



## دبیرخانه کشوری

### کیفیت بخشی به فرایند آموزش درس ریاضی

#### دوره اول متوسطه مستقر در زنجان



جمهوری اسلامی ایران

وزارت آموزش و پرورش

معاونت آموزش متوسطه

تالیف: حجت رستمی

رایانامه: [h.rostami5991@gmail.com](mailto:h.rostami5991@gmail.com)

#### مقدمه

نوع آموزش سنتی به شکل گیری تواناییهای نظیر خلاقیت، آفرینش، تحلیل و ارزشیابی منجر نمی‌شود. با این وجود تاکید اسناد بالادستی آموزش و پرورش ایران در سالهای اخیر به ایجاد شایستگی‌های شناختی و عاطفی در فراگیران موجب شده است تا کارشناسان حوزه تعلیم و تربیت بر جریان یاددهی و یادگیری در کلاس درس نگاهی دقیق‌تر داشته باشند. در دنیای پیش رو که رسانه‌های جمعی هر روز از شکلی به شکلی در آمده و همه گیر شده‌اند، افراد یک جامعه باید بتوانند اخبار و اطلاعات را به درستی ارزیابی و تحلیل نمایند و تا حد امکان سره را از ناسره تشخیص دهند. همچنین افراد باید به چنان سطحی از خلاقیت و آفرینش دست یابند تا بتوانند برای مسائل و معضلات روزمره زندگی راههای بهینه یافته و به حل آنها با کمترین هزینه ممکن اقدام نمایند. اکنون سوالی که پیش می‌آید این است که ریاضی در کجای این رویدادها ایستاده است و در این غوغای رسانه و فناوری چه کمکی می‌تواند بنماید. شاید بسیار اتفاق افتاده باشد که یک دانش‌آموز رشته انسانی یا فنی و نظیر آن از اولیای حوزه آموزش ریاضی پرسیده باشند که ریاضی به چه کار آنها می‌آید و یا خواهد آمد. به طور مثال فردی که در دوره دبیرستان رشته انسانی گذرانده و در رشته ادبیات فارسی در دانشگاه قبول و مدرک گرفته است از مطالعه گاه پر مشقت ریاضی چه عایدی به دست آورده است و اینکه (مثلاً) قضیه فیثاغورث که در هشتم متوسطه اول فرا گرفته است به شرط یادسپاری به کجای زندگی بزرگسالی او یاری خواهد رساند. شاید یک پاسخ این باشد که ریاضیات ابزار بسیار مهم برای ایجاد ورزیدگی ذهنی و ایجاد توانمندیهای شناختی نظیر آنچه بلوم طرح کرد باشد. اگر اشکال بالاتر شناختی در افراد شکل گرفته و تقویت شود، حاصل نه تنها بی فایده نخواهد بود بلکه برای هر فردی در هر شغلی و جایگاهی یاری رساننده خواهد بود. زیرا در این حالت صرف فراگیری قضیه فیثاغورث نیست که مهم است، بلکه آثار شناختی و عاطفی حاصل از آموزش ریاضی است که پر دوام و جهت دهنده خواهد بود. در این صورت هر فردی با هر گرایش شغلی و عاطفی بهره‌ای از خون بی‌پایان و دلپذیر ریاضی خواهد برد. اگر به ریاضی به عنوان یک ابزار مهم در امر ایجاد شایستگی‌های شناختی و عاطفی نگریسته شود، یک ادیب و زبان‌شناس، هنرمند، پزشک و دیپلمه و لیسانس و هر کس در هر جایگاه شغلی و علمی از آن نصیبی خواهد برد هر چند که بسیاری از آموخته‌هایشان از ریاضی فراموش شده یا ارزش عملی نیافته باشد.

پاسخ دیگر شاید آوردن ریاضی به حوزه زندگی واقعی و پیوند آن با فرایند زندگی فراگیران باشد. از این طریق نه تنها به تقویت حیطه‌ها یاری رسانده می‌شود بلکه ریاضی را برای آنها با معنی ساخته و حسی از تقدیر در آنها نسبت به ریاضی ایجاد می‌شود.

اکنون سوال دیگر این است که به فرض، این نگرشها به ریاضی مورد پذیرش باشد، چه ابزاری باید برای رسیدن به این اهداف تدارک دیده شده و با چه رویکردهایی به نتایج قابل قبول و مطلوب باید رسید.

دیگر اینکه با فرض رسیدن به چنین نتایجی، با چه ابزارهایی شایستگی‌های فراگیران را باید بسنجیم. در آموزش ریاضی مدارس ایران ارزشیابی عموماً با استفاده از آزمونهای کتبی و با سوالهایی در حد دانش و کاربرد و به ندرت در حد حیطه‌های بالای شناختی صورت می‌گیرد. ارزشیابی مستمر نیز به حل تمرینات کتاب در پای تخته خلاصه می‌شود که گاه دانش‌آموزان این امر را در حد محفوظات و از با کمک کتابهای حل المسائل که به وفور در بازار کتاب در دسترس است صورت می‌گیرد. بسیاری از مواقع این مدل ارزشیابی بنا به دلایلی منجر به بهبود فرایند آموزش ریاضی در بین فراگیران نمی‌گردد و کمتر شایستگی‌های دانش‌آموزان را می‌سنجد. علاوه بر این در مدلهای ارزشیابی موجود بسیار کمتر به زندگی واقعی و مسائل برآمده از آن توجه می‌شود.

در این متن بر آن هستیم تا در حد بزاعت به این امر اهتمام ورزیده و نگاهی مختصر به یکی از ابزارهای موجود یعنی ارزشیابی عملکردی بپردازیم. از آنجایی که این ارزشیابی نتیجه بلافصل دخالت حیطه‌های بالاتر شناختی نظیر تحلیل، ارزشیابی و آفرینش است؛ لذا خواننده علاقه‌مند می‌تواند به فایلی که در همین زمینه در دبیرخانه کیفیت‌بخشی به فرایند آموزش درس ریاضی، مستقر در زنجان تهیه و در سایت این دبیرخانه به آدرس [math.gam1.medu.ir](http://math.gam1.medu.ir) بارگذاری شده است رجوع نماید.

## ارزشیابی عملکردی

بسیاری از محققان حوزه علوم تربیتی بر این باورند که ارزشیابی عملکردی دارای ارزش آموزشی بیشتری نسبت به شیوه‌های سنتی ارزشیابی دانش‌آموزان است. این مدل از ارزشیابی به باور آنان دست‌آوردهای دانش‌آموزان را بهتر از سایر انواع ارزشیابی برآورد می‌کند. تعریف انجمن معلمان ریاضی آمریکا (NCTM) از ارزشیابی به صورت زیر است:

«ارزشیابی فرایند جمع‌آوری شواهد درباره دانش دانش‌آموزان، توانایی آنان در استفاده از این دانش و ساخت استنتاج از این شواهد برای اهداف گوناگون است.» مطابق با این تعریف، ارزشیابی عملکردی یک استراتژی ارزشیابی است که در آن شواهد یادگیری دانش‌آموز توسط خود دانش‌آموز و با انجام تکالیف عملکردی جمع‌آوری می‌شود. با این وجود اجماع کلی درباره تعریف و یا حتی تکالیف ارزشیابی عملکردی وجود ندارد. از نظر کارشناسان موسسه تیمز (TIMSS) ارزشیابی عملکردی به عنوان یکی از مولفه‌های مهم در هم‌سنجی بین‌المللی است و به صورت تکالیف عملی و منسجمی تعریف می‌شود که دانش‌متنی و اولیه دانش‌آموزان و توانایی آنان در استفاده از دانش ریاضی در جهت استدلال و حل مسئله را هدف گرفته است.

به باور برخی تکالیف عملکردی باید حداقل از دو ویژگی زیر برخوردار شوند.

(۱) اعتبار داشته باشد.

