \frac{T'}{m_1} = a + g\mu_k\ ,\ \frac{T}{m_1+m_2} = a + g\mu_k$$

* این رابطه تنها زمانی درست است که: μ_k ها مساوی باشند و حرکت داشته باشیم.

$$\Rightarrow \frac{F}{m_1+m_2+m_3} = \frac{T}{m_1+m_2} = \frac{T'}{m_1}$$

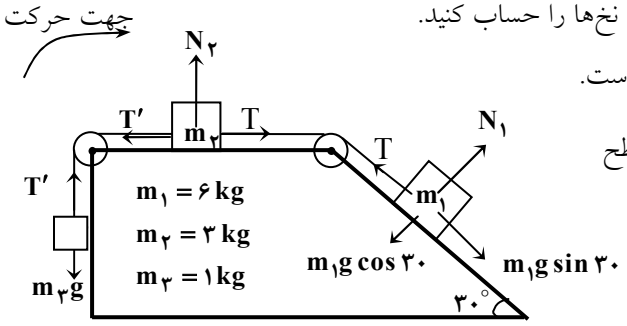
در این شرایط برای تعداد بیشتر **m** هم رابطه برقرار است.

توجه: در مسائلی که چند جعبه‌ی پشت سرهم هل داده می‌شوند، به طریق مشابه حالت قبل قابل بررسی است و همان رابطه برای آن‌ها نیز صادق است (با حفظ شرایط).



$$\frac{F}{m_1+m_2+m_3} = \frac{N_1}{m_2+m_3} = \frac{N_2}{m_3}$$

مثال: در شکل روبرو کلیه سطوح بدون اصطکاک‌اند. شتاب و کشش نخ‌ها را حساب کنید.



چون $m_3 g < m_1 g\sin 30^\circ$: جهت حرکت رو به سمت راست است.

راستای عمود بر سطح $\begin{cases} N_1 = m_1 g\cos 30 \\ N_2 = m_2 g \end{cases}$

راستای حرکت $\begin{cases} T' - m_3 g = m_3 a \\ T - T' = m_2 a \\ m_1 g\sin 30 - T = m_1 a \end{cases} \Rightarrow \frac{m_1 g\sin 30 - m_3 g}{m_1+m_2+m_3} = a \Rightarrow a = \frac{30-10}{10} = 2\ m/s^2$

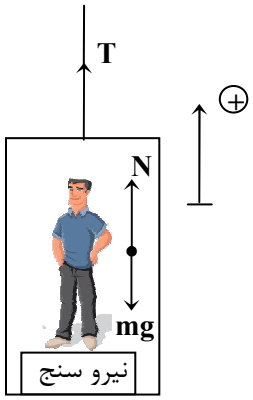
$$T' - 10 = 1\times 2 \Rightarrow \quad T' = 12\ N \qquad T - 12 = 3\times 2 \Rightarrow T = 18\ N$$

توجه: برای تعیین جهت حرکت اگر f_k هم داشتیم، آن را در نظر نمی‌گرفتیم و مقایسه را انجام می‌دادیم (چون f_kها در هر دو جهت با حرکت مخالفت می‌کنند)

توجه: در این مسائل برای یافتن شتاب می‌توان گفت:

$$a = \frac{\text{کل نیروهای مخالف حرکت} _ \text{کل نیروهای در جهت حرکت}}{\text{مجموع جرم}}$$

مثال: محاسبه وزن ظاهری داخل آسانسور:



الف) حرکت تندشونده رو به بالا (یا کند شونده رو به پایین)

توجه: **N** همان نیرویی است که نیروسنج (ترازو) نشان می‌دهد (وزن ظاهری)

$$N > mg \ , a > 0 \qquad N - mg = ma \Rightarrow N = m(g+a)$$

ب) حرکت کندشونده رو به بالا (یا تند شونده رو به پایین)

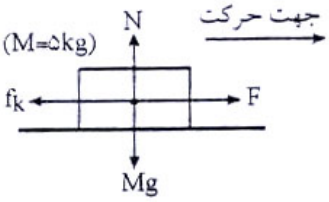
$$N < mg \ , a < 0 \qquad mg - N = m|a| \Rightarrow N = m(g-|a|)$$

ج) حرکت یکنواخت روبه بالا (یا پایین)

$$N = mg \ , \ a = 0 \qquad N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$$

توجه: محاسبه‌ی کشش کابل آسانسور (**T**) هم به صورت فوق است.

