

فهرست مطالب ریاضی هشتم-ترم اول

فصل ۱: عددهای صحیح و گویا

- ✓ یادآوری عددهای صحیح
- ✓ معرفی عددهای گویا
- ✓ جمع و تفریق عددهای گویا
- ✓ ضرب و تقسیم عددهای گویا
- ✓ تمرین های فصل

فصل ۲: عددهای اول

- ✓ یادآوری عددهای اول
- ✓ تعیین عددهای اول
- ✓ تمرین های فصل

فصل ۳: چندضلعی ها

- ✓ چندضلعی ها و تقارن
- ✓ توازی و تعامد
- ✓ چهارضلعی ها
- ✓ زاویه های داخلی
- ✓ زاویه های خارجی
- ✓ تمرین های فصل

فصل ۴: جبر و معادله

- ✓ ساده کردن عبارت های جبری
- ✓ پیدا کردن مقدار یک عبارت جبری
- ✓ تجزیه عبارت های جبری
- ✓ معادله
- ✓ تمرین های فصل

فصل ۵: بردار و مختصات

- ✓ جمع بردارها
- ✓ ضرب عدد در بردار
- ✓ بردارهای واحد مختصات
- ✓ تمرین های فصل

فهرست مطالب ریاضی هشتم-ترم دوم

فصل ۶: مثلث

- ✓ رابطه فیثاغورس
- ✓ شکل های هم نهشت
- ✓ مثلث های هم نهشت
- ✓ هم نهشتی مثلث های قائم الزاویه
- ✓ تمرین های فصل

فصل ۷: توان و جذر

- ✓ توان
- ✓ تقسیم اعداد توان دار
- ✓ جذر تقریبی
- ✓ نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد
- ✓ خواص ضرب و تقسیم رادیکال ها
- ✓ تمرین های فصل

فصل ۸: آمار و احتمال

- ✓ دسته بندی داده ها
- ✓ میانگین داده ها
- ✓ احتمال یا اندازه گیری شانس
- ✓ بررسی حالت های ممکن
- ✓ تمرین های فصل

فصل ۹: دایره

- ✓ خط و دایره
- ✓ زاویه های مرکزی
- ✓ زاویه های محاطی
- ✓ تمرین های فصل

فصل اول: عددهای صحیح و گویا

یادآوری اعداد صحیح

- جمع و تفریق اعداد صحیح
- ضرب و تقسیم اعداد صحیح
- اولویت عملیات ریاضی

(۱) عملیات ریاضی زیر را انجام دهید.

a) $4 - (-(32 - 17) + 12) - 4 =$

b) $(25 - 1)(25 - 2)(25 - 3) \dots (25 - 29)(25 - 30) =$

c) $-4 \times (13 - (25 \div (-5)) + 2) \div (-10) =$

d) $14 + \left(-5 - \frac{(18 \div (-6))}{-3} - \frac{-63}{-9}\right) - \left(-2 \times \frac{35 \times -6}{-10 \times 21}\right) =$

(۲) حاصل جمع اعداد یک تا ۱۰۰ را بدست آورید

(۳) حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$1 - 2 + 3 - 4 \dots + 51 - 52 =$$

(۴) حاصل جمع اعداد زوج ۱۰۰ تا ۲۰۰ را بدست آورید.

معرفی عددهای گویا

به طور کلی هر عددی که به شکل کسری $\frac{a}{b}$ (به طوری که $b \neq 0$) باشد یا بتوان آن را به شکل کسری نوشت (تمام اعداد صحیح)، را عدد گویا می گویند. بنابراین تمام اعداد صحیح، عدد گویا نیز می باشند.

- مروری بر کسرها، ساده کردن کسرها و حل معادلات کسری ($\frac{2}{-5} = \frac{x}{15}$)

(۵) هر یک از اعداد زیر را در محل مناسب در جدول قرار دهید.

$$\frac{17}{6} \cdot 1\frac{2}{3} \cdot 0.68 \cdot \frac{8}{-3} \cdot -1.35 \cdot \frac{9}{10} \cdot -2\frac{19}{9} \cdot -\frac{1}{6} \cdot 2.6 \cdot 5\frac{17}{17}$$

کوچک‌تر از -۳	بین -۳ و -۲	بین -۲ و -۱	بین ۰ و -۱ $-1 < x < 0$	بین ۰ و ۱ $0 < x < 1$	بین ۱ و ۲ $1 < x < 2$	بزرگ‌تر از ۲ $x > 2$

(۶) آیا عدد ۲٫۶ یک عدد گویا می باشد؟ این عدد را کسر تبدیل کنید.

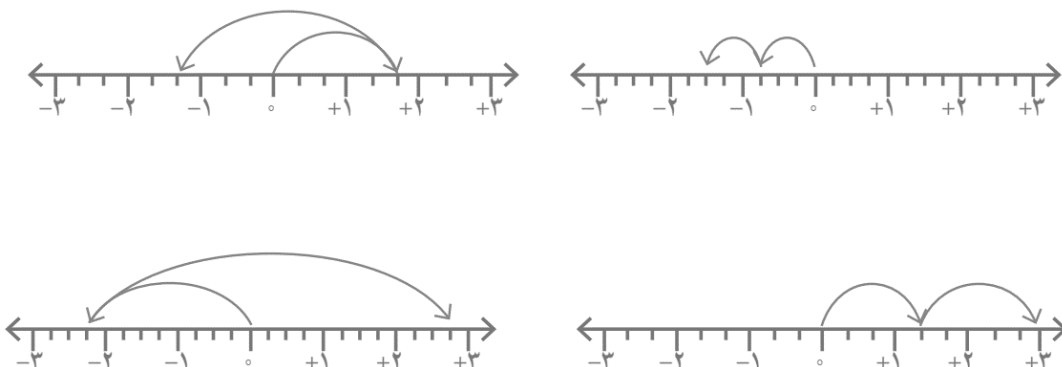
(۷) جدول زیر را کامل کنید.

$\frac{12}{-4}$	$\frac{-1}{5^3}$	$\frac{-4}{-2}$	$\frac{-8}{-3}$	$\frac{3}{5}$	۰	$-\frac{2}{3}$	$\sqrt{9}$	$-\frac{6}{2}$	$-(-(+4))$	عدد نوع
										طبیعی
					✓					صحیح
				✓	✓					گویا

جمع و تفریق عددهای گویا

- جمع و تفریق اعداد اعشاری
- جمع و تفریق اعداد کسری (مخرج مشترک و غیر مشترک)

(۸) جمع متناظر با هر محور را بنویسید.



۹) حاصل جمع و تفریق های زیر را بدست آورید.

$$\frac{13}{3} - \frac{11}{6} =$$

$$-\frac{2}{5} + \frac{-3}{7} =$$

$$\left(-3\frac{2}{14}\right) - \left(-1\frac{2}{21}\right) =$$

$$-1.4 - 2\frac{3}{7} =$$

$$\frac{3}{15} - \left(-2\frac{2}{25}\right) =$$

$$\frac{7}{8} - \frac{15}{16} =$$

$$-\frac{7}{7} + 1\frac{5}{6} =$$

$$-2 - 2\frac{1}{3} =$$

$$-\frac{1}{5} - 0.5 =$$

$$-\frac{-2}{9} - 3\frac{5}{3} =$$

ضرب و تقسیم عددهای گویا

- تعیین علامت حاصلضرب یا تقسیم
- معکوس عدد گویا (جهت استفاده در تقسیم) / معکوس اعداد اعشاری

۱۰) حاصل ضرب و تقسیم زیر را بدست آورید.

$$\frac{13}{3} \times \frac{-9}{5} =$$

$$1\frac{3}{9} \times -\frac{9}{4} =$$

$$\left(-\frac{3}{14}\right) \times -7 =$$

$$-5.3 \div 2\frac{1}{5} =$$

$$\frac{3}{10} \times \left(-2\frac{1}{6}\right) =$$

$$-\frac{3}{5} \div \frac{12}{10} =$$

$$-2\frac{1}{3} \div 1\frac{5}{2} =$$

$$3\frac{3}{5} \times 2.5 =$$

$$-3\frac{1}{5} \times 2\frac{1}{4} =$$

$$-\frac{1}{4} \div \left(-2\frac{1}{3}\right) =$$

۱۱) حاصل عبارات زیر را بنویسید.

$$1\frac{2}{3} + \left(-\frac{4}{9} \times \frac{3}{2}\right) - 2\frac{4}{3} =$$

$$\frac{-2^2 + 3^2}{4 \times \left(-\frac{3}{8}\right)} \times -7\frac{3}{10} =$$

$$-5\left(1 - \frac{1}{5}\right) \div 2\left(1 - \frac{1}{2}\right) =$$

$$-1\frac{1+\frac{1}{2}}{3-\frac{1}{3}} \div \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}\right) =$$

$$3\frac{3\left(1-\frac{1}{3}\right)}{5\left(1+\frac{1}{10}\right)} + 3.2 =$$

$$-3 \times \frac{1+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} + 3 \times \frac{1-\frac{2+(-5)}{3}}{3+(-1)} =$$

✓ تمرین فصل اول

(۱) حاصل جمع اعداد فرد ۲۰۱ تا ۴۰۱ را بدست آورید.

(۲) حاصل عبارت روبرو را بدست آورید.

$$(99 - 9)(99 - 19)(99 - 29) \dots (99 - 199) =$$

(۳) قرینه معکوس عبارت $(-(-(-2 - \frac{3}{4}))$ را بدست آورید.

(۴) در دنباله های زیر جمله ۵۵ ام را بدست آورید.

a) $1.3.5.7 \dots$

b) $1.-3.6.-10 \dots$

c) $1.4.9.16 \dots$

d) $1.\frac{3}{2}.\frac{5}{4}.\frac{7}{6} \dots$

e) $\frac{1}{2}.\frac{4}{3}.\frac{13}{6}.3.\frac{23}{6} \dots$

(۵) اعداد اعشاری زیر را به کسر و کسرهای را به اعداد اعشاری تبدیل کنید.

$$1\frac{3}{4} =$$

$$\frac{15}{16} =$$

$$3.45 =$$

$$0.95 =$$

$$\frac{37}{8} =$$

$$4\frac{111}{150} =$$

۶) حاصل عبارات زیر را بنویسید.

$$\left(\frac{3}{-5} - \frac{1}{15}\right) \times \frac{-12}{10} =$$

$$-\frac{8}{7} \div \left(\frac{2}{5} - \frac{2}{3}\right) =$$

$$\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5}\right) \div \left(-\frac{4}{9} + \frac{2}{5}\right) =$$

$$\frac{1 - (-5 - (-3))}{\frac{1}{3} - (2 - \frac{2}{5})} =$$

$$(2 \div (1 - (-3))) \times \frac{-3}{1 - \frac{1}{5}} =$$

$$1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \div 5 =$$

$$-1\frac{4}{5} \div \left(2\frac{2}{3} \left(3\frac{2}{3} - 5\frac{1}{6}\right)\right) =$$

۷) اگر $A = 3 - \frac{3}{5}$ باشد، آنگاه مقدار $A + \frac{1}{A}$ را بدست آورید.

۸) حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$a) -1 + \frac{3 + \frac{\frac{1}{3} - 1}{1 + \frac{1}{3}}}{2 - \frac{\frac{2 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} - 2}} =$$

$$b) -1\frac{1}{2} \times \left(-1\frac{1}{3}\right) \left(-1\frac{1}{4}\right) \left(-1\frac{1}{5}\right) \dots \dots \left(-1\frac{1}{99}\right) =$$

۹) کسری مساوی با $\frac{13}{22}$ بنویسید که اختلاف صورت و مخرج آن ۶۳ باشد.

۱۰) سه کسر بین کسرهای $\frac{1}{4}$ و $\frac{2}{7}$ بنویسید.

۱۱) کسر $\frac{12}{5 \times 7}$ را به صورت مجموع دو کسر بنویسید.

۱۲) کسر $\frac{1}{110}$ را بصورت تفاضل دو کسر بنویسید.

(۱۳) حاصل کسر $\frac{1}{9 \times 10} + \frac{1}{10 \times 11} + \frac{1}{11 \times 12} + \dots + \frac{1}{52 \times 53} + \frac{1}{53 \times 54}$ را بدست آورید.

(۱۴) حاصل کسر $\frac{2}{24} + \frac{3}{54} + \frac{4}{117} + \frac{5}{234}$ را بدست آورید.

(۱۵) بین کسرهایی $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ کسری بنویسید که از هر دو کسر به یک فاصله باشد.

(۱۶) مقدار x را در عبارت $\frac{-5}{7} = \frac{4}{2x+1}$ بیابید.

