



جزوه ی کامل ریاضی هفتم
به همراه مطالب تیزهوشان

انجمن علم آموز

www.elmamoaz.com

info@elmamoaz.com



۰۹۱۲۶۶۰۵۱۴۳

تهیه و تنظیم : آقای فاتحی
ویرایش اول ۱۳۹۴

فصل سوم : جبر و معادله

روش ساختن اولی عددی

برای ساختن الگوی عددی در یک سری نظم از رابطه ی زیر استفاده می کنیم .

$$(n - 1) \times \text{فاصله ی ثابت} + \text{جمله اول} = \text{جمله } n \text{ ام}$$

مثال : الگوی عددی سری مقابل را بنویسید. ... و -۳ و -۱ و ۱ و ۳ و ۵

جواب : فاصله ی بین هر دو جمله -۲ است و جمله ی اول ۵ پس داریم

$$\text{جمله } n \text{ ام} = 5 + (-2)(n - 1) = 5 - 2n + 2 = -2n + 7$$

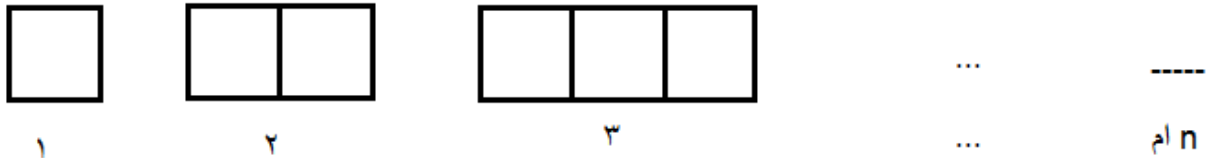
مثال : جمله ی هشتم در الگوی $\frac{5n-3}{2}$ را بنویسید.

$$\frac{5n-3}{2} = \frac{5 \times 8 - 3}{2} = \frac{37}{2}$$

جواب : باید به جای n عدد ۸ را قرار دهیم :

در برخی از سوالات ابتدا باید الگوی هندسی را به الگوی عددی تبدیل کنیم سپس جمله ی عمومی آن را می نویسیم.

مثال : در شکل n ام چند پاره خط وجود دارد؟



ابتدا تعداد پاره خط ها را در هر شکل پیدا می کنیم . در شکل اول ۴ تا در شکل دوم ۷ تا و در شکل سوم ۷ تا و ... پس :

$$\text{جمله } n \text{ ام} = 3 + (3)(n - 1) = 3 + 3n - 2 = 3n + 1$$

عبارت جبری : به ترکیب اعداد و حروف لاتین با ۴ عمل اصلی عبارت جبری می گویند. مانند $3x, m + 1$

یک جمله ای : اگر بین حروف و اعداد علامت جمع و تفریق نباشد آن یک تک جمله ای است.

نکته : قسمت عددی را ضریب و قسمت حرفی را متغیر می گویند.

تبدیل عبارت های کلامی به صورت جبری

برای تبدیل یک عبارت به کلام به یک نکته باید توجه کرد و آن این است که به جای کلمه ی (هر عدد) باید از حروف استفاده شود.

مثال: چهار واحد بیش تر از هر عدد $x+4$

حاصل ضرب هر عدد در صفر برابر صفر است $a \times 0 = 0$

نکته : حاصل ضرب دو متغیر را می توان به چند صورت نشان داد. $a \times b = a.b = ab$

جمله های متشابه : به جمله هایی که قسمت حرفی آن ها عین هم باشد جمله های متشابه می گویند.

ساده کردن عبارت های جبری : برای ساده کردن عبارت های جبری فقط می توانیم جمله های متشابه را با هم جمع یا تفریق کنیم .

نکته : $a = 1a$, $0a = 0$

نکته : اگر در یک عبارت جمله های متشابه نباشد نمی توان آن ها را ساده کرد.

مثال: هر یک از عبارت های زیر را ساده کنید.

$$\underline{5a+3b}-\underline{7a+2b}=-2a+5b$$

$$\underline{7mn-4n+3mn}-\underline{6m}=10mn-4n-6m$$

نکته : برای به دست آوردن تعداد جمله های یک چند جمله ای ابتدا باید آن چند جمله ای را تا حد ممکن ساده کنیم سپس تعداد جمله هایی که بین آن ها جمع و تفریق وجود دارد را بشماریم.

ضرب یک عدد در عبارت جبری

اگر عددی در یک جمله جبری ضرب شود . عدد در ضریب عددی آن جمله ضرب شده و متغیر یا قسمت حرفی آن تغییر نخواهد کرد و به همان صورت کنار حاصل ضرب می نویسیم.