مثال: مطابق شکل بر جسم متحرکی، نیروی **F** موازی با سطح اثر می کند. برآیند نیروهای وارد بر جسم، اندازه ی نیروی اصطکاک و شتاب حرکت جسم را در حالت های زیر بررسی نمایید. ($\mu_s = \frac{3}{4}$, $\mu_k = \frac{1}{2}$ و $g = 10N/kg$)



الف) $F = 0$

ب) $F = 20N$

پ) $F = 25N$

ت) $F = 37/5N$

پاسخ:

$$f_k = \mu_k N = \frac{1}{2} \times 5 \times 10 \Rightarrow f = 25N$$

الف) $F = 0$

با نگاهی به شکل داریم:

$$\sum F = \sum F_x = F - f_k = 0 - 25 \Rightarrow \sum F = -25N$$

$$\sum F = Ma \Rightarrow a = \frac{\sum F}{M} = \frac{-25}{5} \Rightarrow a = -5m/s^2$$

منفی شدن شتاب نشانه ی این است که جهت سرعت و شتاب مخالف یکدیگر است، پس حرکت کند شونده است، مثل حالتی که دنده ی اتومبیلی را در حال حرکت روی سطح افقی خلاص کنید، مشاهده می کنید بدون ترمز گرفتن، اتومبیل پس از مدتی متوقف می شود.

ب) $F = 20N$

$$\sum F = \sum F_x = F - f_k = 20 - 25 \Rightarrow \sum F = -5N$$

$$\sum F = Ma \Rightarrow a = \frac{-5}{5} \Rightarrow a = -1m/s^2$$

بازهم حرکت، کند شونده است. از ابتدا نیز می توانستید بگویید چون $F < f_k$ است، حرکت کند شونده می شود.

پ) $F = 25N$

$$\sum F = \sum F_x = F - f_k = 25 - 25 \Rightarrow \sum F = 0$$

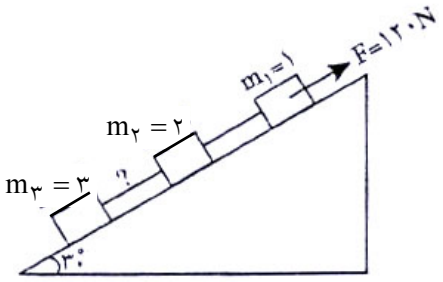
چون برآیند نیروها صفر است، شتاب نیز صفر و حرکت یکنواخت خواهد بود (قانون اول نیوتن).

ت) $F = ۳۷/۵N$

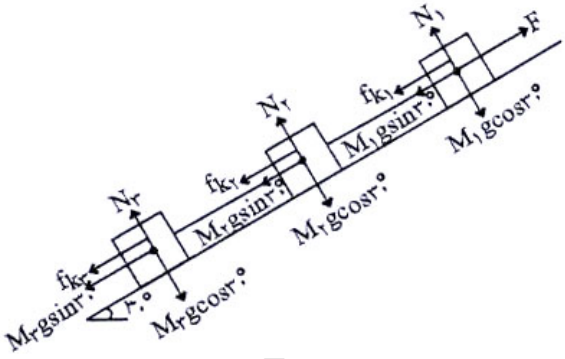
$$\sum F = \sum F_x = F - f_k = ۳۷/۵ - ۲۵ \Rightarrow \sum F = ۱۲/۵N$$
$$\sum F = Ma \Rightarrow a = \frac{۱۲/۵}{۵} \Rightarrow a = ۲/۵\ m/s^۲$$

شتاب مثبت و حرکت تند شونده است.