(۱۷) مقدار a را در عبارت $\frac{1}{a} + \frac{1}{2a} + \frac{1}{3a} = \frac{5}{3}$ بدست آورید.

(۱۸) اگر $\frac{x}{y} = 3$ و $\frac{x}{z} = -2$ باشد مقدار $\frac{y}{z}$ را بدست آورید.

(۱۹) اگر معکوس مجموع سه کسر $\frac{2}{x}$ ، $\frac{2}{3x}$ و $\frac{2}{6x}$ برابر $2\frac{1}{7}$ باشد مقدار x را بیابید.

(۲۰) مقدار کسر زیر را بیابید.

$$2 + \frac{5 + \frac{1}{5} - \frac{2}{10}}{4 - \frac{1}{4} - 2} =$$

فصل دوم : عددهای اول

- ✓ شمارنده های عدد a تمام مقسوم علیه های طبیعی عدد a می باشند که بر آن بخشپذیر باشند.
- ✓ کوچکترین شمارنده هر عدد، ۱ و بزرگترین شمارنده آن، خود عدد است. (یک شمارنده تمام اعداد طبیعی می باشد)
- ✓ بررسی بخشپذیری اعداد بر ۲ تا ۹ :

- ۲: عددی بر ۲ بخش پذیر است که رقم یکانش بر ۲ بخش پذیر باشد.
- ۳: عددی بر ۳ بخش پذیر است که مجموع ارقامش بر ۳ بخش پذیر باشد.
- ۴: عددی بر ۴ بخش پذیر است که رقم یکان به اضافه ۲ برابر رقم دهگان آن بر ۴ بخش پذیر باشد. (عددی بر ۴ بخش پذیر است که دو رقم سمت راست آن بر ۴ بخش پذیر باشد)
- ۵: عددی بر ۵ بخش پذیر است که رقم یکانش بر ۵ بخش پذیر باشد.
- ۶: عددی بر ۶ بخش پذیر است که بر ۲ و ۳ بخش پذیر باشد.
- ۷: عددی بر ۷ بخش پذیر است که اگر ۲ برابر رقم یکان آن را از عددی که از حذف یکان به دست آمده کم کنیم، حاصل بر ۷ بخش پذیر باشد.
- ۸: عددی بر ۸ بخش پذیر است که رقم یکان به اضافه ۲ برابر رقم دهگان به اضافه ۴ برابر رقم صدگان آن بر ۸ بخش پذیر باشد.
- ۹: عددی بر ۹ بخش پذیر است که مجموع ارقامش بر ۹ بخش پذیر باشد.

✓ اعداد طبیعی از نظر بخشپذیری به سه دسته تقسیم می شوند.

(۱) عدد یک

(۲) اعداد اول: اعدادی که تنها دو شمارنده دارند.

{ ... 2.3.5.7.11.13.17.19.23.29 }

(۳) اعداد مرکب: اعدادی که بیش از ۲ شمارنده دارد.

(۱) اعداد ((۱۲، ۳۲، ۳۹، ۴۳، ۸۱، ۸۳ و ۹۵)) را تجزیه کرده و اول و مرکب بودن آنها را مشخص کنید.

✓ بزرگترین مقسوم علیه مشترک (ب.م.م)

- دو عدد a و b نسبت به هم اول یا متباین اند اگر $(a, b) = 1$
- در صورتی که عدد a بر b بخشپذیر باشد آنگاه $(a, b) = b$
- ب.م.م هر عدد و یک برابر یک می باشد. $(1, a) = 1$

(۲) ب.م.م اعداد زیر را بدست آورید.

$$(95.135) =$$

$$(45.46) =$$

$$(111.81) =$$

$$(115.75.125) =$$

✓ کوچکترین مضرب مشترک (ک.م.م)

- دو عددی a و b نسبت به هم اول اند بنابراین $[a, b] = a \times b$
- در صورتی که عدد a بر b بخشپذیر باشد آنگاه $[a, b] = a$
- ک.م.م هر عدد و یک برابر خود عدد می باشد. $[1, a] = a$

(۳) ک.م.م اعداد زیر را بدست آورید.

$$[42.43] =$$

$$[124.144] =$$

$$[225.125.250] =$$

$$[43.45.49] =$$

- دو عدد طبیعی متوالی همواره متباین یا نسبت به هم اول می باشند. مانند : ۴۵ و ۴۶

(۴) اعدادی که نسبت به عدد ۲۵ اول می باشند را مشخص کنید (یعنی عددی مانند a که تساوی $I=(a,25)$ را کامل کند)

۳۵ و ۴۲ و ۲۶ و ۴۹ و ۴۰ و ۱۲۵ و ۱۴۴

(۵) مجموع مربع دو عدد اول برابر ۵۳ می باشد. آن دو عدد اول را بیابید.

(۶) دو عدد مرکب بنویسید که اعداد ۲، ۳، ۵ و ۷ شمارنده های آنها نباشند.

(۷) سه عدد بنویسید که اعداد ۶ و ۱۵ شمارنده های آنها باشند.

✓ تعیین اعداد اول

- برای تعیین اعداد اول از روش غربال کردن ابتدا باید بازه اعدادی که در آن حدود اعداد اول غربال شود، مشخص شود. پس از آن باید عدد یک (در صورت وجود بین اعداد) و اعداد مرکب (مضارب اعداد اول) را خط زد و تا مضارب عدد اولی که مربع آن عدد اول از آخرین عدد بازه کوچکتر باشد ادامه دهیم، بنابراین اعدادی که می ماند اعداد اول می باشند.

(۸) اعداد اول یک تا ۵۰ را به روش غربال کردن مشخص کنید.

(۹) اعداد اول بین ۹۰ تا ۱۴۰ را به روش غربال کردن مشخص کنید.

(۱۰) اعداد اول بین ۱۵۰ تا ۲۰۰ را به روش غربال کردن مشخص کنید.

۱۱) اعداد اول بین ۱۰۰۱ تا ۱۰۵۰ را به روش غربال کردن مشخص کنید.

۱۲) در تعیین اعداد اول بین ۲۵۰۰ تا ۲۹۰۰ به روش غربال باید تا مضارب کدام عدد اول را خط بزنیم؟

۱۳) در روش غربال برای تعیین اعداد اول بین ۴۲۰۰ تا ۵۴۰۰ باید تا مضارب کدام عدد اول را خط بزنیم؟

- برای مشخص کردن اول یا مرکب بودن عددی باید بخش پذیری آن را بر اعداد اول کوچکتر از خود که مربع آن عدد اول کوچکتر از خود عدد باشد، بررسی کرد.

۱۴) اول یا مرکب بودن عدد ۴۳۷ را مشخص کنید.

۱۵) اول یا مرکب بودن اعداد ۲۳۳ و ۳۲۷ را مشخص کنید.

۱۶) در بررسی اول یا مرکب بودن عدد ۱۰۲۷ باید بخشپذیری تا کدام عدد اول را بررسی کرد؟

۱۷) در بررسی اول یا مرکب بودن عدد ۳۴۰۵ باید بخشپذیری تا کدام عدد اول را بررسی کرد؟

۱۸) اول یا مرکب بودن اعداد ۱۳۷، ۱۶۹، ۲۰۳ و ۳۳۱ را بررسی کنید.

✓ تمرین فصل دوم

(۱) جاهای خالی را پر کنید.

- تنها عدد زوج اول عدد _____ می باشد.
- جمع دو عدد فرد همواره عددی _____ است.
- ضرب دو عدد فرد همواره عددی _____ است.
- ب.م.م دو عدد متباین برابر _____ است.

(۲) اعداد ۱۴۴ ، ۱۶۴ و ۲۸۵ را به عوامل اول تجزیه کنید.

(۳) دو عدد بنویسید که بر ۲ ، ۳ و ۵ بخشپذیر نباشند.

(۴) دو عدد بنویسید که بر ۵ و ۱۱ بخشپذیر باشند.

(۵) حاصل عبارات زیر را بنویسید.

$$(۷۰ ، ۸۰) \times [۱۵ ، ۲۵] =$$

$$(۶۳ ، ۴۹) + [۱۲ ، ۲۴] =$$

$$(۶۵ ، ۱۲۵) - (۱ ، ۱۱) =$$

$$[۵ ، ۶] \times [۷ ، ۱۴] =$$

$$(۱۳۳ ، ۱۳) - (۱۵ ، ۲۵) =$$

$$[۴۵ ، ۷۲] \times [۱۴ ، ۷] =$$

۶) اعداد اول بین ۱۲۰۰ تا ۱۲۳۰ را به روش غربال کردن مشخص کنید.

۷) اعداد فرد بین ۱۳۷۷ تا ۱۴۲۱ را نوشته و به روش غربال کردن اعداد اول را مشخص کنید.

۸) در بین اعداد زوج ۱۵۰۰ تا ۱۵۵۰ چند عدد اول قرار دارد؟

۹) در تعیین اعداد اول در بین اعداد ۲۳۰۰ تا ۲۷۵۰ تا مضارب کدام عدد اول باید خط بخورد؟

۱۰) اول یا مرکب بودن اعداد ۱۳۴۵، ۹۷۷، ۱۴۲۶، ۳۵۵ و ۱۲۳۱ را مورد بررسی قرار دهید.

۱۱) برای بررسی اول بودن عدد ۳۴۵۷ باید بخشپذیری تا کدام عدد اول را مورد بررسی قرار داد؟

۱۲) اعداد کوچکتر از ۲۰ که نسبت به ۳۰ اول می باشند را مشخص کنید.

۱۳) حاصل جمع سه عدد متفاوت اول ۲۹ شده است. تمام حالات ممکن آن سه عدد را بیابید.

۱۴) حاصل جمع دو عدد ۷۰ و ب.م.م آنها ۱۴ می باشد. جفت اعدادی ممکن که شرایط ذکر شده را دارد بیابید.

۱۵) اگر ۳ عدد اول را در هم ضرب کنیم، عدد حاصل چند شمارنده دارد؟

۱۶) کوچکترین عددی را که دارای سه شمارنده اول دو رقمی است، بنویسید.

۱۷) عدد $7^2 \times 3^{25}$ چند شمارنده زوج دارد؟

۱۸) مجموع مربع دو عدد اول ۱۷۳ شده است. مربع مجموع این دو عدد چند خواهد شد؟

۱۹) در غربال اعداد ۱ تا ۲۲۵۰ آخرین عدد اولی که مضارب آن خط می خورد کدام است؟

۲۰) در غربال اعداد اول ۱ تا ۵۰۰، ۲۶۳ امین عددی که خط میخورد چند است؟

۲۱) در غربال اعداد ۱ تا ۲۰۰، عدد ۹۵ چندمین عدد است که حذف خواهد شد؟

۲۲) اگر دو عدد $A = 3^{13} \times 5^{2x+5}$ و $B = 3^{-4y+2} 5^{15}$ نسبت به هم متباین باشند. $2x-y$ را بدست آورید

۲۳) کدام عدد نسبت به ۷۲۰ متباین است؟

الف) ۱۰۵ ب) ۲۴۳ ج) ۶۶ د) ۳۴۳

۲۴) کدام گزینه نسبت به سایر گزینه ها اول است؟

الف) ۷۲ ب) ۲۴۳ ج) ۲۵۶ د) ۱۲۵

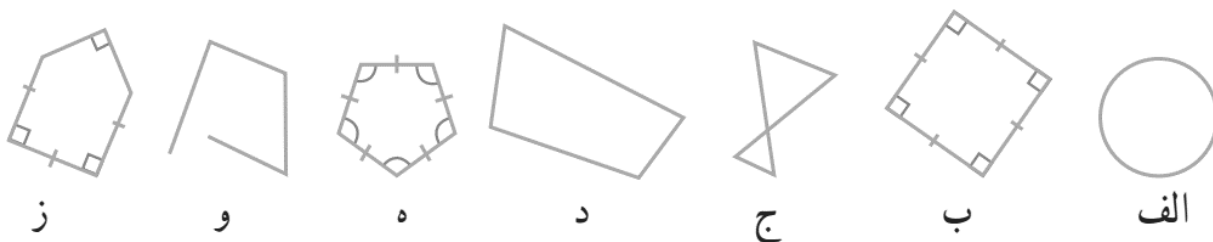
۲۵) اگر $(32x \cdot 28x) = 52$ باشد، مقدار x را بیابید.