ضرب یک عدد در یک عبارت جبری داخل پرانتز

برای ضرب کردن یک عدد در جمله های داخل پرانتز باید آن عدد را در تک تک جمله های داخل پرانتز ضرب نموده و در صورت امکان جواب نهایی را ساده کنیم.

مثال: حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$- 5(7x - 9y - 6xy + 2)$$

$$- 5(7x - 9y - 6xy + 2) = -35x + 45y + 30xy - 10$$

نکته: در صورتی که علامت منفی در پشت پرانتز باشد باید تک تک عبارت های داخل پرانتز را در آن منفی ضرب می کنیم.

مقدار عددی عبارت جبری

در یک عبارت جبری اگر به جای متغیر عدد یا عددهای معینی قرار دهیم مقدار عددی آن عبارت به دست می آید.

مثال: مقدار عددی هر عبارت را به ازای مقادیر داده شده بیابید.

$$3y - 1 : y = 3$$

در عبارت بالا به جای y عدد ۳ را قرار می دهیم و حاصل را به دست می آوریم. توجه داشته باشید که ترتیب عملیات باید رعایت شود (۱- پرانتز ۲- ضرب و تقسیم ۳- جمع و تفریق)

$$3y - 1 : y = 3 \Rightarrow 3 \times (3) - 1 = 9 - 1 = 8$$

$$3mn - 5n + 3n - 2mn : m = 1, n = -1$$

در عبارت بالا بهتر است ابتدا عبارت را ساده کنیم سپس مقادیر داده شده را جایگذاری کنیم:

$$3mn - 5n + 3n - 2mn = mn - 2n = (1) \times (-1) - (-1) = -1 - 1 = -2$$

معادله

دو عبارت جبری که با هم مساوی باشند تشکیل یک معادله می دهند که به ازای یک یا چند عدد این مساوی برقرار خواهد بود.

حل معادله

حل معادله یعنی پیدا کردن مقدار مجهول (x) برای انجام این کار روش های زیادی وجود دارد.

روش جبری: در این روش ابتدا اعداد را به یک طرف تساوی و حروف را به طرف دیگر تساوی می بریم سپس عبارت های به دست آمده را ساده می کنیم. در نهایت عدد تنها را بر ضریب مجهول تقسیم می کنیم. باید توجه داشته باشید

که اگر عمل جمع در یک طرف باشد و بخواهیم به سمت دیگر تساوی ببریم تبدیل به تفریق خواهد شد و هم چنین

عمل ضرب به تقسیم و بالعکس

مثال : معادله های زیر را حل کنید.

$$5a - 2 = 23$$

$$5a - 2 = 23 \Rightarrow 5a = 23 + 2 \Rightarrow 5a = 25 \Rightarrow a = 25 \div 5 = 5 \Rightarrow a = 5$$

$$2(3x - 2) = 5 - 2x$$

برای حل معادله هایی مثل بالا ابتدا آن ها را ساده می کنیم سپس آن ها را حل می کنیم.

$$2(3x - 2) = 5 - 2x \rightarrow 6x - 4 = 5 - 2x \rightarrow 6x + 2x = 5 + 4 \rightarrow 8x = 9 \rightarrow x = \frac{9}{8}$$

نکته : برای حل معادله های کسری همه ی جمله ها را در ک م م مخرج ها ضرب می کنیم تا همه ی اعداد کسری به عدد های طبیعی تبدیل شود سپس معادله را حل می کنیم .

$$\text{مثال: معادله ی } \frac{2}{3}x - \frac{3}{2} = \frac{1}{4} \text{ را حل کنید.}$$

معادله ی بالا را در عدد ۱۲ که ک م م هر سه مخرج هست ضرب می کنیم. ضرب یکی از آن ها را ببینید.

$$[3, 2, 4] = 12 \quad \frac{2}{3} \times 12 = \frac{2}{3} \times \frac{12}{1} = \frac{24}{3} = 8$$

$$8x - 18 = 3 \rightarrow 8x = 3 + 18 = 21 \rightarrow 8x = 21 \rightarrow x = \frac{21}{8}$$

نمونه سوال خلاصه فصل

۱- جمله ی عمومی هر کدام را بنویسید.