مثال: در شکل روبرو وزنه های ۱، ۲ و ۳ کیلوگرمی توسط نیروی $F = ۱۲۰N$ روی سطح شیب دار بالا کشیده می شوند. اگر ضریب اصطکاک برای تمام وزنه ها $\mu = \frac{۱}{۱۲}$ باشد، کشش نخ بین وزنه های $m_۲$ و $m_۳$ را بیابید. $(g = ۱۰N/kg)$



پاسخ: روش اول: اول برای آن که بتوانیم شتاب حرکت دستگاه را حساب کنیم، نیروهای وارد بر جسم را شناسایی می کنیم. به شکل روبرو به دقت نگاه کنید:



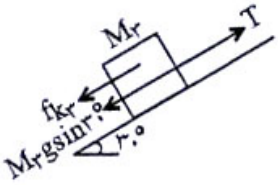
حالا نیروهای اصطکاک هر یک از اجسام را محاسبه می کنیم:

$$f_{k_۱} = \mu_{k_۱} N_۱ = \mu_{k_۱} M_۱ g Cos۳۰^\circ = \frac{۱}{۱۲} \times ۱ \times ۱۰ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۵\sqrt{۳}}{۱۲} N$$
$$f_{k_۲} = \mu_{k_۲} N_۲ = \mu_{k_۲} M_۲ g Cos۳۰^\circ = \frac{۱}{۱۲} \times ۲ \times ۱۰ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۵\sqrt{۳}}{۶} N$$
$$f_{k_۳} = \mu_{k_۳} N_۳ = \mu_{k_۳} M_۳ g Cos۳۰^\circ = \frac{۱}{۱۲} \times ۳ \times ۱۰ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۵\sqrt{۳}}{۴} N$$

به کمک قانون دوم نیوتن شتاب حرکت را محاسبه می کنیم:

$$\sum F = Ma \Rightarrow F - (f_{k_۱} + f_{k_۲} + f_{k_۳} + M_۱ g Sin۳۰^\circ + M_۲ g Sin۳۰^\circ + M_۳ g Sin۳۰^\circ) = (M_۱ + M_۲ + M_۳)a$$
$$\Rightarrow a = \frac{۱۲۰ - [\frac{۵\sqrt{۳}}{۱۲} + \frac{۵\sqrt{۳}}{۶} + \frac{۵\sqrt{۳}}{۴} + (۱ \times ۱۰ \times \frac{۱}{۲}) + (۲ \times ۱۰ \times \frac{۱}{۲}) + (۳ \times ۱۰ \times \frac{۱}{۲})]}{۱ + ۲ + ۳} \Rightarrow a = \frac{۱۲۰ - \frac{۵\sqrt{۳}}{۲} - ۳۰}{۶} = (۱۵ - \frac{۵\sqrt{۳}}{۱۲}) m/s^۲$$

تازه می رویم به سراغ نیروی کشش نخ بین $M_۲$ و $M_۳$.

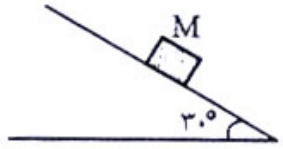


$$\sum F = Ma \Rightarrow T - (f_{k_۳} + MgSin۳۰^\circ) = M_۳ a$$
$$\Rightarrow T - (\frac{۵\sqrt{۳}}{۴} + ۱۵) = ۳ \times (۱۵ - \frac{۵\sqrt{۳}}{۱۲}) \Rightarrow T = ۶۰N$$

روش دوم: دستگاه ۶ کیلوگرمی با نیروی ۱۲۰ نیوتن کشیده می شود. برای آن که جرم ۳ کیلوگرمی را با همان وضعیت بالا بکشیم، چند نیوتن نیرو بر $M_۳$ اعمال کنیم؟

$$\frac{T}{M_۳} = \frac{F}{M_۱ + M_۲ + M_۳} \Rightarrow \frac{T}{۳} = \frac{۱۲۰}{۱ + ۲ + ۳} \Rightarrow T = ۶۰N$$

مثال: در شکل مقابل جسم **M** از حال سکون شروع به لغزیدن می کند و پس از پیمودن **۹ m** سرعتش به **۶ m/s** می رسد. ضریب اصطکاک میان جسم و سطح شیب دار کدام است؟