فصل سوم: چندضلعی‌ها

✓ چندضلعی‌ها و تقارن

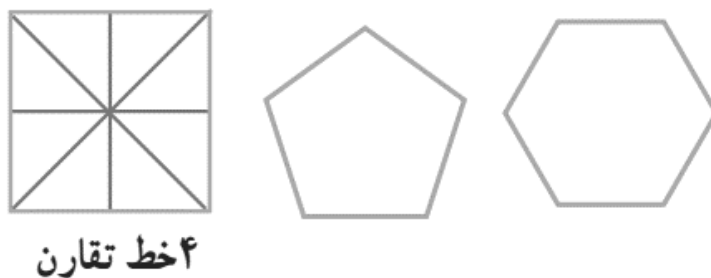
- به هر خط شکسته بسته، چندضلعی گفته می‌شود به شرط آنکه ضلعها یکدیگر را قطع نکنند مگر در راس‌ها که اضلاع به هم می‌رسند.
- اگر در یک چندضلعی تمام ضلعها و زاویه‌ها با هم برابر باشند، چندضلعی منتظم می‌باشد.

(۱) از اشکال زیر کدام یک چندضلعی ساده می‌باشد؟ کدامیک از چندضلعی‌ها منتظم است؟



- خط تقارن: خطی که شکل را به دو قسمت مساوی تقسیم کرده به طوری که دو قسمت بر هم منطبق باشند.
- چندضلعی‌های منتظم به تعداد ضلعها دارای خط تقارن می‌باشند.

(۲) خطوط تقارن شکلهای زیر را رسم کنید.

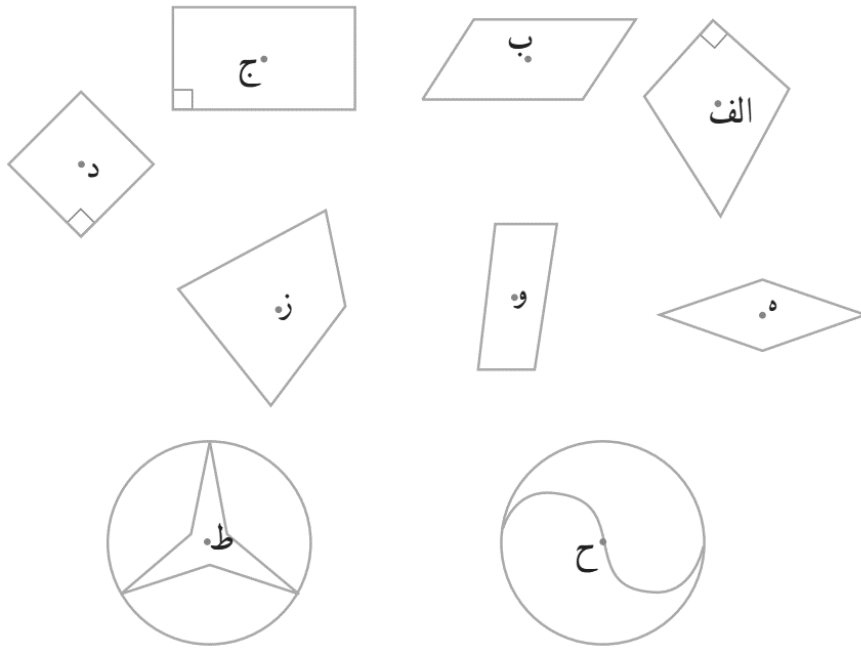


(۳) یک ۱۰ ضلعی منتظم چند محور تقارن دارد؟ ۱۱ ضلعی منتظم چطور؟

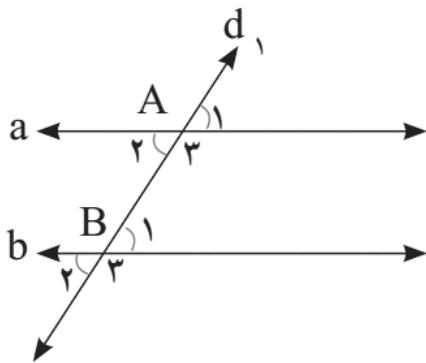
- اگر شکلی را حول یک نقطه، ۱۸۰ درجه دوران دهیم و نتیجه دوران روی خودش منطبق شود، می‌گوییم شکل مرکز تقارن دارد و نقطه مورد نظر، مرکز تقارن شکل است.
- چندضلعی‌های منتظم، اگر دارای تعداد ضلع فرد باشند مرکز تقارن ندارند، اما با تعداد ضلع زوج مرکز تقارن دارند.

(۴) آیا یک شش ضلعی منتظم مرکز تقارن دارد؟ ۷ ضلعی منتظم چطور؟

۵) بررسی کنید شکلهای زیر مرکز تقارن و چه تعداد خط تقارن دارند؟



✓ توازی و تعامد



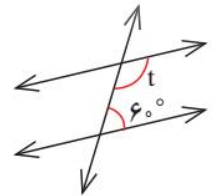
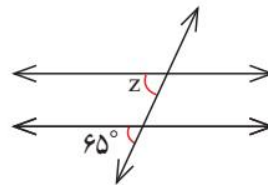
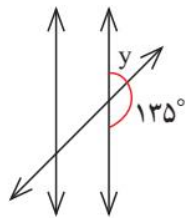
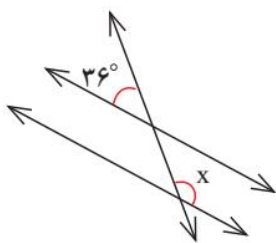
- خط مورب d . $a \parallel b$

- متقابل به راس $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 = \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2$

- متقابل به راس $\widehat{A} = \widehat{A}_3 = \widehat{B} = \widehat{B}_3$

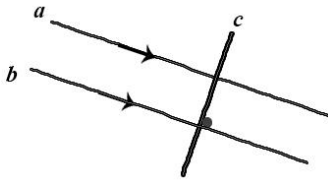
- مکمل $\widehat{A}_1, \widehat{A}_3$ $\widehat{B}_1, \widehat{B}_3$

۶) در شکلهای زیر اندازه زاویه مجهول را بدست آورید.



- اگر دو خط a و b موازی باشند به صورت $a \parallel b$ نشان می دهند.
- اگر دو خط a و b موازی نباشند به صورت $a \nparallel b$ نشان می دهند.
- اگر دو خط a و b عمود باشند به صورت $a \perp b$ نشان می دهند.

- اگر خطی بر یکی از خطوط موازی عمود باشد، بر خط دیگر نیز عمود خواهد بود.

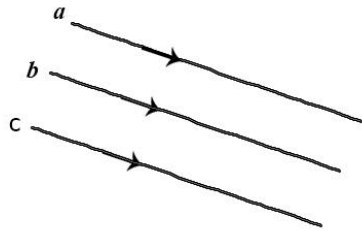


$$\left. \begin{array}{l} a \parallel b \\ c \perp a \end{array} \right\} c \perp b$$

- اگر خطی بر دو خط غیریکسان و غیرمنطبق عمود باشد، آن دو خط موازی اند.

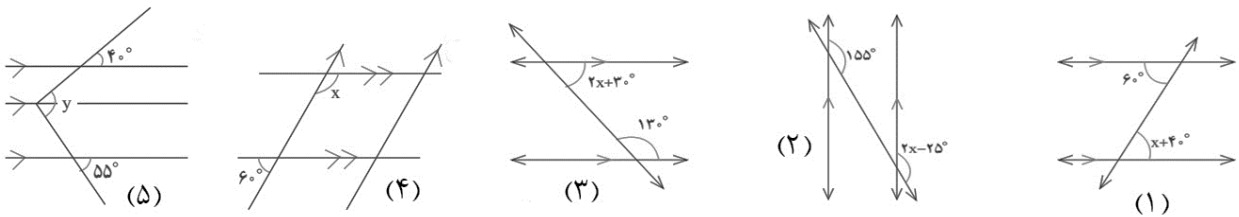
$$\left. \begin{array}{l} c \perp b \\ c \perp a \end{array} \right\} a \parallel b$$

- دو خط موازی با یک خط، با هم موازی اند.

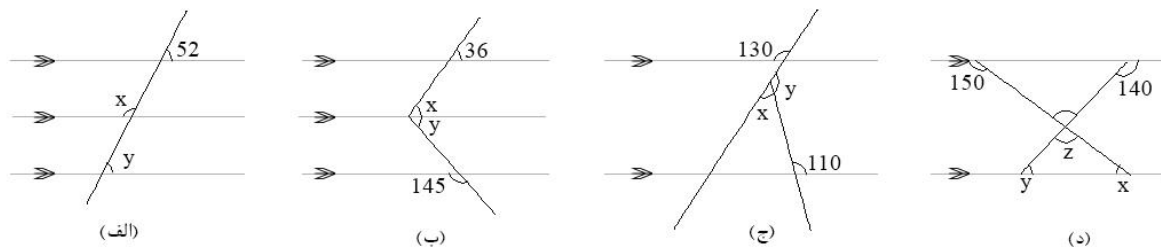


$$\left. \begin{array}{l} a \parallel c \\ b \parallel c \end{array} \right\} a \parallel b$$

(۷) مقدار زاویه مجهول را بدست آورید.



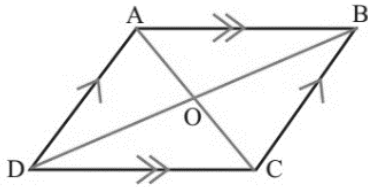
(۸) با توجه به شکل‌های زیر اندازه زوایای مجهول را بدست آورید.



✓ چهارضلعی ها

- **متوازی الضلاع:** چهارضلعی است که اضلاع روبرو دو به دو با هم موازی می باشند.

خواص متوازی الضلاع:



(۱) اندازه اضلاع روبرو با هم برابر است.

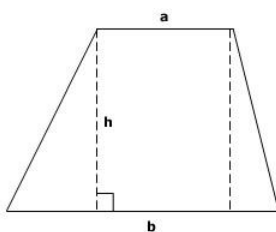
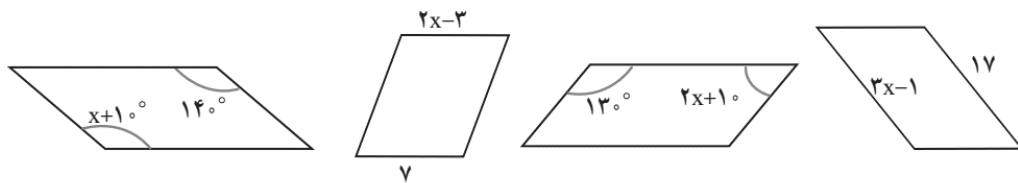
(۲) زاویه های روبرو با هم برابرند.

(۳) زاویه های مجاور مکمل یکدیگرند.

(۴) قطرها یکدیگر را نصف می کنند.

(۵) در هر متوازی الضلاع محل برخورد قطرها، مرکز تقارن شکل می باشد.

(۹) با توجه به خواص متوازی الضلاع، مقادیر مجهول را بیابید.



- **دوزنقه:** چهارضلعی است که فقط دو ضلع آن باهم موازی بوده و دو ضلع دیگر موازی نیستند که

به دوضلع غیر موازی ساق می گویند. (در دوزنقه قطرها یکدیگر را نصف نمی کنند و زاویه های

روبرو با هم مساوی نیستند همچنین زاویه های پایینی و بالایی یک ساق مکمل اند.) $a \parallel b$

(اگر طول ساق های دوزنقه ای مساوی باشند، دوزنقه را متساوی الساقین نامیده و زاویه های

پایین دو ساق با هم و زاویه های بالای دوساق نیز باهم برابرند)

- **حالتهای خاصی از متوازی الضلاع**

باید توجه کرد که تمام اشکالی که در ادامه به عنوان حالت خاصی از متوازی الضلاع ذکر می شود ۴ مورد خواص متوازی الضلاع را دارا می باشند.

(۱) **مستطیل:** متوازی الضلاعی که زاویه های آن برابر (۹۰ درجه) باشد.

▪ قطرهای مستطیل هم اندازه می باشند.

▪ مستطیل دو محور تقارن دارد.

(۲) **لوزی:** متوازی الضلاعی که اضلاع آن با هم برابر باشد.

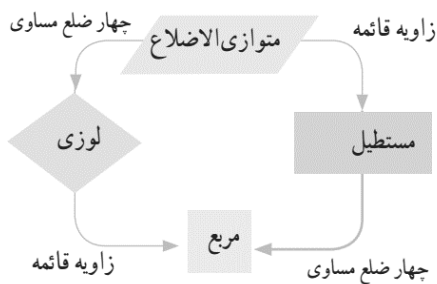
▪ قطرهای لوزی یکدیگر را نصف کرده و بر هم عمودند.

▪ لوزی دو محور تقارن (قطرها) دارد.