(۲) پایان باز باشند؛ یعنی وقتی دانش‌آموزان این تکالیف را حل می‌کنند لازم باشد نشان دهند که چگونه آن را به انجام می‌رسانند به عبارت دیگر یک تکالیف عملکردی باید فرایند کار و نحوه تفکر دانش‌آموزان را به نمایش بگذارد.

از نظر NCTM اعتبار یک تکلیف منوط به این است که

(الف) صحیح باشد؛

(ب) قابل فهم باشد؛

(پ) ترکیبی باشد یعنی برآمده از فرایندهای مهم زندگی واقعی باشد؛

(ت) غیرروتین و با معنی باشد و

(چ) برای دانش‌آموزان برانگیزاننده باشد.

این باور وجود دارد که تکالیف با این ویژگیها می‌توانند دانش‌آموزان را در استفاده از دانش و مهارتی که در کلاس درس می‌آموزند در دنیای واقعی برانگیزانند و حس قدرشناسی آنان را نسبت به ریاضی به واسطه مفید بودن آن ایجاد نمایند.

ویژگی (۲) از یک آزمون عملکردی بیان شده در بالا خود دارای دو وجه است:

(الف) مسیرهای متعددی برای رسیدن به جواب وجود دارد.

(ب) چندین جواب قابل قبول دارند.

این ویژگیها باعث می‌شود تا این نوع از تکالیف به درجات بالاتری از تفکر نیاز داشته باشند. به طور مثال به سوال زیر توجه کنید:

**سوال:** در جول زیر اطلاعاتی درباره نوع منازل مسکونی موجود در شهر زنجان در سه دهه گذشته آورده شده است.

(الف) یک نمودار دایره‌ای از توزیع انواع منازل مسکونی در سال ۱۳۹۵ رسم کنید.

(ب) نمودار دایره‌ای توزیع در سال ۱۴۰۰ را رسم کرده و پاسخ خود را تشریح کنید.

#### توزیع نوع منزل مسکونی در شهر زنجان

نوع منزل	۱۳۷۰	۱۳۸۰	۱۳۹۰
خانه‌های ویلایی	۶۸/۵	۸۴/۶	۸۸/۰
آپارتمانهای سازمانی	۲/۳	۴/۱	۶/۰
آپارتمانهای شخصی	۸/۵	۷/۰	۵/۱
سایر موارد	۲۰/۷	۴/۳	۰/۹

این تکلیف دانش‌آموزان را با دانش انواع خانه‌های مسکونی در شهر زنجان و تغییرات توزیع انواع خانه‌ها در سه دهه اخیر آشنا می‌سازد. انجام تکلیف نیازمند این است که دانش‌آموزان بتوانند توزیع احتمالی در ده سال بعد را بر پایه اطلاعات داده شده پیش‌بینی نمایند. برای داشتن یک پیش‌بینی منطقی و مستدل دانش‌آموزان باید از دانش خود در رسم نمودارهای دایره‌ای و تجارب زندگی واقعی خود بهره بگیرند تا بتوانند روند تغییرات را در انواع خانه‌ها و عوامل مرتبط با آن که ممکن است در ایجاد این تغییرات موثر باشند درک نمایند.

در میان پنج نوع از خانه‌ها تغییرات آپارتمان‌های ساخته شده توسط دولت و آپارتمان‌های شخصی‌ساز در طول سی سال گذشته ثابت مانده است؛ در حالیکه برای دو نوع دیگر با سرعت بیشتری در همان دوره سی ساله تغییر وجود دارد که استنباط دانش‌آموز از آن می‌تواند چنین باشد که این امر به دلیل کاهش خانه‌های از نوع بند آخر جدول است. با فرض این که پاسخ جامع و استاندارد برای این سوال وجود نداشته ندارد، سه معیار ارزیابی دانش‌آموزان توسط معلم را به صورت زیر می‌توان در نظر گرفت:

الف) روند تغییر باید با دوبازه زمانی قبلی هماهنگ باشد.

ب) مجموع همه درصدها در نمودار دایره‌ای باید ۱۰۰ شود.

پ) استدلال‌های ارائه شده برای بخش پیش‌بینی باید معقولانه و عملی باشد.

### استانداردهای مهارتی ریاضی دانش‌آموزان متوسطه اول

دانش‌آموزانی که دارای مهارت هستند مفهوم کمیت‌ها و رابطه بین آنها را در موقعیت‌های مسئله درک می‌کنند، از دو توانمندی مکمل هم در جهت حل مسائلی که شامل روابط کمی هستند بهره می‌برند. این دو توانمندی عبارتند از:

۱) جداسازی از متن: مجردسازی یک وضعیت داده شده و بیان و مدلسازی ریاضی آن و کار با این نمادهای ریاضی بدون توجه به مرجع و خاستگاه این نمادها (این مدل ریاضی را به عنوان یک موجود و واقعیت مستقل در نظر می‌گیرد).

۲) توانایی آوردن به متن: در این حالت در صورت لزوم دانش‌آموز قادر است در حین فرایند حل مسئله نمادها و متغیرهای ریاضی را به خاستگاه اصلی آن بازگرداند.

### استدلال کمی

در بردارنده رفتارهایی از قبیل بیان منسجم مسئله معین، در نظر گرفتن واحدهایی که در آن دخیلند، توجه به معنای کمیت‌ها، دانستن نه فقط چگونگی محاسبه آنها بلکه فهم و استفاده انعطاف‌پذیر از ویژگی‌های مختلف عمل‌ها و موضوعات است.

### استفاده صحیح از ابزار

دانش‌آموزان دارای مهارت ابزارهای موجود را هنگام حل یک مسئله ریاضی در نظر می‌گیرند.

این ابزار می‌تواند شامل کاغذ و خودکار مدل‌های عینی، خط‌کش، یک نقاله، یک ماشین حساب، یک صفحه گسترده، یک دستگاه رایانه، بسته آماری یا نرم‌افزار پویای هندسی باشد.

دانش‌آموزان ماهر در حد کفایت با ابزارهای مناسب پایه تحصیلی خود در جهت به کار بستن آنها و اینکه کدام یک از آنها در کدام قسمت از حل مسئله ریاضی مناسب است آگاهی دارند. برای مثال دانش‌آموزان ماهر مدارس متوسطه نمودار توابع را تجزیه تحلیل می‌کنند و جواب‌های حاصل را با استفاده از دستگاههای رایانه‌ای رسم نمودار بررسی مجدد می‌نمایند. آنها خطاهای احتمالی را به طور حدسی و یا توسط دیگر دانسته‌های ریاضی می‌توانند برآورد نمایند. آنها هنگامیکه مدل‌های ریاضی را بوجود می‌آورند می‌دانند که تکنولوژی قادر است به آنها در پیش‌بینی پاسخ سوال، تجسم درست مسئله و مقایسه داده‌ها یاری رساند. دانش‌آموزان ماهر در

هر پایه‌ای از ریاضیات می‌توانند منابع مرتبط بیرونی نظیر متون بر خط و غیربرخط قرار گرفته در وب علاوه بر این آنها نحوه استفاده از این ابزارها را در جهت در حل یا طرح مسئله می‌دانند. آنها قادرند از ابزارهای فن‌آورانه در جهت کشف و عمق‌بخشی دانسته‌های ریاضی خویش بهره‌گیرند.