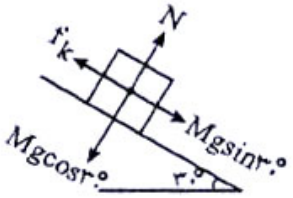


۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۱۰}$
۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۵}$
۳) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۵}$
۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

پاسخ: گام اول: از رابطه ی مستقل از زمان شتاب حرکت را محاسبه می کنیم:

$$V^۲ - V_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow a = \frac{V^۲ - V_۰^۲}{۲\Delta x} = \frac{۶^۲ - ۰^۲}{۲\times ۹} = ۲\frac{m}{s^۲}$$

گام دوم: با توجه به شکل مقابل قانون دوم نیوتن را اعمال می کنیم:

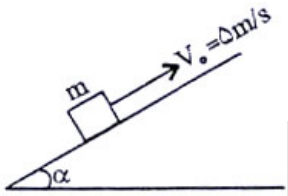


$$\sum F_x = Ma \Rightarrow MgSin۳۰^\circ - \mu_k MgCos۳۰^\circ = Ma$$

$$\Rightarrow a = gSin۳۰^\circ - \mu_k gCos۳۰^\circ = g(Sin۳۰^\circ - \mu_k Cos۳۰^\circ) \Rightarrow ۲ = ۱۰(\frac{۱}{۲} - \mu_k \frac{\sqrt{۳}}{۲})$$

$$\Rightarrow \mu_k = \frac{\sqrt{۳}}{۵}$$

مثال: در شکل مقابل وزنه ی **m** روی سطح شیب دار با سرعت اولیه ی **۵ m/s** به حرکت درمی‌آید. اگر $Sin\alpha = ۰/۶$ و ضریب اصطکاک بین وزنه و سطح شیبدار ۰/۵ باشد، وزنه چند متر روی سطح بالا می رود؟



۱) ۱/۲۵ ۲) ۰/۸

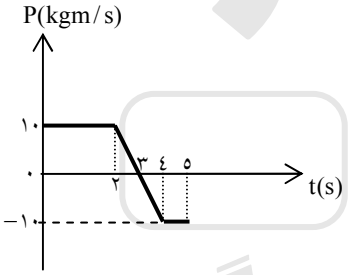
۳) ۱ ۴) ۲

پاسخ:

$$a = -g(Sin\alpha + \mu_k Cos\alpha) = -۱۰[۰/۶ + (۰/۵\times ۰/۸)] = -۱۰ m/s^۲$$

$$V^۲ - V_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{V^۲ - V_۰^۲}{۲a} = \frac{۰ - ۵^۲}{۲\times(-۱۰)} \Rightarrow \Delta x = ۱/۲۵ m$$

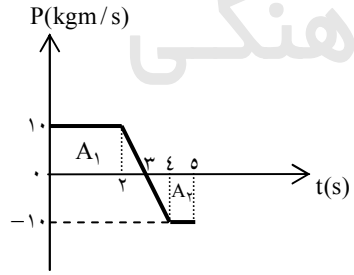
مثال: نمودار «تکانه - زمان» یک جسم ۵ کیلوگرمی مطابق شکل مقابل است. جابه‌جایی این جسم در ۵ ثانیه ی اول چند متر است؟



پاسخ:

$$m\Delta x = A_۱ + A_۲ \Rightarrow \Delta x = \frac{A_۱ + A_۲}{m}$$

بنابراین اگر $A_۱$ و $A_۲$ را حساب کنیم، مسأله به راحتی حل خواهد شد:



$$A_۱ = \frac{۲+۳}{۲}\times ۱۰ = ۲۵ kgm$$

$$A_۲ = \frac{۱+۲}{۲}\times(-۱۰) = -۱۵ kgm$$

$$\Delta x = \frac{۲۵ + (-۱۵)}{۵} \Rightarrow \Delta x = ۲ m$$

مؤسسه آموزشی فرهنگی

فصل ۴: کار و انرژی

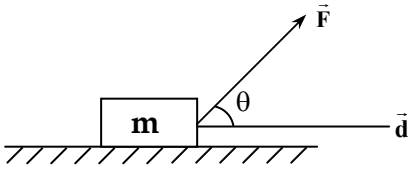
۱- کار به صورت حاصل ضرب نیرو در جابه‌جایی تعریف می‌شود. پس اگر نیروی $\vec{F}$ به جسمی وارد شود و آنرا به اندازه‌ی $\vec{d}$، جابه‌جا کند، کار نیروی ثابت **F** با رابطه‌ی مقابل داده می‌شود:

$$W_F = \vec{F}.\vec{d}$$

۲- یکای کار $N\cdot m$ است که ژول نامیده می‌شود. این یکا را با نماد **J** نمایش می‌دهیم.

۳- کار یک کمیت نرده‌ای است و اگر مثلاً کار را با چند جابه‌جایی متوالی انجام دهیم، کار کل را می‌توان از جمع جبری کار انجام شده در تک‌تک جابه‌جایی‌ها به‌دست آورد.

۴- هنگامی که نیروی وارد به جسم مطابق شکل با بردار جابه‌جایی زاویه‌ی θ می‌سازد، کار نیروی ثابت **F** به‌صورت زیر تعریف می‌شود:



$$W = Fd\cos\theta$$

اگر $\theta = 0^\circ$ باشد رابطه‌ی $W = Fd$ به‌دست می‌آید.

۵- کار برآیند نیروها را می‌توان با جمع کردن کار هر یک از نیروها نیز به‌دست آورد.

۶- در مورد شخصی که سطل آبی را با سرعت ثابت حمل می‌کند، نیروی افقی وارد به سطل صفر است، لذا شخص برای حمل سطل، با سرعت ثابت، کاری انجام نمی‌دهد (مفهوم فیزیکی کار، مفهومی جدای از کاربرد روزمره‌ی این عبارت است.)

۷- انرژی جنبشی جسمی به جرم **m** و سرعت **V** با رابطه‌ی $K = \frac{1}{2}mV^2$، داده می‌شود.

۸- قضیه‌ی کار و انرژی رابطه‌ی بین کار و تغییر انرژی جنبشی را بیان می‌کند.

$$(I)\ W = Fd \qquad (II),(III) \Rightarrow F = m\frac{V_2^2 - V_1^2}{2d}\ (IV)$$

$$(II)\ F = ma \qquad (I),(IV) \Rightarrow W = \frac{1}{2}mV_2^2 - \frac{1}{2}mV_1^2 = K_2 - K_1$$

☑ قضیه کار و انرژی:

$$(III)\ V_2^2 - V_1^2 = 2ad \qquad W = K_2 - K_1$$

۹- کار نیروی برآیند وارد بر روی یک جسم در یک جابجایی برابر است با تغییر انرژی جنبشی جسم در آن جابجایی.

۱۰- سرعت برخورد جسمی (با زمین) را بدست آورید که از ارتفاع **h** رها می‌شود:

$$\text{انرژی اولیه} = mgh = \frac{1}{2}mV_2^2 - \frac{1}{2}m\cancel{V_1^2}^{\,0} \Rightarrow V_2 = \sqrt{2gh}$$

در مثال فوق اگر سرعت جسم در ارتفاع $\frac{3}{4}h$ را خواسته بود، بجای **h** در رابطه‌ی فوق $\frac{1}{4}h$ قرار داده و در نتیجه $V_2 = \sqrt{\frac{gh}{2}}$.

۱۱- انرژی پتانسیل گرانشی، انرژی‌ای است که جسم به علت ارتفاعش از سطح زمین دارد.

☑ انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم در یک نقطه نسبت به زمین برابر است با کاری که انجام می‌دهیم تا جسم را با سرعت ثابت از سطح زمین تا نقطه یاد شده منتقل کنیم. بنابراین انرژی پتانسیل گرانشی از رابطه‌ی $U = mgh$ بدست می‌آید (در ارتفاع **h**)

☑ انرژی پتانسیل فنر در یک وضعیت کشیده (یا فشرده‌ی) خاص، نسبت به حالت آزاد فنر، برابر است با کاری که انجام می‌دهیم تا آنرا از حالت آزاد با سرعت ثابت به وضعیت یاد شده برسانیم.