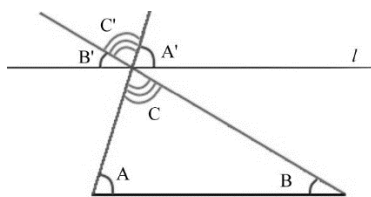
(۳) **مربع:** متوازی الضلاعی که اضلاع و زوایای آن باهم برابر است.

▪ قطرهای مربع هم اندازه بوده و بر هم عمودند.

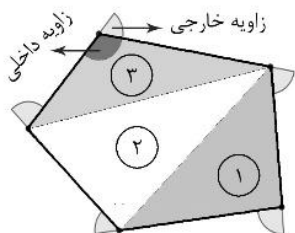
▪ مربع چهار محور تقارن دارد.



✓ زاویه های داخلی و خارجی



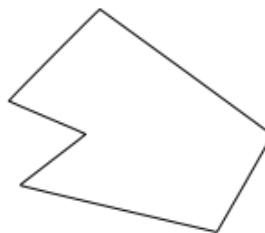
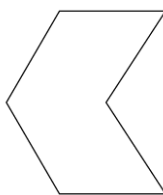
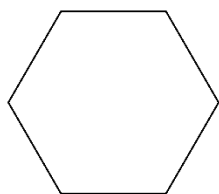
- مجموع زوایای داخلی یک مثلث ۱۸۰ درجه می باشد
- برای بدست آوردن مجموع زوایای داخلی چند ضلعی های دیگر ابتدا آن را به مثلثهای غیر همپوشان تقسیم می کنیم و سپس تعداد مثلثها را در ۱۸۰ درجه ضرب می کنیم. که در n ضلعی های محدب می توان مجموع زوایای داخلی آنها را از $(n - 2) \times 180$ درجه بدست آورد.



- در هر چند ضلعی، وقتی دو ضلع به هم برخورد می کنند یک راس و دو زاویه ایجاد می شود. زاویه ای که داخل چند ضلعی می باشد زاویه داخلی و زاویه ای که بیرون چند ضلعی می باشد زاویه خارجی می باشد.
- مجموع زوایای خارجی تمام n ضلعی ۳۶۰ درجه می باشد.
- زاویه داخلی و خارجی در یک راس مکمل می باشند.
- در صورتی که چند ضلعی منتظم (تمام ضلع ها و زوایا برابر باشند) باشد، زاویه داخلی از تقسیم مجموع زوایا داخلی بر تعداد ضلعها یعنی رابطه $\frac{(n-2)180}{n}$ و زاویه خارجی از رابطه $\frac{360}{n}$ بدست خواهد آمد.

۱۰) مجموع زوایای داخلی و خارجی یک ۱۲ ضلعی را مشخص کنید.

۱۱) مجموع زوایای داخلی شکلهای زیر را مشخص کنید.



۱۲) اندازه زاویه داخلی و خارجی یک ۹ ضلعی منتظم را بدست آورید.

۱۳) اندازه زاویه داخلی یک n ضلعی منتظم ۴ برابر زاویه خارجی آن می باشد. n را بدست آورید.

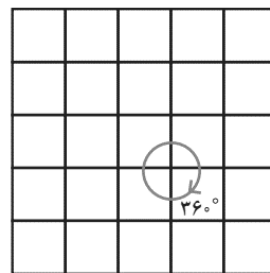
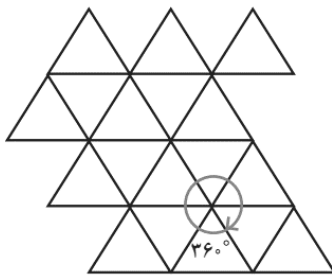
- تعداد قطرهای یک n ضلعی محدب از رابطه $\frac{n(n-3)}{2}$ بدست می آید.

(۱۴) تعداد قطرهای یک ۸ ضلعی منتظم چه تعداد بیشتر از ۱۲ ضلعی منتظم می باشد؟

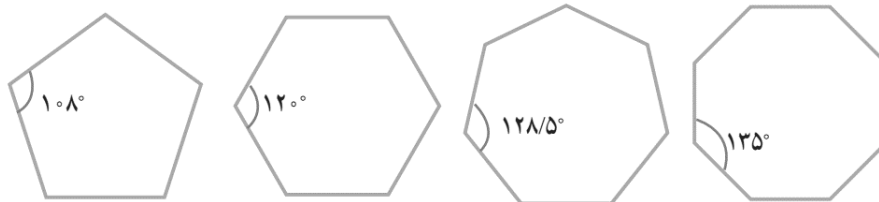
(۱۵) تعداد ضلعهای یک n ضلعی منتظم را افزایش می دهیم. زاویه داخلی، زاویه خارجی و تعداد قطرها به چه صورت تغییر می کند؟ (افزایش یا کاهش)

- کاشی کاری

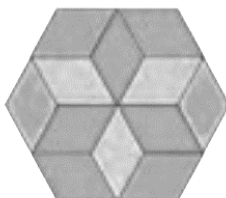
در کاشی کاری، اگر بخواهیم سطح را فقط با یک چند ضلعی کاشی کاری کنیم باید دقت کرد که زاویه داخلی چند ضلعی یکی از شمارندههای ۳۶۰ باشد یعنی ۳۶۰ بر آن بخشپذیر باشد. به طور مثال با یک مثلث متساوی الضلاع (زاویه داخلی ۶۰ درجه) و یا مربع (زاویه داخلی ۹۰ درجه) می توان به تنهایی کاشی کاری نمود.



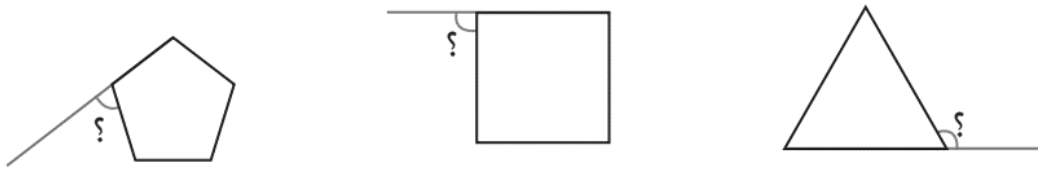
(۱۶) با کدام یک از اشکال منتظم زیر می توان به تنهایی کاشی کاری منتظم کرد؟



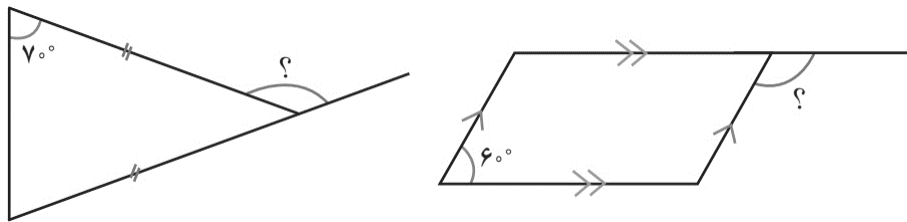
(۱۷) در کاشی کاری زیر تنها از یک کاشی استفاده شده است. اندازه هر کدام از زوایای کاشی را بدست آورید.



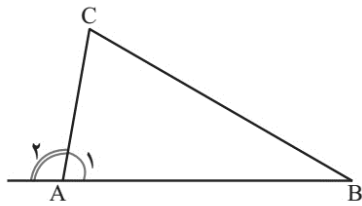
۱۸) اندازه زاویه های خواسته شده در شکل های منتظم زیر را بدست آورید.



۱۹) اندازه زاویه خواسته شده را بدست آورید.

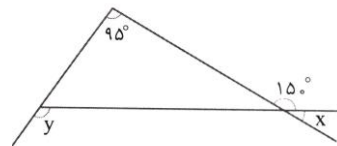
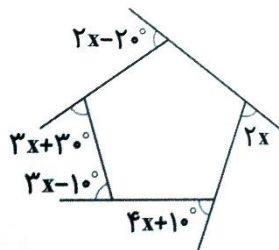
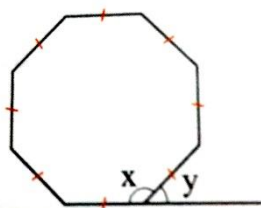


- در هر مثلث اندازه هر زاویه خارجی برابر مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور می باشد.



$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 + \hat{A}_2 &= 180^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{B} + \hat{C} &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{B} + \hat{C}$$

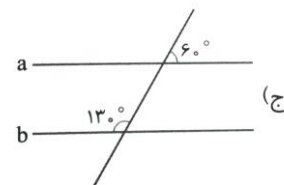
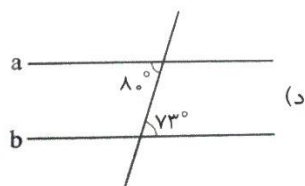
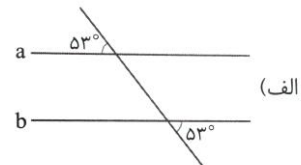
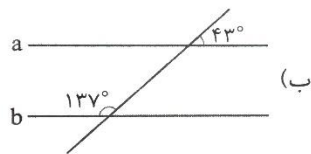
۲۰) اندازه زوایای مجهول را بیابید.



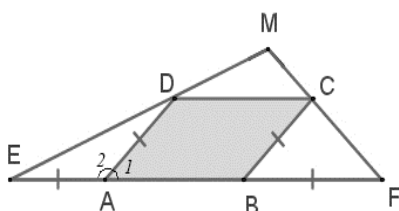
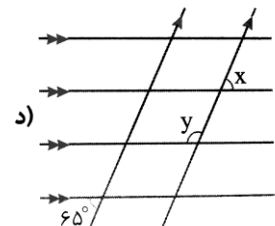
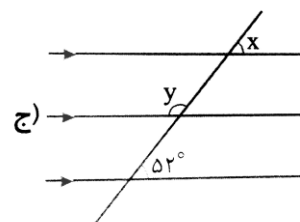
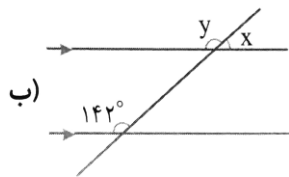
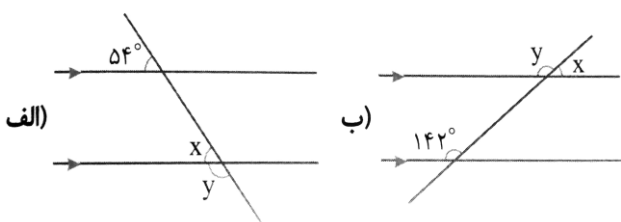
✓ تمرین فصل سوم

- (۱) در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید.
- در n ضلعی منتظم، اگر n عددی _____ باشد، مرکز تقارن وجود دارد.
 - دو خط عمود بر یک خط با یکدیگر _____ هستند.
 - اندازه هر زاویه یک ۲۰ ضلعی منتظم _____ درجه است.
 - لوزی ای که قطرهایش مساوی باشد، _____ نام دارد.
 - مجموع زوایای خارجی هر مثلث برابر با _____ درجه است.
 - مثلث متساوی الساقین _____ محور تقارن دارد.
 - متوازی الاضلاعی که قطرهایش عمودمنصف هم باشند _____ نام دارد.
 - دو خط موازی با یک خط، _____ هستند.

(۲) در کدام موارد زیر خطوط a و b موازی می باشند.



(۳) اندازه زوایای مجهول را بدست آورید.



- (۴) در شکل روبرو $ABCD$ یک متوازی الضلاع می باشد. اگر زاویه E 50° درجه باشد اندازه زاویه F و A_1 را بدست آورید.

۵) در یک n ضلعی مجموع زوایای داخلی 900 درجه است. n را بدست آورید.

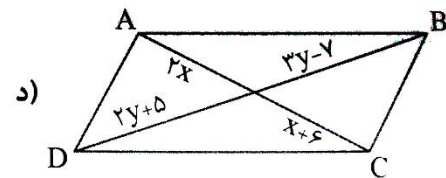
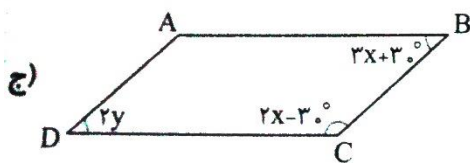
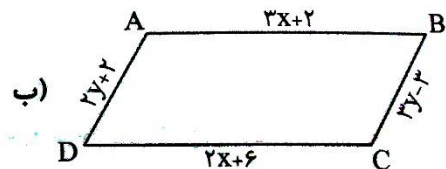
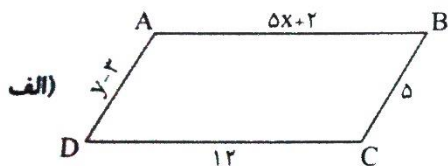
۶) در یک n ضلعی منتظم اندازه هر زاویه داخلی 135 درجه است. n را بدست آورید.