### بیان استدلال‌های قوی و نقد استدلال‌های دیگران

دانش‌آموزانی که به مهارت‌های ریاضی دست یافته‌اند، مفروضات مسئله را فهمیده و از آنها استفاده می‌کنند. آنها همچنین به خوبی تعاریف را درک کرده و از آن نتایج مستدل قبلی در استدلال‌آوریه‌های جدیدتر بهره‌می‌برند. آنها قادرند تا موقعیتهای مسئله را در جهت کشف درستی حدسیات خود بشکنند. آنها توانای قضاوت درباره درستی یا نادرستی نتایج خود و گفتگو درباره آنها با دیگران و پاسخ به استدلال‌های دیگران را دارند. آنها به طور استقرایی درباره داده‌ها علت‌یابی کرده و قادرند استدلال‌های قابل قبولی را با در نظر گرفتن شرایط زمینه‌ای که این داده‌ها به آن تعلق دارند بسازند. همچنین دانش‌آموزانی که مهارت‌های ریاضی لازم را کسب کرده‌اند قادرند به شکل موثری دو استدلال باورپذیر را با همدیگر مقایسه نموده و منطق صحیح آنها را تشخیص دهند یا نقص‌های منطقی و استدلالی آنها را بیان دارند (اگر دارای نقصی باشند).

### حرکت به سوی دقت

دانش‌آموزان دارای مهارت مناسب ریاضی باید سعی کنند در ایجاد ارتباط با دیگران و مباحثه با افراد دقیق عمل نمایند. آنها باید تعاریف و استدلال‌های روشنی ارائه دهند و معنی نمادهای مورد استفاده خود را به روشنی بیان داشته و در طول بحث یا مکاتبه این نمادها ثابت باقی بمانند و خود یا علامت مورد استفاده برای آنان تغییر نکنند. دانش‌آموزان دارای مهارت مناسب ریاضی در استفاده از اندازه‌گیری به واحدها توجه داشته و در برچسب‌گذاری محورهای مختصات دقت می‌نمایند. آنها در محاسبه دقیق عمل کرده و پاسخهای عددی را با میزان مناسبی از دقت ارائه می‌دهند. دانش‌آموزان پایه ابتدایی دانش‌آموزان توضیحات رسمی شده را مبادله می‌نمایند که با گذشت زمان و به خصوص در پایه‌های بالاتر (نهم به بعد) یاد می‌گیرند که ادعاها را ارزیابی و آنها را روشن سازند و در این مسیر از تعاریف به درستی استفاده نمایند.

دانش‌آموزان در پایه‌های متوسطه که دارای مهارت‌های ریاضی هستند، قادرند با شنیدن ادله یک بحث و بیان پرسش‌های مفید به روشن‌تر شدن و بهبود و اصلاح آنها اقدام ورزند.

### فهم مسائل و استقامت در حل آنها

دانش‌آموزان دارای مهارت کافی ریاضی در حل یک مسئله ابتدا آن را به زبان خود بیان می‌کنند و در ادامه به جستجوی نقاط ورودی مسئله می‌گردند. آنها داده‌ها، شرایط، روابط و اهداف مسئله را مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌دهند و به جای این که مستقیماً تلاش نمایند به حل آن بپردازند، درباره نوع و ابزارهای حل مسئله و مسیر یا مسیرهایی که می‌توانند برای حل آن در پیش بگیرند حدسیه ارائه می‌دهند. آنها سعی می‌کنند تا مسائل مشابه با این مسئله و روش حل آنها را بررسی و موارد خاص و اشکال ساده‌تر از مسئله اصلی را حل نمایند تا از این طریق به شهودی درباره حل مسئله اصلی دست یابند. آنها در این راستا به طور مداوم پیشرفت خود را زیر نظر دارند و با ارزیابی آن در صورت لزوم به تغییر استراتژی و روش حل مسئله دست می‌زنند.

دانش‌آموزان پایه‌های بالاتر ممکن است بافت و خاستگاه مسئله را در نظر گرفته و از ابزارهای رایانه‌ای و نرم‌افزاری در جهت حل مسئله استفاده نمایند. دانش‌آموزان دارای مهارت مناسب ریاضی می‌توانند بین ارتباط بین معادلات، توصیف زبانی، جداول و نمودارها را توضیح دهند. نمودار ویژگی‌های مهم روابط آنها را رسم و روند یا ضابطه آنها را مورد کاوش قرار دهند. دانش‌آموزان جوان‌تر ممکن است برای حل مسئله به اشیاء و تصاویر عینی متوسل شوند تا از این طریق اندیشه درستی درباره مسئله و راه حل آن کسب کنند. دانش‌آموزان دارای مهارت ریاضی پاسخهای خود را واری کرده و از روشهای مختلفی بهره می‌برند و مدام از خود می‌پرسند: «آیا پاسخ کسب شده با معنی است.» آنها همچنین می‌توانند رویکردهای دیگران را در حل مسائل پیچیده بفهمند و ارتباط بین راه‌حل‌های مختلف را تشخیص دهند.

## تکالیف ارزشیابی عملکردی

### تکلیف ۱: فرشها (سال هشتم)

هدف این تکلیف برآورد میزان دانسته‌های دانش‌آموزان از مفاهیمی چون اعداد اصم، قضیه فیثاغورث و چگونگی استفاده آنان از این مفاهیم در محاسبه محیط اشکال هندسی است.

یک دانش‌آموز باید چگونگی محاسبه محیط اشکال مختلفی شامل مستطیل، مثلث و دایره را بداند.

دانش‌آموزان باید بتوانند از اعداد اصم معمولی چون  $\sqrt{2}$  استفاده کنند. یک دانش‌آموز پایه نهم باید بتواند در جهت برآورد محیط تقریبی یک شکل هندسی، اعداد اصم را با استفاده از اعداد گویا تقریب بزند. دانش‌آموزان باید قادر باشند اضلاع یک مثلث را با کمک قضیه فیثاغورث محاسبه کنند.

سرفصل‌های مربوط به این ارزشیابی عبارتند از:

### اعداد اصم و قضیه فیثاغورث

#### دستگاه اعداد

بداند که اعدادی هستند که گویا نیستند و بتواند آنها را با استفاده از اعداد گویا تقریب بزند.

از تقریب‌های گویای اعداد اصم در جهت مقایسه اندازه اعداد اصم بهره بگیرد و آنها را به طور تقریبی روی محور اعداد نشان دهد و اندازه عبارتهای اصم (مثلاً  $\sqrt{2}$ ،  $\sqrt{2}$ ،  $1 - \sqrt{2}$  و نظیر آنها) را تخمین بزند.

#### هندسه

فهم به کارگیری قضیه فیثاغورث

از قضیه فیثاغورث برای تعیین اندازه ضلع مجهول مثلث قائم الزاویه در زندگی واقعی و مسائل ریاضی دو و سه بعدی بتواند استفاده کند.

## اهداف تکلیف ۱

این مسئله این فرصت را ایجاد می‌کند که دانش‌آموزان:

الف) محیط اشکال را حساب کنند.

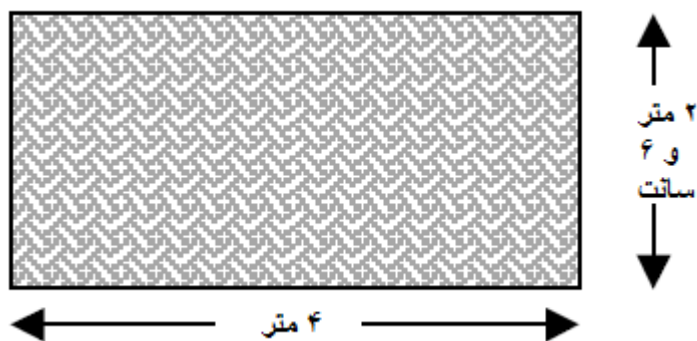
ب) از قضیه فیثاغورث استفاده نمایند.

## فرشها

پدر هادی در کارخانه تولید فرش کار می‌کند.

لبه هر فرش با شیرازه محدود می‌شود. شغل پدر هادی بریدن اندازه صحیح شیرازه برای هر یک از فرشهای تولیدی است.

۱) کارخانه نوعی فرش مستطیلی در ابعاد ۴ در  $\frac{2}{5}$  متر تولید می‌کند.