☑ کاری که برای نزدیک کردن دوبار و دور کردن آن‌ها انجام می‌دهیم، بصورت انرژی پتانسیل الکتریکی در دو بار ذخیره می‌شود.

۱۲- انرژی مکانیکی جسم به صورت مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل آن مشخص می‌شود ($E = U + K$). در سقوط آزاد، انرژی مکانیکی جسم پایسته است و دائماً از انرژی پتانسیل کاسته و به انرژی جنبشی آن افزوده می‌شود.

در صورتیکه نیروی اصطکاک جنبشی (یا نیروی اتلاف کننده دیگری چون مقاومت هوا) به جسم وارد شود، انرژی مکانیکی پایسته نخواهد بود.

۱۳- توان متوسط $(\overline{P})$ بصورت کار انجام شده در واحد زمان تعریف می‌شود:

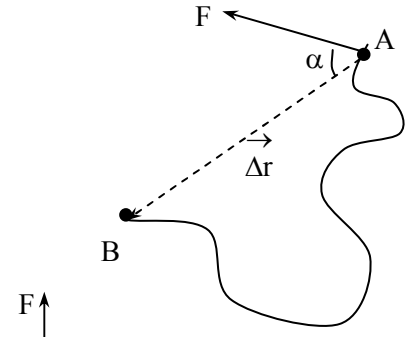
$$\overline{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

واحد توان در **SI** ژول بر ثانیه J/s است که وات (**W**) نامیده می‌شود. بدیهی است که با کم شدن مدت زمان انجام کاری معین و یا انجام کار بیشتر در زمان معین، توان مقدار بیشتری خواهد داشت.

☑ (انرژی تلف شده- انرژی ورودی = کار مفید)

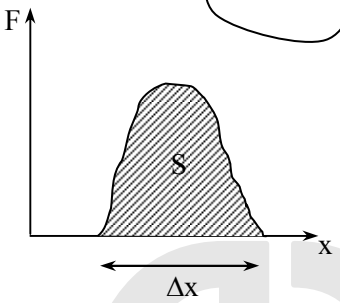
$$\text{توان} = \frac{\text{کار مفید}}{\text{زمان انجام کار}}$$

۱۴- کار یک نیروی ثابت بین دو نقطه به چگونگی مسیر بین دو نقطه بستگی ندارد و برابر است با حاصلضرب اندازه نیرو در تصویر بردار فاصله‌ی بین دو نقطه در راستای نیرو.



$$W_F = F\Delta r\cos\alpha$$

۱۵- مساحت محصور بین نمودار «نیرو ـ مکان» با محور مکان‌ها نشان‌دهنده اندازه‌ی کار انجام‌شده در آن فاصله می‌باشد.



$$S = F.\Delta x = W$$

۱۶- با توجه به اینکه نیروی اصطکاک معمولاً مخالف حرکت می‌باشد، لذا کار این نیرو در این شرایط منفی می‌باشد. در یک سیستم مقدار انرژی‌ای که صرف غلبه بر اصطکاک می‌شود به طور کامل تبدیل به گرما می‌گردد به‌طوری که مقدار گرمای تولید شده در یک سیستم برابر است با قدر مطلق کار نیروی اصطکاک.

$$Q = \left|W_{F_f}\right|$$

۱۷- نیروهای غیرپایستار: نیروهایی می‌باشند که کار انجام شده برای غلبه بر آنها تلف شده و تبدیل به صورت دیگری از انرژی مثل گرما می‌شود و کار چنین نیروهایی بستگی به چگونگی مسیر بین دو نقطه دارد. از جمله نیروهای ناپایستار می‌توان نیروی اصطکاک را نام برد.
نیروهای پایستار: نیروهایی که کار انجام شده برای غلبه بر آنها در سیستم تلف نمی‌شود و به صورت نوعی از انرژی مکانیکی یعنی انرژی پتانسیل در سیستم ذخیره می‌شود. کار نیروهای پایستار بین دو نقطه به چگونگی مسیر بین دو نقطه بستگی ندارد و فقط بستگی به شرایط نقاط ابتدایی و انتهایی دارد. از جمله نیروهای پایستار می‌توان نیروی وزن، نیروی فنر و نیروی الکتریکی را نام برد.