۷) اندازه زاویه داخلی و خارجی یک 36 ضلعی منتظم را بیابید.

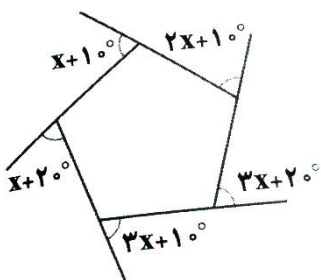
۸) آیا با 7 ضلعی منتظم می توان به تنهایی کاشی کاری نمود؟ با 8 ضلعی منتظم چطور؟

۹) در یک چهار ضلعی اندازه سه زاویه 100 ، 107 و 63 درجه می باشد. اندازه زاویه چهارم و اندازه زوایای خارجی را بیابید.

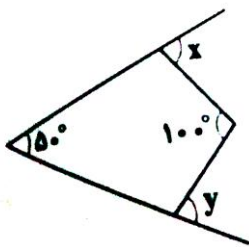
۱۰) اندازه مقادیر مجهول را بیابید.



۱۱) در پنج ضلعی منتظم روبرو مقدار x را بیابید.



۱۲) در شکل روبرو جمع زوایای x و y را چند درجه است؟



۱۳) آیا مثلثی با دو زاویه قائمه وجود دارد؟ چرا؟

۱۴) اگر وسط اضلاع یک مستطیل را به هم وصل کنیم چه شکلی حاصل می شود؟ پاسخ خود را توضیح دهید.

۱۵) متوازی الاضلاعی که قطرهای آن باهم مساوی است، در حالت کلی چه نام دارد؟

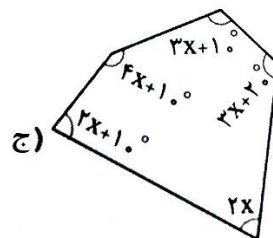
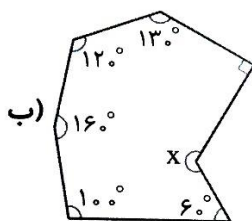
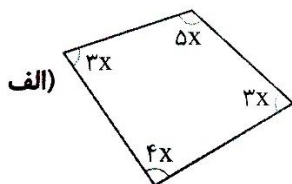
۱۶) با تشکیل مثلثهای غیرهمپوشان در شکل مجموع زوایای داخلی و خارجی را بیابید.



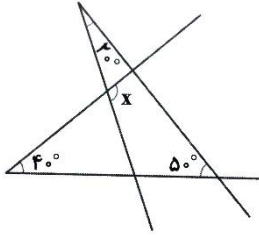
۱۷) مجموع زوایای داخلی و خارجی یک لوزی را بدست آورید.

۱۸) اندازه هر زاویه داخلی یک ۱۵ ضلعی منتظم چند درجه بیشتر از زاویه خارجی ۱۸ ضلعی منتظم است؟

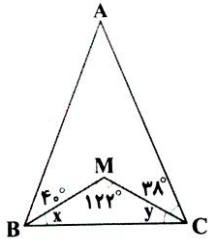
۱۹) اندازه زوایای مجهول را بیابید.



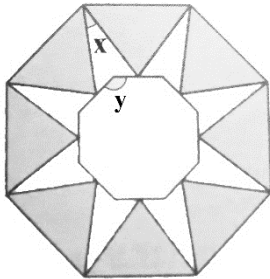
۲۰) در شکل روبرو اندازه زاویه x را بیابید.



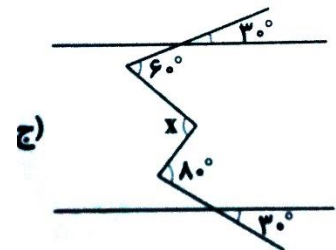
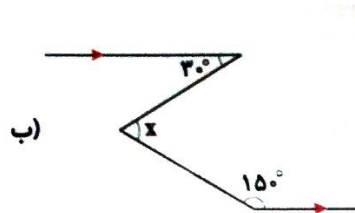
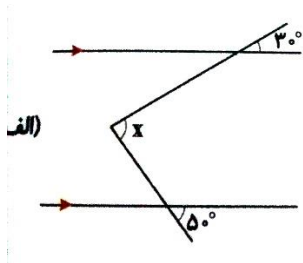
۲۱) در شکل مقابل اندازه زاویه A را بدست آورید.



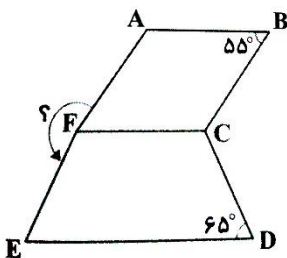
۲۲) در کاشی کاری روبرو هشت ضلعی ها منتظم بوده و مثلثهای تیره متساوی الضلاع می باشند. اندازه اضلاع مجهول را بیابید.



۲۳) در شکلهای زیر اندازه زاویه x را بدست آورید.



۲۴) در شکل زیر $ABCF$ لوزی و $EFCD$ دوزنقه متساوی الساقین می باشد. با توجه به اندازه زاویه ها، زاویه AFE چند درجه است؟



فصل چهارم : جبر و معادله

✓ تبدیل عبارت کلامی به جبری و بالعکس

- (۱) عبارات کلامی زیر را به جبری و عبارات جبری را به صورت کلامی بیان کنید.
- هر عددی به توان ۱ برابر خود عدد است.
 - حاصلجمع دو عدد فرد، زوج می باشد.
 - در ضرب اعداد تواندار با پایه های برابر، یکی از پایه ها را نوشته و توانها را جمع می کنیم.
 - حاصلضرب عدد زوج در عدد فرد برابر عددی زوج می باشد.
 - $a^0 = 1$
 - $2a + 2b = 2(a + b) = 2c$

✓ یافتن جمله عمومی الگوهای عددی

(۲) ۵ جمله اول دنباله ها را با توجه به جمله عمومی داده شده را بنویسید.

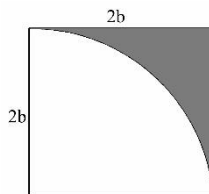
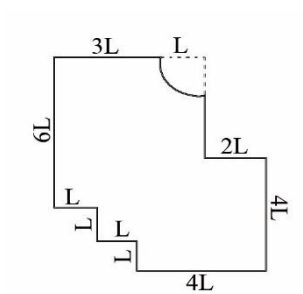
- $\frac{2n+2}{1+n}$
- $2n^2 + 1$
- $\frac{n^3-3}{n+1} + 3$

(۳) جمله عمومی الگوهای عددی زیر را بیابید.

- 1.4.7.10
- 1.4.9.16
- 1.3.6.10
- $-1, \frac{3}{4}, \frac{-5}{9}, \frac{7}{16}, \dots$

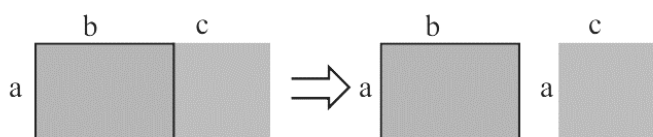
✓ نوشتن محیط و مساحت اشکال هندسی به صورت جبری

(۴) محیط و مساحت شکل های زیر (سمت راست، قسمت رنگی) را بیابید.



(۵) مساحت جانبی و حجم استوانه ای به شعاع $\frac{a}{\pi}$ متر و ارتفاع $\frac{2b}{a^2}$ متر را بیابید.

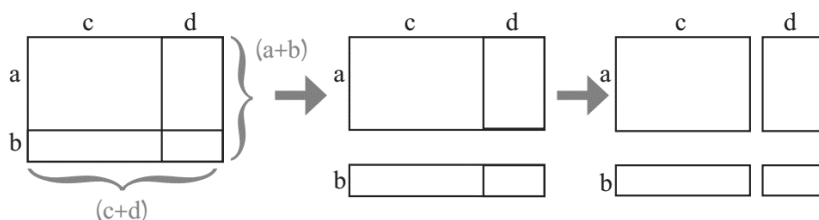
✓ ضرب عبارات جبری



(۱) ضرب یک جمله جبری در عبارت جبری

$$a(b+c) = \text{---} + \text{---}$$

(۲) ضرب یک عبارت جبری در عبارت جبری دیگر



$$(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d) = \text{---} + \text{---} + \text{---} + \text{---}$$

$$(a+b)(c+d) = \text{---} + \text{---} + \text{---} + \text{---}$$

(برای ضرب دو عبارت جبری تک تک جمله های عبارت اول را در جملات عبارت دوم ضرب کرده و سپس جملات مشابه را باهم ساده می کنیم.)

(۶) حاصل عبارتهای زیر را به ساده ترین شکل بدست آورید.

- $-2(6x) =$

- $3x(y - 5x) =$

- $x(x - y) + xy =$

- $\frac{-5}{3}x(6n) + 10n =$

(۷) حاصل عبارات زیر را بدست آورده و ساده کنید.

- $(x + y)(x - y) + xy =$
- $(2x - y)2y - x(y - 3x) =$
- $(a + 3)(3 + a) - 6a =$
- $(-a - ab)b + ab - 6a =$
- $(x - 2y)b + (2y - x)b =$
- $2n(m + 2n^2) - m(3n - m^2) =$

✓ پیدا کردن مقدار یک عبارت جبری

(۸) عددهایی به ماشینهای زیر وارد می شود، اعداد حاصل را بدست آورید.



(۹) با توجه به تساوی های جبری و جداول، مقادیر x و y را در جدول پر کنید.

$y = 3x + 1$	$y = 5x$	$y = x - 7$	$y = 2x - 3$																																						
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 50px; height: 100px;"> <tr><td style="padding: 2px 5px;">x</td><td style="padding: 2px 5px;">y</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">۱</td><td style="padding: 2px 5px;"></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">۲</td><td style="padding: 2px 5px;"></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">۵</td><td style="padding: 2px 5px;"></td></tr> </table>	x	y	۱		۲		۵		<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 50px; height: 100px;"> <tr><td style="padding: 2px 5px;">x</td><td style="padding: 2px 5px;">y</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">۳</td><td style="padding: 2px 5px;"></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">-۲</td><td style="padding: 2px 5px;"></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">-۴</td><td style="padding: 2px 5px;"></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;"></td><td style="padding: 2px 5px;">۲۵</td></tr> </table>	x	y	۳		-۲		-۴			۲۵	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 50px; height: 100px;"> <tr><td style="padding: 2px 5px;">x</td><td style="padding: 2px 5px;">y</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">۴</td><td style="padding: 2px 5px;"></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">-۲</td><td style="padding: 2px 5px;"></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">۰</td><td style="padding: 2px 5px;"></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;"></td><td style="padding: 2px 5px;">-۱۴</td></tr> </table>	x	y	۴		-۲		۰			-۱۴	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 50px; height: 100px;"> <tr><td style="padding: 2px 5px;">x</td><td style="padding: 2px 5px;">y</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">۴</td><td style="padding: 2px 5px;"></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">-۲</td><td style="padding: 2px 5px;"></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">۰</td><td style="padding: 2px 5px;"></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;"></td><td style="padding: 2px 5px;">۵</td></tr> </table>	x	y	۴		-۲		۰			۵
x	y																																								
۱																																									
۲																																									
۵																																									
x	y																																								
۳																																									
-۲																																									
-۴																																									
	۲۵																																								
x	y																																								
۴																																									
-۲																																									
۰																																									
	-۱۴																																								
x	y																																								
۴																																									
-۲																																									
۰																																									
	۵																																								

(۱۰) مقدار عبارت جبری زیر را به ازای $a = -1$. $b = 2$ بدست آورید.

$$ab + a(-b + 2b) - (a + b)(a - 2b) =$$

(۱۱) حجم منشوری با قاعده لوزی با قطرهای a و b و ارتفاع c را به صورت جبری بدست آورده و سپس حجم منشور را به ازای $a = 3$ ، $b = 2$ ، $c = 2.5$ بدست آورید.

(۱۲) مساحت یک بیضی با قطرهای $2a$ و $3a$ را به صورت جبری بدست آورید. اگر طول قطر بزرگ ۹ باشد مقدار عددی مساحت را بدست آورید.

✓ تجزیه عبارت های جبری (فاکتورگیری)

در واقع در تجزیه عبارتهای جبری عکس عمل ضرب انجام می شود. همانطور که در عمل ضرب، یک عامل در عبارت جبری ضرب می شود در تجزیه عبارت جبری باید به دنبال عامل مشترکی بگردیم.

$$a(b + c) = ab + ac \quad \text{خاصیت توزیع پذیری}$$

$$ab + ac = a(b + c) \quad \text{تجزیه کردن}$$

(۱۳) عبارتهای جبری زیر را تجزیه کنید.