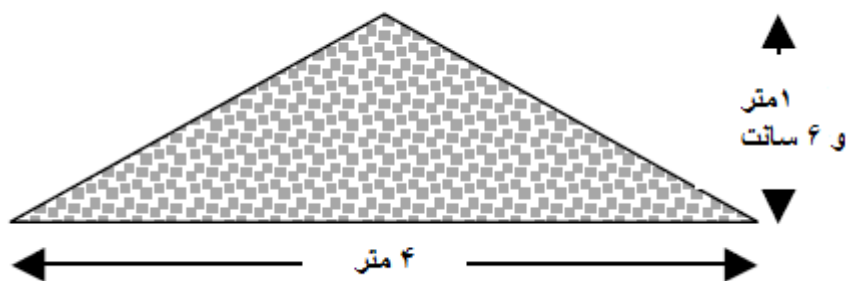
طول شیرازه‌ای که پدر هادی باید ببرد تا دور تا دور این فرش را دربرگیرد چه مقدار است

متر -----

روش کار خود را بنویسید.

۲) کارخانه نوعی فرش مثلثی تولید می‌کند. این فرش به شکل مثلث متساوی‌الساقین به طول ساق ۴ متر و ارتفاع عمود بر قاعده

$\frac{1}{6}$  متر است.

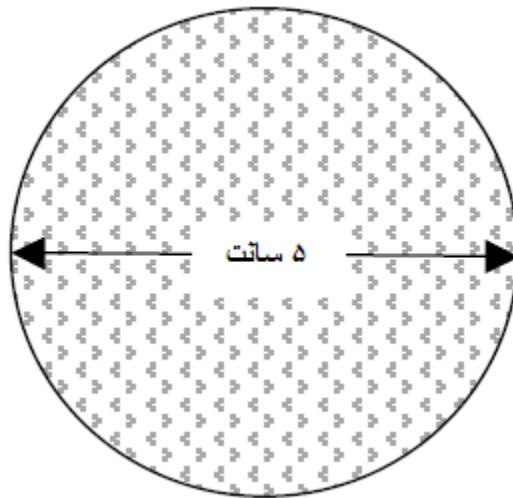


پدر هادی چه مقدار شیرازه باید برای دور تا دور هر کدام از این نوع فرش ها ببرد.

متر-----

روش خود را توضیح دهید.

۳) همچنین کارخانه یک نوع فرش دایره‌ای به قطر ۵ متر تولید می‌کند.



پدر هادی باید چه مقدار شیرازه برای دور تا دور هر کدام از این نوع فرشها ببرد.

متر-----

روش کار خود را توضیح دهید.

۴) در این کارخانه طرحی در دست است تا نوعی فرش نیم‌دایره به قطر ۵ متر تولید شود. پدر هادی فکر می‌کند که این نوع فرش نصف اندازه شیرازه‌ای که برای فرش سوال ۳ بریده است نیاز خواهد داشت. توضیح دهید که چرا تصور پدر هادی درست نیست.

چه مقدار شیرازه برای هر کدام از این نوع از فرشها لازم خواهد بود.

متر-----



بارم		تکلیف: فرشها
نمره قسمت	نمرات	مولفه‌های اصلی عملکردی مورد نیاز برای این تکلیف به صورت زیر است یافتن محیط اشکال استفاده از قضیه فیثاغورث بر این اساس امتیاز هر کدام از این عملکردها به صورت زیر است.
۱	۱	(۱) پاسخ صحیح: ۱۰ متر و نوشتن عملیات کار نظیر $2(4+2/5)$
۳	۱ ۱ ۱	(۲) پاسخ صحیح بدهد: ۶/۴ متر نمایش صحیح مراحل کار نظیر تلاش برای استفاده از قضیه فیثاغورث: $x^2 = 2^2 + 1/5^2 = 6/25$ جمع اضلاع (کناره‌ها) $2/5+2/5+4$
۲	۱ ۱	(۳) دادن پاسخ صحیح: ۱۶ متر یا ۵۸ متر نمایش انجام صحیح کار
۲	۱ ۱	(۴) آوردن توضیح صحیح مثلاً به صورت « درست است که بخش منحنی نیم‌دایره نصف محیط دایره است، اما خط مستقیم نیم‌دایره را نیز باید لحاظ کرد و به ۵ متر افزود دادن پاسخ صحیح: ۱۳ متر
۸		جمع نمرات

## تحلیل و بررسی نتایج

فعالیت را انجام دهید. کدام ایده‌های مهم ریاضی توسط این فعالیت سنجیده می‌شود.

به کار دانش‌آموزان خود در بخش اول فعالیت نگاه کنید. چه تعداد از دانش‌آموزان شما اعداد زیر را نوشته‌اند.

سایر	۱۳ و ۲۰ سانت	۶/۵	۱/۴	۱۲	۴۸	۱۳

کدامیک از دانش‌آموزان مفهوم مساحت و محیط را بجای هم استفاده کرده است چه بدفهمی‌های دیگری می‌توانید در بین دانش‌آموزان در پاسخ به این سوال بیابید.

اکنون به فعالیت یافتن محیط مثلث نگاه کنید. چه تعداد از دانش‌آموزان شما اعداد زیر را نوشته‌اند.

سایر	۶	۴	۱۸	۱۱	۲۴	۷	۹

چه تعداد از دانش‌آموزان شما سعی کرده‌اند از فرمول مساحت استفاده کنند؟

آیا آنها فهمیده‌اند که ۱۰۰ سانت یک متر است.

چه بدفهمی‌های دیگری منجر به جواب نادرست شده است.

چه تعداد از دانش‌آموزان تلاش کرده‌اند از قضیه فیثاغورث استفاده کنند؟

اکنون به فعالیت سوم نگاه کنید.

چه تعداد از دانش‌آموزان شما جوابهای زیر را نوشته‌اند.

سایر	۳۱/۴	۱۰	بدون پاسخ	۵/۷	۱۶ یا $5\pi$

آیا می‌توانید بفهمید چرا دانش‌آموزان به جواب ۱۰ یا  $31/4$  رسیده‌اند. بدفهمی‌های آنان چیست؟

آیا شواهدی از به کارگیری فرمول مساحت به جای محیط دیده می‌شود؟

آیا آنها سعی کرده‌اند که از هر دو فرمول در کنار هم استفاده کنند؟

در قسمت ۴ (محیط فرش نیم‌دایره‌ای) چه تعداد از دانش‌آموزان شما به اعداد زیر به عنوان جواب دست یافته‌اند.

۱۳	بدون پاسخ	۵	۱۵	۱۵/۷	۸	۲/۵	۱۰	سایر

آیا می‌توانید دلیل این جواب‌های نادرست از طرف دانش‌آموزان را بفهمید؟

این عبارتهای نادرست بیانگر چه بدفهمی‌هایی هستند؟

چرا فکر می‌کنید این تکلیف برای دانش‌آموزان سخت است؟

معنی این برای آموزش و رویه آموزشی چه می‌تواند باشد؟

## تکلیف ۲

### جشن (پایه تحصیلی نهم)

این تکلیف می‌کوشد تا دانسته‌های دانش‌آموزان و فهم آنان از روابط بین متغیرها و توابع را بسنجد. دانش‌آموزان باید قادر باشند تا موقعیتهای ریاضی را تجزیه تحلیل کرد و از مدلها برای مسائل شامل مسائل مرتبط با تغییر و کمیت بهره ببرد. یک دانش‌آموز باید

بتواند فرمولی برای یک معادله در جهت بیان ریاضی یک موقعیت ارائه دهد. دانش‌آموزان نیازمند به فهم عکس عملها و استراتژیهای برگشت به عقب هستند.

یک دانش‌آموز باید مشخص کند که چگونه اجزای مختلف یک نمودار بخشهای مختلفی از یک معادله را به نمایش می‌گذارند.