۱۸- انرژی جنبشی $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\frac{P}{m})^2 \Rightarrow E_k = \frac{P^2}{2m}$ اندازه حرکت $P = mv \Rightarrow v = \frac{P}{m}$

۱۹- انرژی پتانسیل: انرژی‌ای است نهفته در یک سیستم که با غلبه بر یک نیروی پایستار ذخیره می‌شود. تغییرات انرژی پتانسیل یک سیستم برابر است با منهای کار نیروی پایستار: $W_F = -\Delta E_P$ پایستار

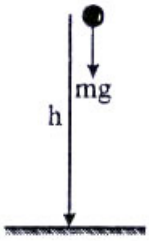
۲۰- قانون بقای (پایستگی) انرژی مکانیکی: هر گاه در یک سیستم کار نیروی ناپایستار صفر باشد، انرژی مکانیکی یک جسم یعنی مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل مقداری است ثابت و میزان افزایش هر یک از آنها برابر میزان کاهش دیگری است.

$$E_{M_1} = E_{M_2} \Rightarrow E_{k_1} + E_{P_1} = E_{k_2} + E_{P_2} = \ldots\ldots\ldots$$

۲۱- اگر در سیستمی کار نیروهای غیرپایستار مخالف صفر باشد، انرژی مکانیکی بقاء ندارد بلکه در این سیستم تغییرات انرژی مکانیکی برابر است با کار نیروهای غیر پایستار.

$$(E_{k_2} + E_{P_2}) - (E_{k_1} + E_{P_1}) = W_F \text{ ناپایستار}$$

مثال: جسمی در شرایط خلأ از ارتفاع ۵۰ متری سطح زمین رها می‌شود. در لحظه ی رسیدن به زمین سرعت آن چند متر بر ثانیه است؟
پاسخ: در صورت صرف نظر کردن از مقاومت هوا، تنها نیروی وارد بر جسم، وزن آن خواهد بود.
وقتی که جسم به اندازه ی **h** سقوط کند، وزن آن چه قدر کار انجام می‌دهد؟



$$W_{mg} = FdCos\alpha = mghCos0^\circ = mgh$$

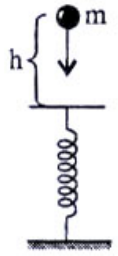
طبق قضیه ی کار- انرژی:

$$W = \Delta K \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_0^2$$

از طرفی جسم در ابتدا ساکن بوده است، لذا:

$$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mV^2 - 0 \qquad \Rightarrow V^2 = 2gh \Rightarrow V = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\times 10\times 50} = 10\sqrt{10}\,m/s$$

مثال: گلوله ای به جرم **m** از ارتفاع **h** بالای فنری به ثابت **k** رها می‌شود و پس از برخورد به فنر آن را به اندازه ی **x** فشرده می‌کند. **k** برابر است با: (از مقاومت هوا صرف نظر شود.)



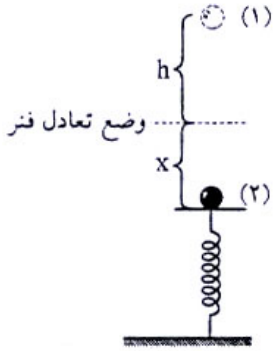
۱) $\frac{2mg(h+x)}{x^2}$ ۲) $\frac{2mg(h-x)}{x^2}$

۳) $\frac{mg(h+x)}{2x^2}$ ۴) $\frac{mg(h-x)}{2x^2}$

پاسخ: گزینه‌ی (۱): چون هیچ نیروی ناپایستاری در این مسأله نداریم. انرژی مکانیکی پایسته است. لذا:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

با انتخاب وضع تعادل فنر به عنوان مبدأ پتانسیل گرانشی داریم:



$$U_1 = mgh$$

$$U_2 = -mgx + \frac{1}{2}kx^2$$

(توجه کنید که وضع تعادل فنر را سطح پتانسیل صفر در نظر گرفته ایم و در این صورت در نقطه ی (۲) انرژی پتانسیل هم از انرژی پتانسیل کشسانی و هم از انرژی پتانسیل گرانشی تشکیل شده است.)