1. $3ab - 6a^2 =$

2. $4x^2y - 12x^3y^3 =$

3. $-3abc - 7b^2c^2 =$

4. $mn^2 - nm^2 + n - m =$

5. $xy^2z^3 - 3x^2yz^2 - xyz^2 =$

6. $3ax^2 - a^3 + 12x^2y - 4a^2y =$

7. $\frac{1}{4}xy^2 - \frac{1}{2}x^2y + \frac{1}{8}(x - 2y) =$

8. $\frac{a-a^2b}{a^2x+xya} =$

9. $\frac{xy^2+4x^2y}{axy+4ax^2} =$

10. $\frac{16m^2n^2+8mn}{n+2mn^2} - \frac{64x^2m-8x^2}{8x^2} =$

11. $2x^2y^3 - 8x^3y^2 + \frac{3x(y-4x)}{36xy^2-24x^2y} =$

۱۴) آیا مقدار $(a + b)^2$ با $a^2 + b^2$ برابر است؟ جدول زیر را کامل کرده و با توجه به آن نتیجه گیری نمایید.
حاصل $(a + b)^2$ را بدست آورید. (اتحاد مربع دو جمله ای)

a	۱	۲	۰	۲	-۱
b	۱	۰	-۳	۴	-۲
$(a+b)^2$					
$a^2 + b^2$					

۱۵) آیا مقدار عبارت $(a - b)^2$ و $(b - a)^2$ برابر است؟ حاصل هریک را بدست آورده و با هم مقایسه نمایید.

۱۶) آیا $(a - b) = -(b - a)$ می باشد؟

۱۷) نشان دهید تفاضل هر عدد دو رقمی از مقلوبش مضربی از ۹ می باشد.

۱۸) آیا $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ می باشد؟ (اتحاد مزدوج)

✓ معادله

۱۹) معادلات زیر را حل نمایید.

1) $2x - 3 = 3x - 7$

2) $\frac{3}{4}(16 - 2b) = 4 - \frac{3}{5}b$

3) $x + 1 - 3(2x - 2) = 2 - \frac{4}{5}x$

4) $2\left(\frac{1}{2} - x\right) = 5(x + 3)$

۲۰) معادلات زیر را حل نمایید.

1) $2m + 1 = -2m + 7$

2) $x + 3(2 - x) = 3x$

3) $y + 1 = 3 + \frac{2}{3}y$

4) $-4 + 2(x + 1) = 2$

5) $\frac{-1}{4}a + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}a - \frac{3}{4}$

6) $\frac{4y - 1}{2} = 2y - \frac{1 - 3y}{4}$

۲۱) آیا $m = 1$ ریشه معادله $4m - \frac{2m - 1}{5} - 12 = 0$ می باشد؟

۲۲) ۷ برابر عددی به علاوه ۴ برابر است با ۶۰. آن عدد را بیابید.

۲۳) حاصل جمع سه عدد متوالی برابر ۹۰ می باشد، عدد کوچکتر را بیابید.

۲۴) به ربع عددی ۱۲ واحد اضافه کردیم حاصل برابر خود عدد می باشد. آن عدد را بیابید.

۲۵) اگر مربع عددی به آن عدد اضافه شود حاصل ۳۰ می شود. کدام اعداد صحیح می توانند جواب معادله باشد. (حدس و آزمایش)

۲۶) پدری ۴۵ سال دارد. دو فرزند او ۹ و ۱۴ سال دارند. پس از چند سال سن پدر با مجموع سن دو فرزندش برابر خواهد شد؟

۲۷) علی و رضا در مغازه پدرشان سبدهای حصیری درست می کنند. علی پسر بزرگتر، روزی ۵ سبد بیشتر از رضا می سازد. اگر علی ۳ روز و رضا ۶ روز کار کند، روی هم ۶۰ عدد سبد تولید می کنند. تعیین کنید هر کدام روزی چند سبد می بافند.

۲۸) فرض کنید $x = yz - 4$ باشد. اگر $z = 8$ باشد، آنگاه $x = 20$ خواهد بود. حال اگر $z = 10$ باشد. آنگاه x برابر چه عددی خواهد بود؟

۲۹) معادله زیر را حل نمایید.

$$x + 2x + 3x + 4x + \dots + 10x - 13 = 77$$

۳۰) معادلات زیر را حل کنید.

$$1) -\frac{2x-3}{3} = 5 - \frac{3-x}{2}$$

$$2) \frac{3x-4}{3} - \frac{2x+1}{2} = \frac{x}{4} - 2$$

$$3) \frac{-2x+3}{6} - 3 = 2x + \frac{x}{3}$$

$$4) \frac{7-3x}{-2} = \frac{7x-3}{5}$$

(۱) جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید

- مساحت مربعی به ضلع a برابر _____ می باشد.
- جملاتی که بخش حرفی آنها (متغییر) یکسان باشد، جملات _____ نام دارد.
- یک _____ که به ازای مقادیری برای متغیرش برقرار باشد، معادله نام دارد.
- جمله عمومی دنباله اعداد فرد به صورت _____ می باشد.

(۲) جملات جبری زیر را ساده نمایید.

a) $2x(3x - y) + 2y(y - x) =$

b) $-4x^2 - 3x(2x + 1 + 2y) + 6y =$

c) $4my(4m + n) - n(4m + y) - 15ym^2 =$

d) $(2x - \frac{3}{4}y)x^2 - \frac{5}{3}xy(9x + 3) =$

e) $2xm(x - m) + 4n(x + m) - 4nx - 2x^2m =$

f) $3x(x^2 - xy) + (3x - y)(y + x) =$

(۳) جمله عمومی (n ام) دنباله های زیر را بیابید.

a) $\frac{-1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{-3}{2} \cdot 2 \dots$

b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{16}{17} \dots$

(۴) در صورتی که شعاع قاعده استوانه ای دو برابر و ارتفاع آن نصف شود، حجم آن چه تغییری می کند؟ (حجم را به صورت جبری در دو حالت بنویسید و مقایسه کنید.)

(۵) عبارتهای جبری زیر را ساده کنید.

$$a) 2x(3x+y)(3x-y) =$$

$$b) (x-1)(x^2-x+1) =$$

$$c) (x+2)^2 - (x-2)(x+2) =$$

$$d) -3x^2y(5x-8y) - 12x^3y - 27x^2y^2 =$$

$$e) -2a(a-2) - 3(a+1)^2 - 2a^2 =$$

$$g) a(a+3) - 4(a-2)^2 + 2(a-1)^2 =$$

۶) مقدار عددی عبارتهای زیر را به ازای مقادیر داده شده بدست آورید.

$$a) 2(4b^2-1) - b(5b-2) - 2b \xrightarrow{b=-1}$$

$$b) (x+1)(2x-4) - x(x-2)^2 \xrightarrow{x=1}$$

$$c) \frac{-3}{2}a(4a-1) - (a+1)(a-2) \xrightarrow{a=2}$$

$$d) a(a+1) - (2b+1)(b-a) - a^2 \xrightarrow{a=1, b=0}$$

$$e) \frac{x+3}{2}(2y-4) - \frac{y}{3}(6x-5) \xrightarrow{x=1, y=-1}$$

$$f) m^2\left(\frac{mn}{2} - 4n^2\right) - n(m^2n - 2m) + 4m^2n^2 \xrightarrow{m=0, n=-1}$$

۷) عبارتهای جبری زیر را تجزیه کنید.

$$a) 6x^2y^3 - 12xy + xy^2 - 2 =$$

$$b) 4xy - 4yz + (z - x) =$$

$$c) 13ab^2 - 26a^2b^2 - 33ab =$$

$$d) -3x^2y - 12x^3y - 27x^2y^2 =$$

$$e) 2a^{12}xy^7 - 4y^5x^2a^2 =$$

$$h) 3a(a+3) - 4(a+3) + 2b(a+3) =$$

۸) کسرهای زیر را ساده نمایید.

$$a) \frac{5a+15}{a+3} =$$

$$b) \frac{24x+36b}{16x+24b} =$$

$$c) \frac{4a(a-2)+b(a-2)}{4xa+xb} =$$

$$d) \frac{-2a^2b+4ab-a+2}{(2-a)(3+a)} =$$

$$e) \frac{6xyz^2(-1+2xy)+4-8xy}{-3xyz^2+2} =$$

$$i) \frac{(x+y)(x^2-y^2)}{(x+y)^2} =$$

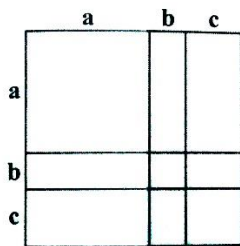
۹) نشان دهید تفاضل هر عدد سه رقمی با مقلوب آن بر ۹ بخشپذیر است.

۱۰) اگر نصف و ثلث عددی با هم جمع کنیم حاصل ۴ واحد از خود عدد کمتر خواهد شد. آن عدد را بیابید.

۱۱) مجموع ۴ عدد زوج متوالی برابر ۱۳۲ می باشد. عدد بزرگتر را بیابید.

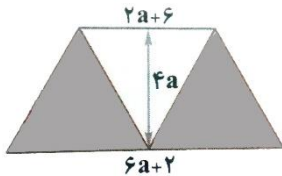
۱۲) آیا ۳- جواب معادله $\frac{x}{2} - \frac{x}{6} + 1 = -4$ می باشد؟

۱۳) مساحت شکل مقابل را به صورت جبری بدست آورید.



۱۴) هنگام تولد سهیل، مادرش ۳۰ ساله بود. پس از گذشت چند سال سن مادر سهیل ۳ برابر سن او خواهد بود.

۱۵) مساحت قسمت سایه زده شده را به صورت جبری بدست آورید.



۱۶) ضریب x^2 در عبارت جبری $(2x-3)(\frac{x}{3}+1)-3x^2$ چند است؟

۱۷) عبارت جبری $12x^2 - 9x^3y^3 + 18(x^2y)^2$ چند برابر $3xy^3 - 6x^2y^2 - 4$ می باشد؟

۱۸) معادله $(x-3)(x-5)=0$ دارای چند جواب می باشد؟ جوابهای معادله را بیابید.

۱۹) مقدار y در معادله $\frac{2y+2}{-2} = \frac{3y-1}{4}$ را بیابید.

۲۰) اگر $\frac{x}{y} = 2$ باشد، حاصل $\frac{5x}{y} - \frac{6y}{x}$ را بدست آورید.

۲۱) اگر $3^{2x-6} = 1$ باشد، حاصل 2^{3x+1} را بدست آورید.

۲۲) جواب معادله $3^{x+2} + 3^x = 90$ را بدست آورید.

۲۳) اگر معکوس $2-x$ از ۴ کم شود حاصل برابر ۱ می شود. مقدار x را بیابید.

۲۴) اگر سن رضا را ۴ برابر کنیم و سن ۱۲ سال بعد او را از آن کم کنیم، حاصل ۲ برابر سن ۶ سال بعد او می شود. رضا چند سال دارد؟

۲۵) معادلات زیر را حل نمایید.

1) $\frac{1-x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x+1}{4} = -2$

2) $2x - 1 + \frac{3x}{-4} = \frac{2x+3}{4} - 2$

3) $2x(3-2x) + 2 = 4x^2 + x - 5$

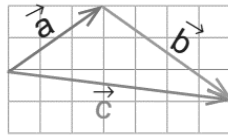
4) $3 - 3x + 2(x-1) = \frac{15x-25}{5}$

فصل پنجم: بردار و مختصات

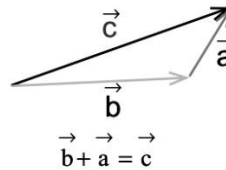
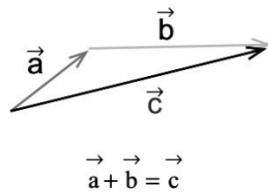
جمع بردارها ✓

بردار جمع یا برآیند، برداری است که حاصل جمع دو بردار را نشان می دهد. در واقع اگر مختصات بردار \vec{a} به صورت $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ و مختصات بردار \vec{b} به صورت $\begin{bmatrix} z \\ t \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه جمع بردار به صورت مختصاتی به شکل $\begin{bmatrix} x+z \\ y+t \end{bmatrix}$ خواهد بود. یعنی مولفه های طول باهم و مولفه های عرض نیز باهم جمع شده اند.