### استانداردهای متنی

تعریف، ارزیابی و مقایسه توابع

دانش‌آموز پایه نهم باید بفهمد که یک تابع قانونی است که به یک ورودی دقیقاً یک خروجی نسبت می‌دهد. نمودار یک تابع مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب شامل یک ورودی و یک خروجی متناظر با آن ورودی است (مختص طول و مختص عرض). استفاده از توابع در جهت مدل‌سازی روابط بین کمیتها

یک دانش‌آموز پایه نهم باید به صورت کیفی رابطه تابعی بین دو کمیت را با تجزیه و تحلیل یک نمودار توضیح دهد (به طور مثال کجا تابع افزایش یا کاهش می‌یابد، خطی است یا غیرخطی). برای تابعی که ضابطه آن داده شده است نموداری رسم کند که ویژگیهای کیفی آن را به نمایش بگذارد.

## اهداف تکلیف ۲

این مسئله فرصتی ایجاد می‌کند تا بتوان

الف) عملهای عددی را انتخاب و از آنها در متن بهره برد.

ب) یک فرمول جبری یافته و از آن استفاده کرد.

پ) فرمولها و نمودارها را به هم ربط داد.

سوال: پدر آرمین جشنی در یک هتل ترتیب داده است.



### هتل روئیا

مکانی برای جشن‌های پاه یادماندن شما

### هزینه

۳۰ نفر مهمان، ۷۵۰ هزار تومان

### پعلورد

۲۰ هزار تومان برای هر مهمان اضافی

(۱) در جشن آرمین ۶۰ مهمان شرکت خواهند داشت نشان دهید که هزینه او ۱۳۵۰ هزار تومان خواهد شد.

(۲) هزینه یک مهمان با ۱۰۰ نفر شرکت کننده در این هتل چقدر خواهد بود.

پاسخ خود را توضیح دهید.

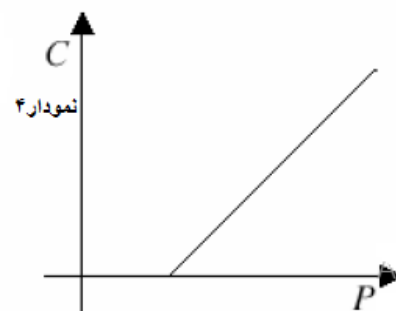
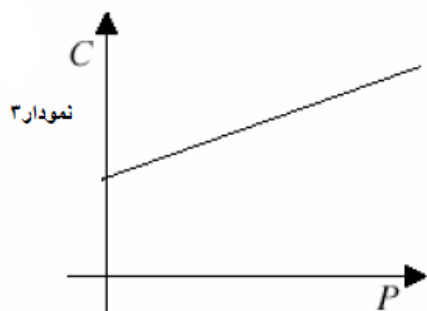
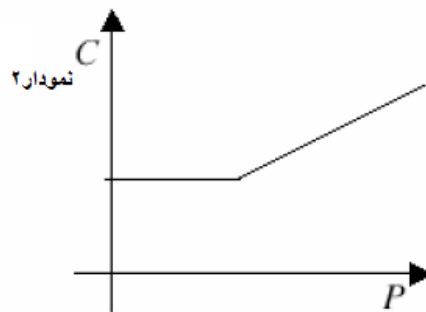
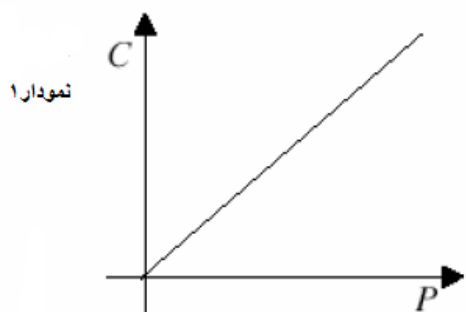
(۳) هزینه یک مهمانی با P شرکت کننده C تومان است. فرمولی بیابید که C را بر حسب P معین کند.

(۴) کل هزینه‌های جشن سارا ۱۷۵۰ هزار تومان شد. چه تعداد مهمان در این جشن حضور داشته‌اند.

محاسبات خود را بنویسید.

(۵) کدامیک از نمودارهای زیر رابطه بین تعداد مهمانان حاضر در جشن P و هزینه C را به درستی نشان می‌دهد.

نمودار-----



توضیح دهید چگونه به این پاسخ رسیدید (دلیل جواب خود را توضیح دهید).

بارم		تکلیف: جشن
نمره	نمرات	مولفه‌های اصلی این تکلیف عبارتند از انتخاب و استفاده از عملیات عددی در متن یافتن و استفاده از فرمول جبری یافتن رابطه بین ضابطه‌ها و نمودارها بر این اساس امتیاز هر سوال بصورت زیر باید در نظر گرفته شود.
۱	۱	(۱) نشان دادن مراحل لازم در محاسبه: $750 + 30 * 20 = 750 + 600 = 1350$ هزینه
۳	۱ ۱ ۱	(۲) دادن پاسخ صحیح سوال. ۲۱۵۰ نمایش روش انجام کار $750 + 70 * 20$

۳	۲ ۱ ۱	نوشتن فرمول صحیح $C=750+20(P-30)$ یا معادل با آن هنگامیکه $P>30$ $C=750+20P$
۲	۱ ۱	۴) دادن پاسخ صحیح ۸۰ نمایش مراحل کار نظیر $1750=750+20(P-30)$
۲	۱ ۱	۵) دادن پاسخ صحیح: نمودار ۲ بیان توضیح صحیح نظیر نمودار با یک خط افقی شروع می‌شود زیرا C برای ۳۰ نفر نخست ثابت بوده و پس از آن به صورت خطی افزایش می‌یابد.
۱۰		جمع نمرات

اکنون همانند تکلیف فرشها به بررسی پاسخهای دانش آموزان می‌توان پرداخت.

ما در ادامه مثالهای دیگری از تکالیف عملکردی البته بدون جزئیاتی که برای دو مثال قبلی آوردیم ارائه می‌دهیم. افراد علاقه‌مند می‌توانند جزئیاتی نظیر آنچه در بالا آورده شد برای تکالیف پایین درست کنند.

### کدام یک بزرگ تر است

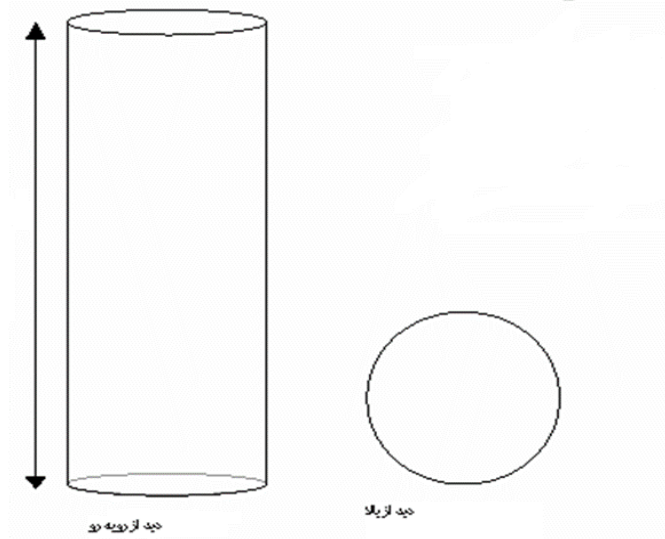
شکل زیر تصویر یک گلدان شیشه‌ای را از بالا و روبه رو نشان می‌دهد. هر دو تصویر به دقت و  $\frac{1}{2}$  اندازه واقعی رسم شده‌اند.

تعیین کنید کدام یک بزرگ تر است:

ارتفاع یا محیط گلدان واقعی؟

مطمئن شوید که کار را به درستی و کامل انجام داده‌اید.