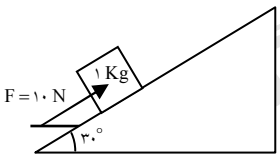
با توجه به این که در هر دو نقطه گلوله ساکن است: $K_1 = K_2 = 0$

لذا:

$$0 + mgh = 0 + (-mgx + \frac{1}{2}kx^2) \Rightarrow mg(h+x) = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow k = \frac{2mg(h+x)}{x^2}$$

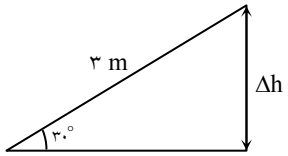
در واقع می‌توان گفت با سقوط جسم و کاهش ارتفاع آن به اندازه ی $h+x$ به اندازه ی $mg(h+x)$ از انرژی پتانسیل گرانشی کاسته می‌شود و این انرژی به صورت پتانسیل کشسانی ذخیره می‌شود.

مثال: مطابق شکل رو به رو جسمی به جرم **۱ kg** را بر روی سطح شیب داری با نیروی **۱۰ N** به اندازه **۳** متر به سمت بالای سطح شیب دار جابجا می‌کنیم.



اگر اصطکاک قابل صرف نظر کردن باشد، تغییر انرژی پتانسیل، تغییر انرژی جنبشی و تغییر انرژی مکانیکی چند ژول خواهد بود؟ ($g = 10\,N/kg$)

پاسخ: وقتی جسم را سه متر جا به جا کنیم، ارتفاعش چه قدر زیاد می‌شود؟



$$\Delta h = 1/5\,m$$

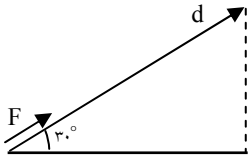
پس:

$$\Delta U = mgh = 1\times 10\times 1/5 = 15J$$

این از انرژی پتانسیل. حالا برویم سراغ تغییر انرژی مکانیکی:

$$\Delta E = \Delta W'$$

نیروهایی که بر جسم وارد می‌شوند، یکی وزن است که پایستار است، دیگری نیروی عمودی سطح است که اصلا کاری انجام نمی‌دهد و دست آخر هم نیرویی است که ما وارد کرده ایم که نیرویی ناپایستار است.



$$\Delta E = W_F = Fd = 10\times 3 = 30J$$

مشاهده می‌کنید که انرژی مکانیکی افزایش یافته است.

$$\Rightarrow 30 = \Delta K + 15 \Rightarrow \Delta K = 15J \quad \Delta E = \Delta K + \Delta U$$

مثال: یک موتور الکتریکی باری به جرم ۲۰ کیلوگرم را در مدت ۵ ثانیه، ۱۲ متر بالا می‌برد. توان مفید آن چند وات است؟ اگر بازده این موتور ٪۷۵ باشد، انرژی مصرفی این موتور و توان مصرفی آن چه قدر است؟ ($g = ۱۰ N/kg$)

پاسخ: کاری که موتور انجام می‌دهد، برابر است با:

$$W_{مفید} = mg\Delta h = ۲۰ \times ۱۰ \times ۱۲ = ۲۴۰۰ J$$

و توان آن برابر است با:

$$\overline{P}_{مفید} = \frac{W}{t} = \frac{۲۴۰۰}{۵} = ۴۸۰ W$$

حال انرژی ورودی (انرژی مصرفی):

$$\text{بازده} = \frac{W_{مفید}}{E} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۷۵ = \frac{۲۴۰۰}{E} \times ۱۰۰ \Rightarrow E = ۳۲۰۰ J$$

و نهایتاً توان مصرفی:

$$\overline{P}_{مصرفی} = \frac{E}{t} = \frac{۳۲۰۰}{۵} = ۶۴۰ W$$

مؤسسه آموزشی فرهنگی