... و ۲۰ و ۱۵ و ۱۰ و ۵

... و ۱۱ و ۷ و ۳

... و ۱۷ و ۱۲ و ۷

۲- عبارت های زیر را ساده کنید.

$$\Delta a - 3b - 11a + 8b =$$

$$-9x - 11t - x - \Delta t + 3x - 2 =$$

$$7q - \Delta r - (3q - r) =$$

$$2(7y - 2n) - \Delta(y + 2n) =$$

۳- جداول زیر را کامل کنید.

x	-1	0	1	3
-7x				
b	-4	-1	1	2
b-7				
y	2-	0	2	3
-5y+1				

۴- مقدار عددی عبارت $\frac{3-2y}{1+y}$ به ازای $y=5$ چقدر است؟

۵- مقدار عددی عبارت $3n - mn$ به ازای $n=-2$, $m=2$ چقدر است؟

۶- مقدار عددی عبارت های زیر را به ازای مقادیر داده شده بیابید.

$$\begin{cases} x = -25, y = 3 \\ 3x - 2y - 3x + 7y \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -1, b = 29 \\ 3(4a - 2b) - 6(a + b) \end{cases}$$

۷- معادله های زیر را حل کنید.

$$2x - 5 = 11$$

$$-3y - 11 = -y$$

$$-b - 64 = 11 - 7b$$

$$3d - d - 5d + 4 = 33$$

$$2(t - 1) + 7 = 6$$

۸- آیا $x = -2$ جواب معادله $7x - 2 = 9$ است؟ چرا؟

۹- آیا $x = 2$ جواب معادله $\frac{x-5}{3} = -1$ است؟ چرا؟

۱۰- از سه برابر عددی ۷ واحد کم کردیم. حاصل یازده شد. آن عدد کدام است؟

۱۱- علی برای خرید ۶ خودکار ۵۰۰۰ تومان به فروشنده داد و از او ۸۰۰ تومان پس گرفت. کل پول او چقدر بوده است؟

نمونه سوالات امتحانی

۱- عبارت کلامی هر یک از تساوی های زیر را بنویسید.

$$a + b = b + a$$

$$a + (-a) = 0$$

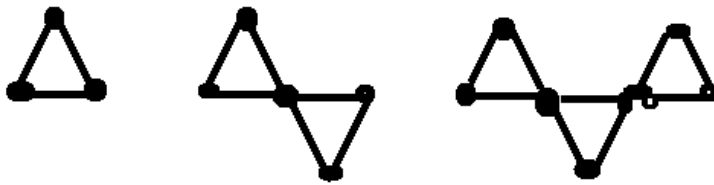
۲- جمله ی n ام الگوهای زیر را بیابید.

..... ۲ و ۴ و ۶ و ۸

..... و ۲۴ و ۱۸ و ۱۲ و ۶

..... و ۱۳ و ۹ و ۵ و ۱

۳- تعداد چوب کبریت های در شکل n ام چند تا است؟



۴- عبارت جبری مربوط به مساحت دایره و محیط مربع را بنویسید.

۵- در عبارت $2xd - 11$ چند جمله وجود دارد؟ آن ها را مشخص کنید؟

۶- عبارت های کلامی زیر را به عبارت های جبری تبدیل کنید.

الف) قرینه ی قرینه ی هر عدد با خودش برابر است.

ب) دو برابر عددی را منهای ۳ کردیم حاصل ۹ شد.

پ) مساحت متوازی الاضلاع برابر است با ارتفاع ضرب در قاعده

۷- عبارات های زیر را ساده کنید.

$$-5x + 4y - x - 8y + 5 =$$

$$-14a - (-b) + 2a - (+16b) =$$

۸- عبارات های جبری زیر را ساده کنید.

$$-3(4q - 3r + 6y) =$$

$$9(4a - 3z - 9l) =$$

۹- عبارات های جبری زیر را ساده کنید.

$$6(9a - 3f) - 4(7a + 6f) =$$

$$2(g - 11) - 4(s + 2g) =$$

۱۰- مقدار عددی عبارات های زیر را به ازای مقادیر داده شده بیابید.

$$8x + 1 = \quad x = -2$$

$$3d - f = \quad : d = -1, f = 2$$

$$2x + xy - 2 = \quad : x = 2, y = -2$$

$$2(6a - 3b) - 3(4a - b) = \quad : a = 29, b = 4$$

$$3m - 9 - 5m + 11 = \quad ; m = -2$$

۱۱- اگر جمله ی n ام یک الگو $\frac{3n-1}{2-2n}$ باشد جمله های هفتم و بیست و نهم آن را بیابید.