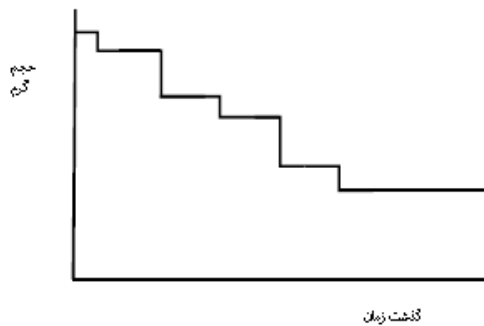
شما باید برای اندازه‌گیری از واحد سانتی متر استفاده کنید.



### نمودار سینا

سینا یک پاکت کشمش می خورد.

این نمودار نشان می دهد با گذشت زمان حجم کشمشها چگونه تغییر می کند.



۱- الف) وقتی نمودار عمودی است سینا چه کار می کند؟

ب) چرا خطهای عمودی طولهای متفاوتی دارند؟

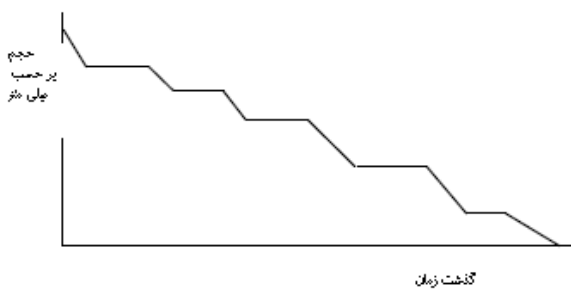
ج) آیا آرمین همه کشمشها را خورده است؟ از کجا فهمیدید؟

۲- آیلین با یک نی یک لیوان آب میوه را می نوشد.

نمودار حجم آب میوه را نسبت به گذشت زمان نشان می دهد.

الف) وقتی خط نمودار افقی است چه اتفاقی می افتد؟

ب) در این تصویر چرا خطوط نمودار رو به پایین می روند و یک گوشه



درست می‌شود؟

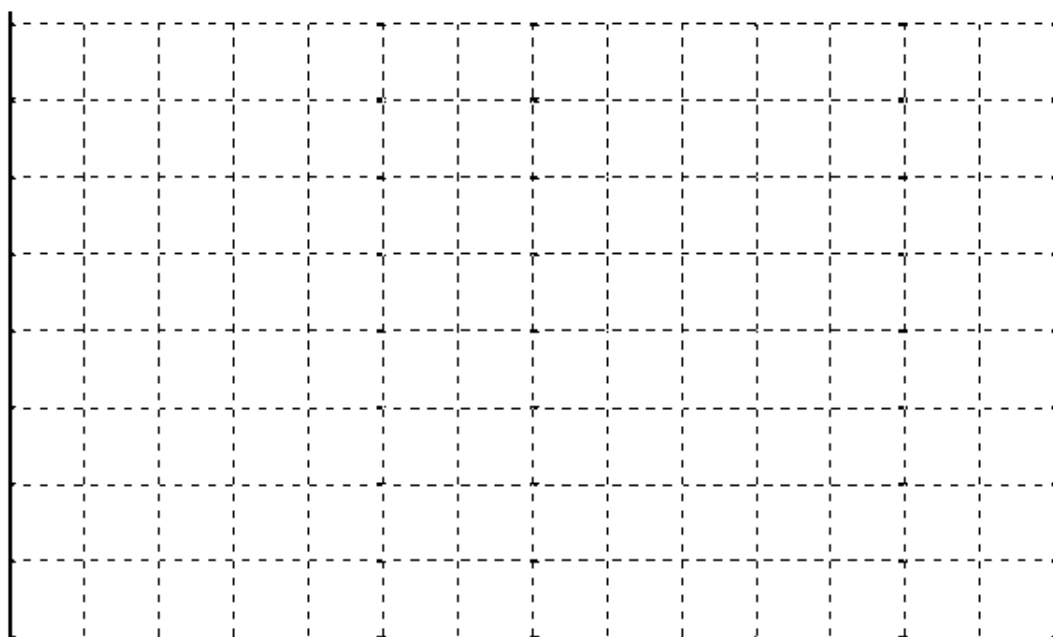
۳- پارسا مقداری گیلای از داخل جعبه برداشته و می‌خورد.

بعد از خوردن یک گیلای ابتدا هسته آن را درون یک سبد می‌گذارد و سپس گیلای بعدی را برمی‌دارد.

در صفحه شطرنجی زیر نمودار تغییرات تعداد گیلای نسبت به گذشت زمان را رسم کنید.



گیلای



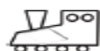
گذشت زمان

### قطار اسباب بازی

در فروشگاه اسباب بازی درسا قطار شماره ۱ فقط یک لوکوموتیو دارد، شماره ۲ یک لوکوموتیو و یک کوپه دارد، شماره ۳ یک لوکوموتیو و دو کوپه دارد و ...

لوکوموتیو ۸ چرخ دارد (در هر طرف ۴ تا) و هر کوپه ۶ چرخ دارد (در هر طرف ۳ چرخ).

جدول زیر تعداد چرخ‌های هر شماره قطار را نشان می‌دهد.



شماره ۱



شماره ۲



شماره ۳



الف) خانه های جدول را برای قطار های شماره های ۳، ۴ و ۵ کامل کنید.

ب) بزرگ ترین شماره قطار موجود در فروشگاه ۱۲ است. این قطار چند چرخ دارد؟

پ) آراین می گوید مجموعه قطار او ۱۲ چرخ دارد. آیا آراین درست می گوید؟

از کجا فهمیدید.

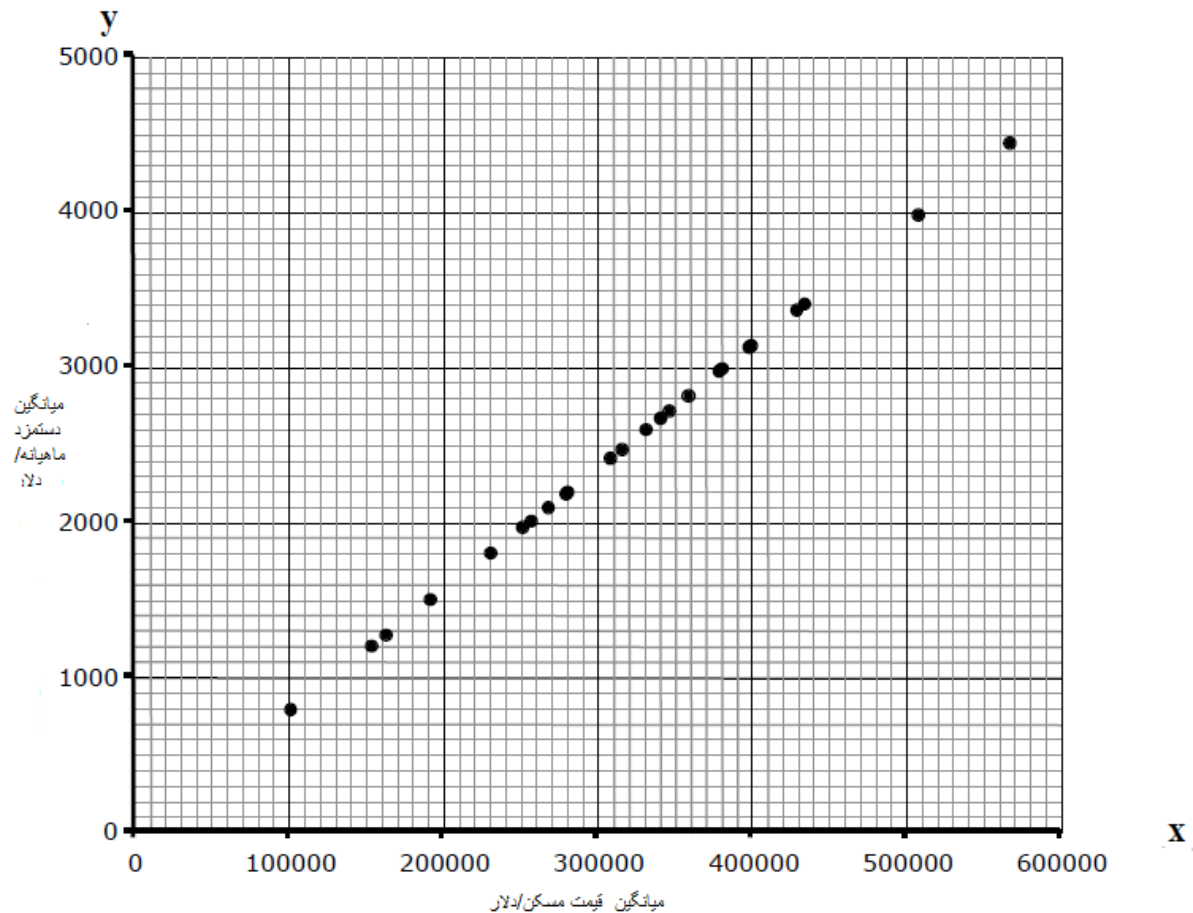
ت) کارخانه سازنده قطارها نیاز دارد برای هر شماره قطار تعداد چرخها را بداند.