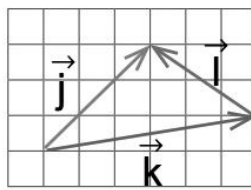
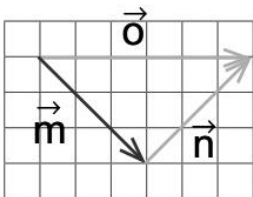
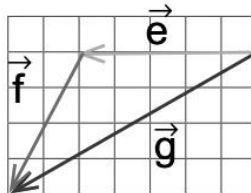
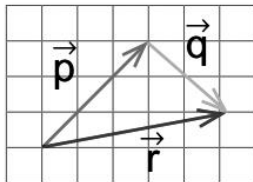
$$\begin{bmatrix} \vec{a} \\ x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vec{b} \\ z \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{a+b} \\ x+z \\ y+t \end{bmatrix}$$



اگر بردار برآیند را \vec{c} بنامیم، تساوی برداری $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ برقرار است.
در جمع بردارها اصل جابجایی برقرار می باشد. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$



(۱) برای هر یک از شکل های زیر یک تساوی برداری بنویسید.



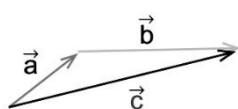
(۲) تساوی های مختصاتی زیر را کامل کنید.

1. $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ 2 \end{bmatrix}$

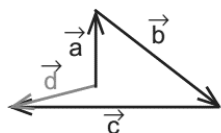
2. $\begin{bmatrix} -0.5 \\ 3\frac{1}{3} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{7}{2} \\ -1\frac{2}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} 7 \\ \quad \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ -3 \end{bmatrix}$

برای انجام جمع برداری به صورت رسم بردار، دو روش وجود دارد: متوالی و روش متوازی الضلاع



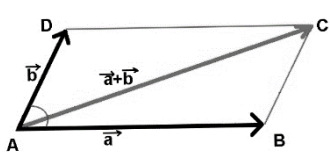
$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$$



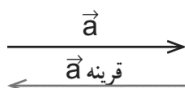
$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

❖ **روش متوالی:** باید بردارها پشت سر هم رسم شوند یعنی برای جمع برداری $\vec{a} + \vec{b}$ باید ابتدای بردار \vec{b} به انتهای بردار \vec{a} وصل شود و در این صورت بردار برآیند از ابتدای بردار \vec{a} را به انتهای بردار \vec{b} وصل می کنیم.

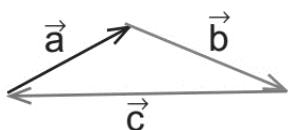
✓ مزیتی که این روش دارد می توان از آن برای جمع بیش از دو بردار نیز به طور مستقیم استفاده کرد. به طوری که تمام بردارها را به طور متوالی و پشت هم (ابتدای بردار دوم به انتهای بردار اول) رسم کرده و بردار برآیند آن را از ابتدای بردار اول به انتهای بردار آخر رسم می کنیم.



❖ **روش متوازی الاضلاع:** در این روش دو برداری که قرار است با هم جمع شود از یک نقطه رسم شده و این دو بردار دو ضلع مجاور یک متوازی الضلاع را تشکیل داده و قطر این متوازی الضلاع بردار برآیند می باشد.

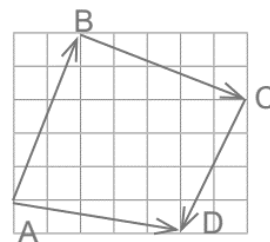
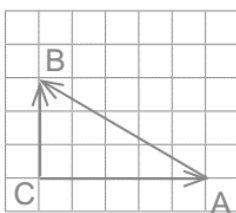
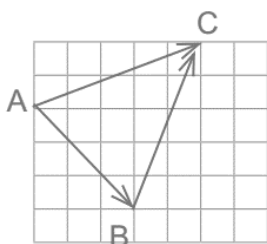


✓ حاصل جمع هر بردار با بردار قرینه خود برابر بردار صفر $\vec{0}$ می باشد.



✓ حاصل جمع بردارهایی که تشکیل یک چند ضلعی را میدهند (اگر پشت سرهم رسم شوند) برابر صفر است.

(۳) برای هر یک از شکل‌های زیر یک جمع برداری و یک جمع مختصاتی بنویسید.



(۴) در هر تساوی مختصاتی مقادیر مجهول را بیابید.

$$\begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x+1 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ y-1 \end{bmatrix}$$

تجزیه برداری

عمل تجزیه بردار عکس عمل جمع برداری و بدست آوردن برآیند است. در واقع در تجزیه یک بردار سعی می شود دو برداری را که حاصل جمع آنها بردار مورد نظر را ایجاد کند، رسم کرد. (در اغلب موارد بردارهای تجزیه بردارهایی هستند که بر روی دو محور عمود بر هم رسم می شوند).

به فرض مثال بردار $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ را می توان به صورت حاصل جمع دو بردار $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ نوشت که بردارهای تجزیه عمده برهم و روی محورهای طول و عرض می باشند. (برای درک بهتر موضوع بردارهای مثال را رسم کنید).

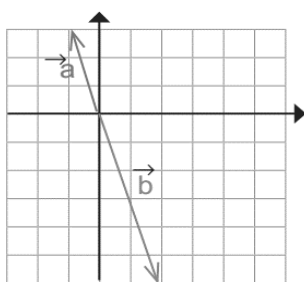
✓ ضرب عدد در بردار

اگر عددی در بردار ضرب شود اندازه بردار به همان مقدار تغییر می کند. جهت آن نیز با توجه به علامت عدد ثابت یا قرینه می شود. یعنی:

- (۱) اگر عدد بزرگتر از ۱ باشد طول بردار افزایش و اگر عدد بین صفر و ۱ باشد طول بردار کاهش می یابد.
- (۲) اگر عدد منفی باشد جهت بردار قرینه می شود، و اگر مثبت باشد جهت بردار ثابت می ماند.

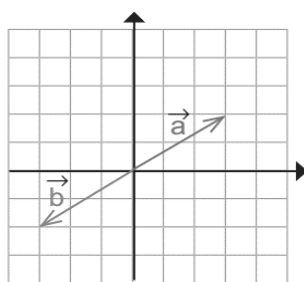
- اگر عددی در بردار ضرب شود در مولفه های طول و عرض بردار ضرب می شود.
- ضرب بردار در عدد یک تغییری در اندازه و جهت بردار ایجاد نمی کند.
- ضرب بردار در صفر ایجاد یک بردار صفر $\vec{0}$ می کند.
- ضرب بردار در -۱ ایجاد بردار قرینه می کند.

(۵) در شکلهای زیر مختصات بردارهای \vec{a} و \vec{b} را بنویسید و رابطه بین بردارها را بدست آورید.



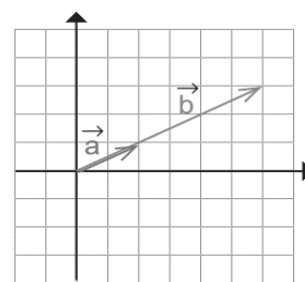
$$\vec{b} = -2\vec{a}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} = -2 \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$



$$\vec{b} =$$

$$\begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$



$$\vec{b} =$$

$$\begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

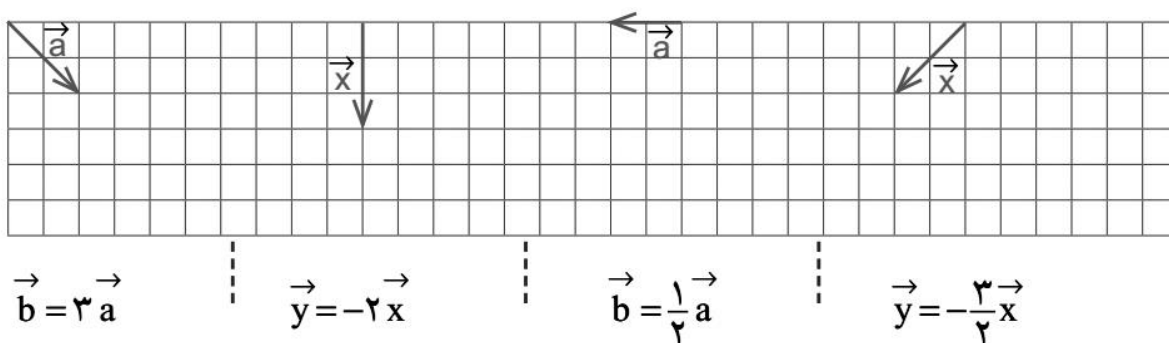
(۶) اگر بردار $\vec{a} = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix}$ باشد حاصل بردارهای زیر را بدست آورید.

a) $\vec{b} = 2\vec{a} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

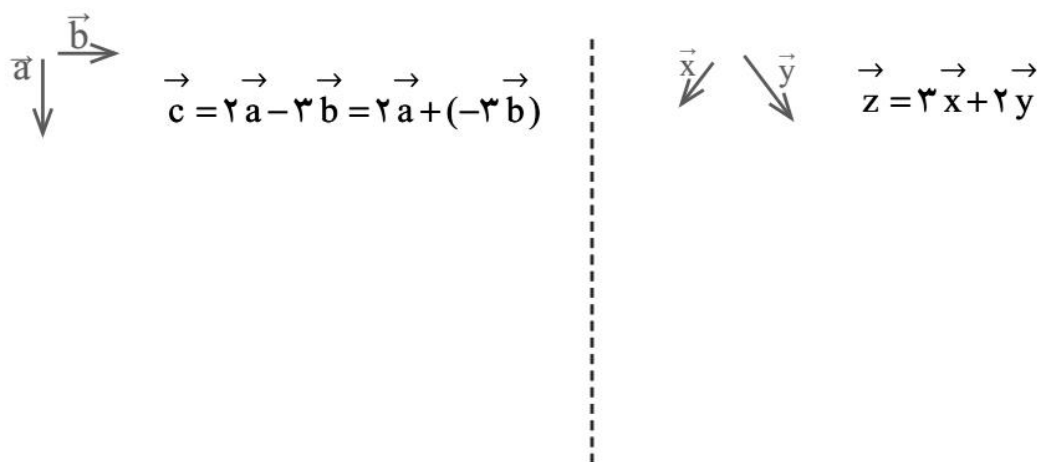
b) $\vec{c} = -\vec{a} + 3\vec{b}$

c) $\vec{d} = 2(\vec{a} - 2\vec{b}) + \vec{c}$

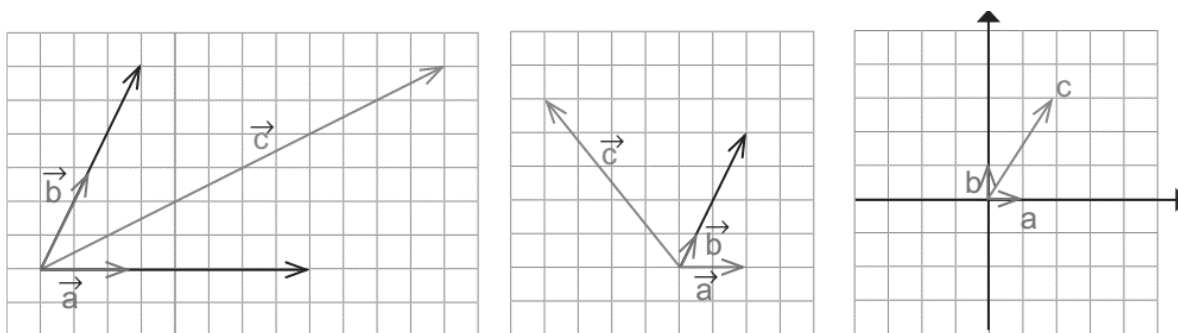
۷) با توجه به بردارهای داده شده، بردار مورد نظر را رسم کنید.



۸) بردارهای خواسته شده را رسم کنید.



۹) در هر شکل بردار c را بر مبنای دو بردار a و b بنویسید.