۱۲- هزینه ی چاپ کارت ویزیت به این صورت است. ۳۰۰۰ تومان قیمت پایه و ۲۰ تومان برای هر کارت. الف) هزینه ی چاپ n کارت را بنویسید. ب) هزینه ی چاپ ۶۰۰۰ کارت چقدر خواهد بود؟

۱۳- جدول زیر را کامل کنید.

t	-۲	-۱	۰	$+۱$
$-۲t-۱$				

۱۴- معادله های زیر را حل کنید.

$$x + ۸ = -۱$$

$$۷y = ۱$$

$$۸a - ۷ = ۶$$

$$۲q - ۲ + q = ۶q + ۴$$

$$۴(۵ + x) - ۳x = ۴x - ۱ + x$$

$$۲b - ۳۰۰ = ۳۷۰۰$$

۱۵- برای معادله ی روبه رو یک مسئله بسازید.

۱۶- فاطمه ۵ شاخه گل از گل فروشی خرید. او ۱۵۰۰۰ تومان داد و ۵۰۰ تومان پس گرفت. قیمت هر شاخه گل چقدر است؟ (به کمک معادله)

۱۷- احمد و بهمن ۶۴ جلد کتاب را صحافی کرده اند. اگر احمد ۱۲ کتاب بیش تر صحافی کرده باشد. هر کدام چند کتاب صحافی کرده اند؟

تیزهوشان

۱- کرایه تاکسی به این ترتیب حساب می شود. ۵۰۰ تومان ورودی و برای هر دقیقه ۵۰ تومان. اگر شخصی n دیه سوار تاکسی باشد کرایه اش چقدر خواهد بود؟

۲- عدد دلخواهی را در نظر بگیرید. آن عدد را در ۲۲ ضرب کنید و به آن ۴ واحد اضافه کنید. سپس عدد به دست آمده را در ۳ ضرب کنید و حاصل را با ۱۴ جمع کنید. عدد به دست آمده را تقسیم بر ۶۶ کنید. باقیمانده تقسیم برابر ۲۶ خواهد بود چرا؟

۳- جاهای خالی را کامل کنید.

$$۱۲m + \dots - ۳k + \dots = ۳m + ۳k$$

۴- در پارکینگ لاله تعداد دوچرخه ها را x و تعداد سه چرخه ها را y و تعداد ماشین ها را z در نظر بگیرید.
الف) تعداد چرخ های وسایل نقلیه ای که در پارکینگ لاله است را با یک عبارت جبری بنویسید.
ب) اگر در پارکینگ لادن سه برابر پارکینگ لاله دوچرخه و ۲ برابر پارکینگ لاله سه چرخه و نصف پارکینگ لاله ماشین موجود باشد. تعداد وسایل نقلیه در هر دو پارکینگ را با عبارت جبری نشان دهید.

۵- معادله های زیر را حل کنید.

$$۲۴x + ۸۰۰۰ = ۵۰۰۰۰ + ۲۰۰۰۰۰ + ۲x$$

$$\frac{۲k-۲}{۶} = k - ۳$$

۶- سگی به دنبال خرگوشی که با آن ۱۵۰ متر فاصله دارد شروع به دویدن می کند . خرگوش در هر ثانیه ۲ متر و سگ در هر ثانیه ۴ متر می دود . بعد از چند ثانیه سگ به خرگوش می رسد؟

۷- چنانچه عدد ۷۲ را به نسبت ۲ و ۴ و ۶ تقسیم شود . کوچک ترین قسمت برابر چه عددی خواهد بود؟

۸- در یک بازی جریمه ی هر خطا سه برابر جریمه ی خطای قبلی است . اگر یک بازیکن چهار بار خطا کند و در کل ۴۰۰۰۰ تومان جریمه شود . جریمه ی اولین خطا چقدر بوده است/

۹- دو ماشین هم زمان از تهران به سمت زاهدان حرکت کردند . اگر ماشین اول با سرعت ۱۲۰ کیلومتر بر ساعت و ماشین دوم با سرعت ۱۳۵ کیلومتر بر ساعت حرکت کنند بعد از چند ساعت فاصله ی این دو ماشین از هم ۱۳۵ کیلومتر خواهد شد؟

۱۰- یک نفر تعدادی جعبه دارد و در آن جعبه ها می خواهد کتاب هایش را قرار دهد . اگر در جعبه ۴۰ کتاب قرار دهد ۱۸۰ کتاب روی زمین می ماند . اگر در هر جعبه ۶۰ کتاب قرار دهد ۳ جعبه خالی می ماند. او چند جعبه و چند کتاب دارد؟