یک عبارت جبری که نشان دهنده تعداد چرخهای قطار شماره  $n$  باشد، بنویسید.

### قیمت خانه و دستمزد

این مساله به دانش آموزان این فرصت را می دهد تا کار با شکلها و فرمولها را در زمینه واقعی آن بیاموزند.

در خرداد ۱۳۸۵ یک روزنامه در مقاله ای گزارش داد که در ایالت مریلند خانه ها آن قدر گران هستند که خیلی از مردم توانایی پرداخت اجاره ماهیانه را ندارند. این شکل قیمت متوسط خانه ها و همچنین میانگین دستمزدها را در بخشهای مختلف مریلند نشان می دهد.

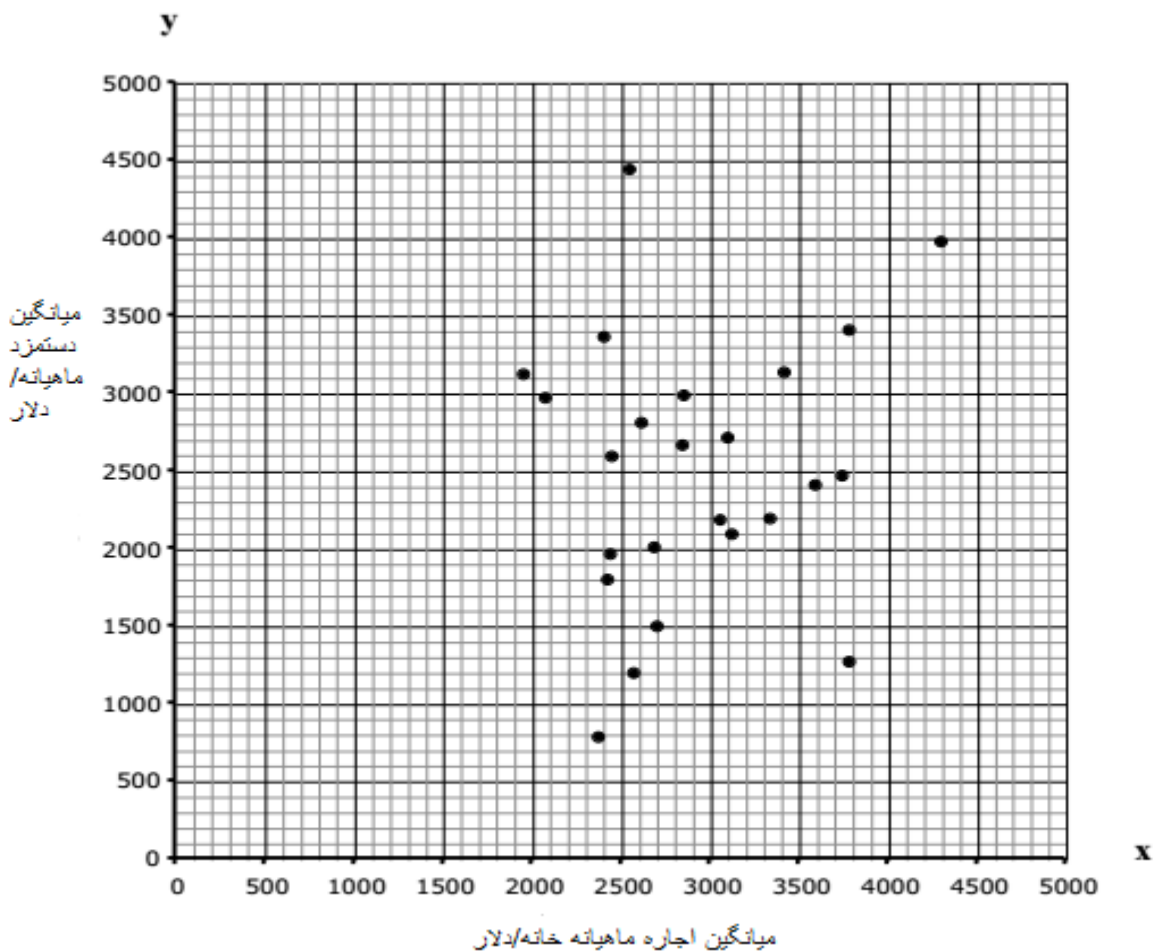


الف) چه الگویی برای داده‌های نشان داده شده در ارتباط با قیمت خانه‌ها و پرداخت‌های ماهیانه وجود دارد؟

ب) پرداخت ماهیانه را برای خانه‌ای که ارزش آن ۴۵۰۰۰۰ دلار است پیدا کنید.

ج) فرمولی بیابید که ارتباط بین میانگین پرداخت ماهیانه و میانگین ارزش (قیمت) خانه‌ها را نشان دهد؟

شکل زیر میانگین دستمزد ماهیانه و میانگین اجاره خانه ماهیانه را نشان می‌دهد.



الف) الگوی داده‌ها را شرح دهید.

ب) یک حلقه دور نقطه‌ای بکشید که نشان دهنده بخشی باشد که یک شخص به طور متوسط به سختی از پس پرداخت اجاره خانه بر می‌آید (و آن را با حرف A نامگذاری کنید).

ج) یک حلقه دور نقطه‌ای بکشید که نشان دهنده بخشی است که یک شخص تقریباً می‌تواند آسانتر از پس پرداخت اجاره خانه بر آید (و آن را با حرف B نامگذاری کنید).

د) توضیح دهید که کدام یک از بخشهای شکل شامل نقاطی از شهرها هستند که متوسط پرداخت اجاره خانه بیشتر از متوسط دستمزد ماهیانه است.

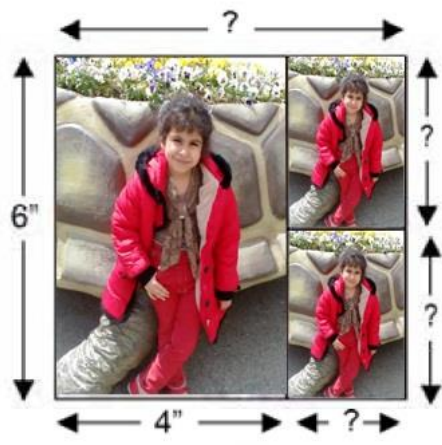
### عکسها

این مساله این شانس را به دانش آموزان می دهد که:

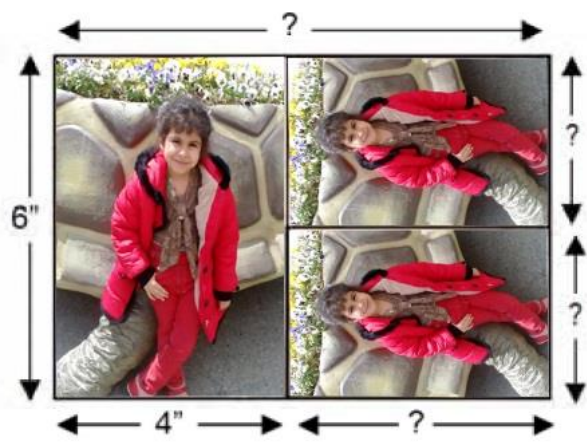
از تناسب به معنی هندسی آن در زندگی واقعی استفاده کنند.

یک عکاس می خواهد عکسی را با دو کپی کوچک تر از آن در ورقه کاغذی مستطیل شکل چاپ کند. طول عکس ۶ سانت و عرض آن ۴ سانت است.

در اینجا دو راه وجود دارد که او می تواند انجام دهد (توجه کنید شکلها در اندازه واقعی چاپ نشده اند).



نمودار ۱



نمودار ۲

الف) در هر کدام از عکسها اندازه تصاویر کوچکتر را بیابید.

ب) محاسبات و توضیحات خود را از نحوه انجام کار بنویسید.

پ) اندازه برگ کاغذ در هر نوع را بیابید.

شکل ۱

انداز ورقه کاغذ دارای ..... عرض و ..... طول میباشد.

شکل ۲

انداز ورقه کاغذ دارای ..... عرض و ..... طول میباشد.

## ترکیب رنگ ها

این مساله این شانس را به دانش آموزان می دهد که:  
استفاده از نسبت و کسر در یک موقعیت کاربردی را تجربه نمایند.  
هادی در حال ترکیب کردن رنگ است.



او یک لیتر رنگ قهوه‌ای درست می کند که با ترکیب مقدار مساوی رنگ زرد و رنگ بنفش به دست می آید و رنگ بنفش نیز از ترکیب یک سوم رنگ قرمز و دو سوم رنگ آبی ساخته می شود.

۱- چه مقدار رنگ قرمز باید به استفاده کند. .... لیتر

۲- چه مقدار رنگ آبی نیاز است. .... لیتر

۳- چند درصد از رنگ قهوه‌ای از رنگ آبی ساخته شده است.

راه حل خود را شرح دهید.

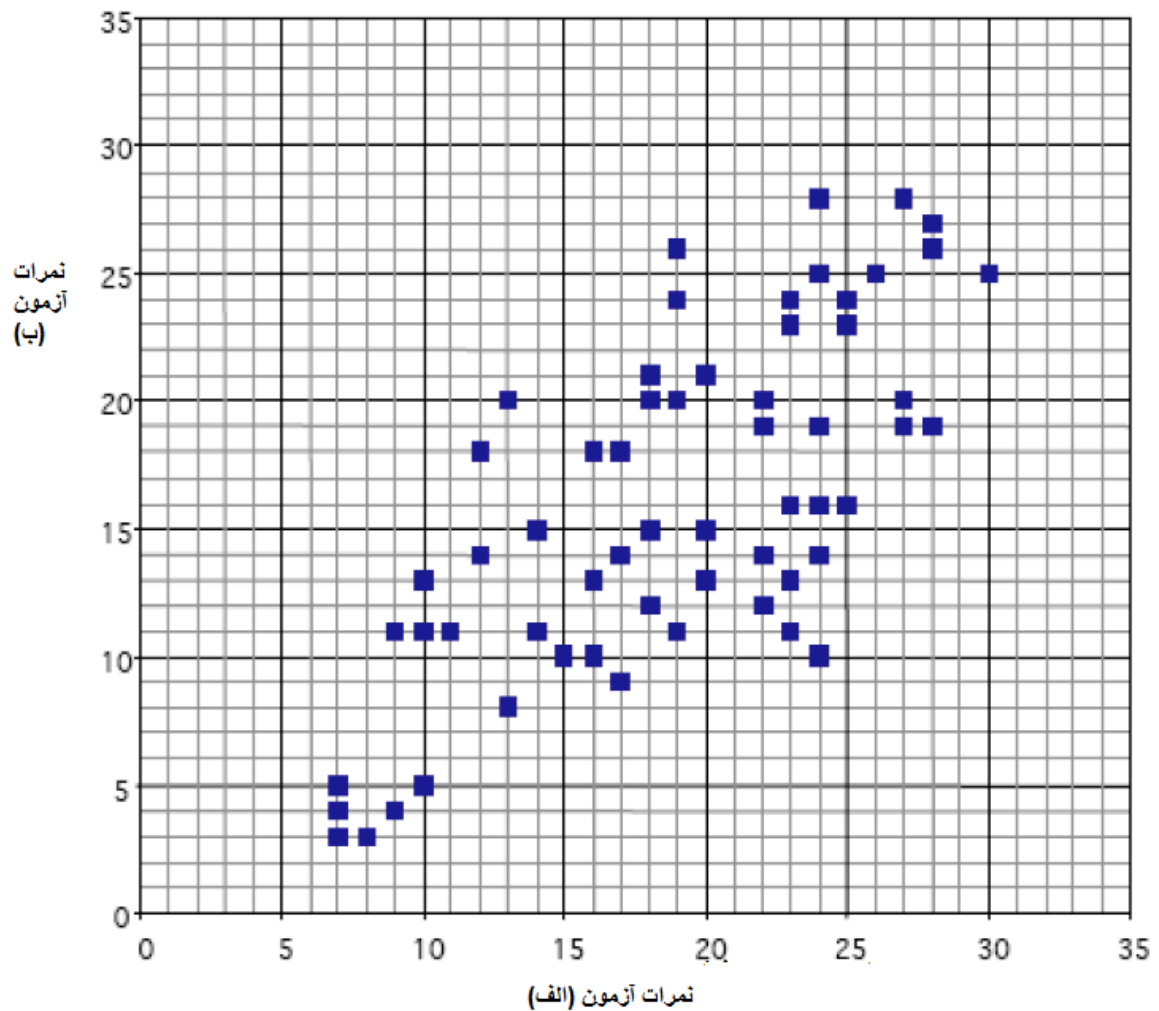
## نمودار پراکندگی

این مساله فرصتی را ایجاد می‌کند که دانش‌آموزان نمودار پراکندگی در داده‌های واقعی را مورد بحث قرار داده و آن را بفهمند.

از یک گروه ۶۶ دانش‌آموزی دو آزمون گرفته شده است:

آزمون (الف) و آزمون (ب)

در نمودار پراکندگی، هر مربع نشانگر یک دانش‌آموز و نمره دانش‌آموز را در دو آزمون نشان می‌دهد.



میانگین نمره برای آزمون (الف)، ۱۹ و برای آزمون (ب) ۱۶ بود.

یک نقطه رسم کنید که این موضوع را در نمودار پراکندگی نشان دهد.

یک خط از نقطه‌ای مناسب از نمودار پراکندگی رسم کنید.

چنین خطی چه کاربردی می‌تواند داشته باشد؟  
در اینجا پنج عبارت درباره نمره‌های نشان داده شده در نمودار پراکندگی آورده شده است.  
اگر جمله درست است آن را با علامت (تیک) مشخص کنید.  
و در صورت نادرست بودن، صورت صحیح آن را بنویسید.  
الف) نمودار پراکندگی رابطه مثبتی را بین نمرات آزمون (الف) و نمرات آزمون (ب) نشان می‌دهد.  
ب) کمترین نمره در آزمون (الف) از کمترین نمره در آزمون (ب) کوچکتر است.  
پ) دامنه نمرات آزمون (ب) ۲۵ است.  
ت) دانش آموزی که در آزمون (الف) بالاترین نمرات را کسب کرده‌اند، در آزمون (ب) نیز بالاترین نمرات را به خود اختصاص داده‌اند.  
ث) بزرگترین اختلاف دانش آموزان در نمرات آزمون (الف) و (ب)، ۵ است.