۱۰) حاصل عبارتهای زیر را بیابید.

$$(-1) \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} =$$

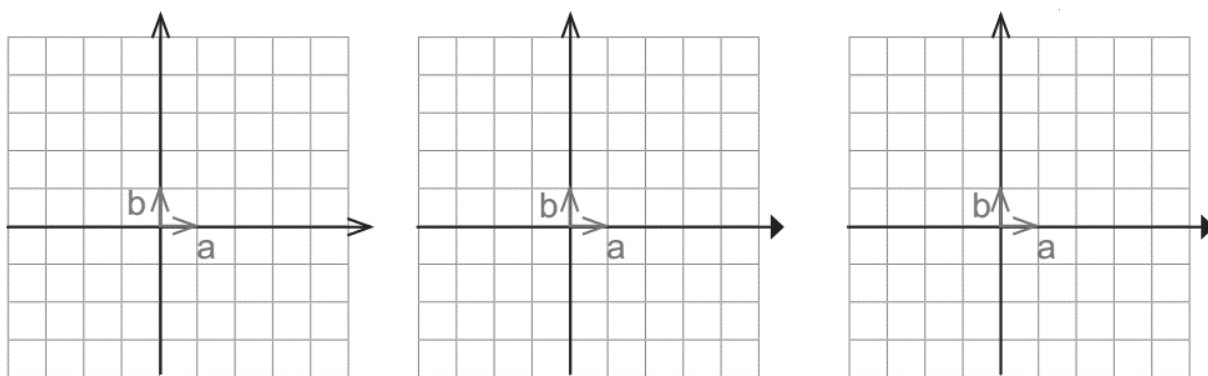
$$(-4) \begin{bmatrix} -5 \\ 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} =$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right) \begin{bmatrix} 12 \\ -8 \end{bmatrix} + 6 \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix} =$$

۱۱) معادله های مختصات زیر را حل کنید.

$$4x = \begin{bmatrix} 12 \\ -8 \end{bmatrix} \quad -3x = \begin{bmatrix} 15 \\ -9 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} + x = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} + x = \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

۱۲) با توجه به بردارهای a و b بردارهای c و d را رسم نمایید.



$$\vec{c} = 3\vec{a} + 3\vec{b}$$

$$\vec{d} = (-2)\vec{a} + 3\vec{b}$$

$$\vec{c} = 4\vec{a} - 2\vec{b}$$

$$\vec{d} = -4\vec{a} + \vec{b}$$

$$\vec{c} = -3\vec{a} - 2\vec{b}$$

$$\vec{d} = -\vec{a} + 5\vec{b}$$

۱۳) بردار c را بر مبنای دو بردار a و b بنویسید.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$$

$$\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$$

$$\vec{c} = -3\vec{a} + 4\vec{b}$$

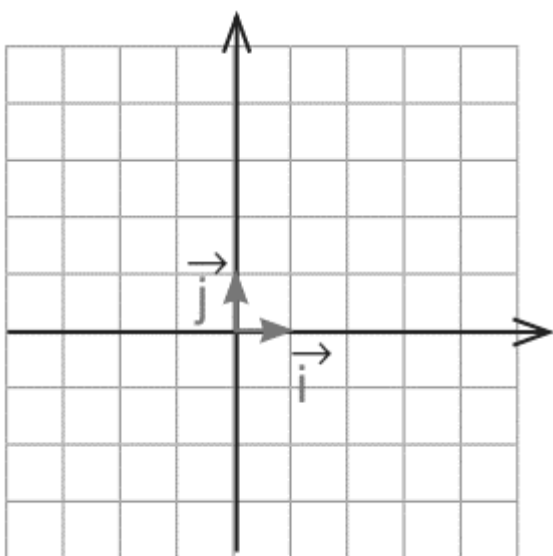
✓ بردارهای واحد مختصات

برای اندازه گیری و نمایش هر کمیتی نیاز به یک واحد می باشد. به طور مثال واحد دما درجه سلسیوس است یا واحد طول متر است. برای بردار نیز از واحد استفاده می شود که از جنس خود بردار می باشد. این واحدها دو بردار به طول واحد و در راستای محور طولها (\vec{i} بردار \vec{i}) و محور عرضها (\vec{j} بردار \vec{j}) می باشند.

یعنی ما می توانیم تمام بردارها را توسط بردارهای یکه یا واحد نمایش دهیم. به مثالهای زیر توجه کنید.

$$\begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix} = -3 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = -3\vec{i} + 5\vec{j}$$

$$5\vec{i} + \vec{j} = 5 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$



۱۴) اگر بردار $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j}$ باشد، بردارهای b و c و d را بدست آورده و در صفحه مختصات رسم کنید.

$$\vec{b} = 2\vec{a} + 2\vec{i}$$

$$\vec{c} = -\vec{a} + 2(-\vec{i} + 2\vec{j})$$

$$\vec{d} = -3\vec{a} - 2 \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

۱۵) در هر قسمت تساوی ها را کامل کنید.

نمونه $-\vec{i} + 4\vec{j} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$

$$3\vec{i} + 3\vec{j} =$$

نمونه $\begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix} = 3\vec{i} - 5\vec{j}$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} =$$

$$-3\vec{i} + 0.5\vec{j} =$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix} =$$

$$6\vec{i} =$$


$$\begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix} =$$

۱۶) اگر بردار a برابر $2\vec{i} - \vec{j}$ و بردار b برابر $-3\vec{i} - 2\vec{j}$ باشد، بردار $\vec{c} = -2\vec{a} + \vec{b} + \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$ را بدست آورید.

۱۷) در تساوی برداری زیر مقادیر مجهول را بیابید.

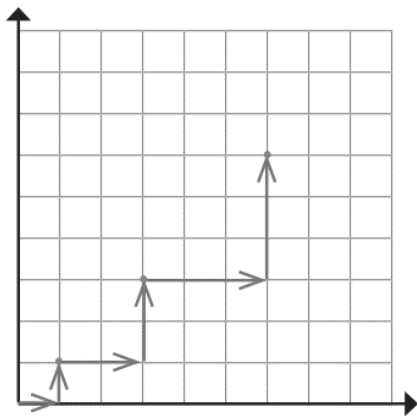
$$2\vec{i} - 5\vec{j} = -2 \begin{bmatrix} x \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ y + x \end{bmatrix}$$

۱۸) با توجه به علامت طول و عرض بردار شکل تقریبی بردار را رسم کنید.

طول	+	-	+	-
عرض	+	+	-	-
شکل تقریبی				

۱۹) اگر $\vec{a} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j}$ باشد، بردار x را از معادله زیر پیدا کنید.

$$\vec{i} - \vec{a} + 2\vec{x} = -2\vec{b} + \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} - 2\vec{j}$$



۲۰) یک ربات برنامه ریزی شده به صورت زیر از مبدا مختصات حرکت می کند. با مشاهده سه حرکت اول این ربات، الگویی برای حرکت آن کشف کنید. ربات پس از حرکت پنجم به چه نقطه ای می رسد.

۲۱) معادلات برداری زیر را حل کرده و مقادیر مجهول را بیابید.

a) $2\vec{i} - \vec{j} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} = -2\vec{x} + \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} - 2\vec{j}$

b) $\begin{bmatrix} 1 - b \\ a \end{bmatrix} - 3\vec{j} + 2\begin{bmatrix} a + b \\ 2a \end{bmatrix} = \vec{0}$

c) $\vec{i} - \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} - \vec{a} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} - \vec{j}$

d) $-2\begin{bmatrix} -2 \\ x \end{bmatrix} - (1 - x)\vec{j} + \begin{bmatrix} y \\ 3 \end{bmatrix} = 2\vec{j} + \begin{bmatrix} 2 \\ y \end{bmatrix} - 2(3\vec{i} - \vec{j})$

✓ تمرین فصل پنجم

- (۱) جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.
- در جمع بردارها به روش متوازی الاضلاع، متوازی الاضلاع همان بردار حاصل جمع می باشد.
 - جمع دو بردار _____ برابر صفر است.
 - برای قرینه کردن یک بردار آن را در _____ ضرب می کنیم.
 - ضرب بردار در اعداد بین ۱ و -۱ طول آن را _____ می کند.
 - حاصل جمع بردار $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix}$ برداری است که موازی محور _____ می باشد.
 - حاصل جمع بردارهای $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -5 \\ 2 \end{bmatrix}$ _____ برابر بردار $\vec{0}$ می باشد.

(۲) بردارهای $\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ را در یک دستگاه مختصات رسم کرده و بردار برآیند آن را بدست آورید.

(۳) از نقطه $A = \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \end{bmatrix}$ توسط بردار \vec{AB} به نقطه $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ می رویم. مختصات بردار \vec{AB} را بدست آورید.

(۴) توسط بردار $\vec{BC} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ از نقطه B به نقطه $C = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ می رویم. مختصات نقطه شروع را بیابید.

(۵) حاصلجمع مختصاتی زیر را بدست آورید.

$$a) \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} =$$

$$b) 3 \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} =$$

$$c) \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} - \left(\begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} \right) =$$

$$d) \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 6 \\ -3 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} -1 \\ \frac{1}{5} \end{bmatrix} =$$

$$e) \frac{2}{-5} \left(\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -10 \\ 2.5 \end{bmatrix} \right) - \begin{bmatrix} 3.5 \\ \frac{7}{2} \end{bmatrix} =$$

۶) بردارهای $\vec{A} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $\vec{B} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ و $\vec{C} = 5\vec{j}$ را در نظر داشته باشید. مقادیر بردارهای زیر را بدست آورید.

a) $\vec{D} = 2\vec{A} + \vec{C}$

b) $\vec{E} = \vec{B} - 3\vec{A} + 2\vec{C}$

c) $\vec{F} = -\vec{A} + 2(-\vec{C} + 2\vec{B})$

۷) بردارهای $\vec{A} = -\vec{i} - \vec{j}$ و $\vec{B} = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $\vec{C} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$ را در نظر داشته باشید. مقادیر بردارهای زیر را بدست آورید.

a) $\vec{D} = \vec{A} + \vec{B} - \vec{C}$

b) $\vec{E} = -2(2\vec{B} - \vec{A}) + \vec{C}$

c) $\vec{F} = -\frac{1}{2}\vec{A} + \frac{3}{2}(\vec{C} - 2\vec{B})$

۸) بردارهای $\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ را ابتدا در یک دستگاه مختصات رسم کرده و سپس حاصل $\vec{a} + \vec{b}$ را بدست آورده و رسم کنید.

۹) نقاط $A = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. بردارهای \vec{AB} و \vec{BA} را بدست آورید. چه رابطه ای بین این دو بردار می باشد؟

۱۰) بردار $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ را بر روی دو محور طولها و عرضها تجزیه کنید. (به سورت حاصلجمع دو بردار بنویسید)

۱۱) مختصات برداری را بدست آورید که ابتدای آن نقطه $A = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ و انتهای آن نقطه $B = \begin{bmatrix} -5 \\ 4 \end{bmatrix}$ باشد.

برداری موازی بردار اول و به طول دو برابر آن رسم می کنیم که از نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ شروع شود. مختصات نقطه انتهایی را بدست آورید.

۱۲) در تساوی های مختصاتی زیر مقدار بردار مجهول را بیابید.

$$a) \vec{0} = 2\vec{x} - 3 \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$b) \frac{-2}{3}\vec{y} + \begin{bmatrix} -2 \\ 2.5 \end{bmatrix} = \vec{y} + \begin{bmatrix} 1.5 \\ \frac{5}{3} \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} \frac{5}{2} \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

$$c) \frac{-5}{3} \begin{bmatrix} 6 \\ -5 \end{bmatrix} - 2 \left(\begin{bmatrix} 3 \\ 0.5 \end{bmatrix} + \vec{z} \right) = \frac{4}{3}\vec{z} + \frac{2}{3} \begin{bmatrix} -9 \\ -12 \end{bmatrix}$$

۱۳) در تساوی های مختصاتی مقادیر مجهول را بیابید.

$$a) \begin{bmatrix} -1+x \\ 0 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} x \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$b) \frac{4}{5} \begin{bmatrix} 10x \\ -y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 2+y \end{bmatrix} = -3 \begin{bmatrix} x+1 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ \frac{y}{5} \end{bmatrix}$$

$$c) \begin{bmatrix} 2x+3 \\ -2 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} 1-2x \\ x+2y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix} \right) = \vec{0}$$

۱۴) حاصل جمع های زیر را بدست آورید. (به صورت جمع بردارهای یکه)

$$a) \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + 2\vec{i} - \vec{j} - 3 \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} =$$

$$b) -2(\vec{i} - 2\vec{j}) + \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} - 4\vec{i} + 3\vec{j} \right) =$$

$$c) -\frac{2}{5}(-\vec{j} + \vec{i}) + 2 \left(\frac{-1}{2}\vec{i} + \vec{j} + \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \end{bmatrix} \right) =$$

$$d) \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \end{bmatrix} - \frac{3}{5} \left(\begin{bmatrix} 10 \\ -5 \end{bmatrix} + 2\vec{j} + \frac{5}{3}\vec{i} \right) =$$

۱۵) حاصل جمع های زیر را بدست آورید. (به صورت مولفه های طول و عرض داخل براکت)

$$a) -\vec{i} + 2\vec{j} + \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix} + 3\vec{j} =$$

$$b) -2\left(\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} - \vec{j}\right) + \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} - 4\vec{i} =$$

$$c) -\vec{j} + 2.5 \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} + 2(3\vec{i} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ -1 \end{bmatrix}) =$$

۱۶) معادلات زیر را حل نمایید.

$$a) \begin{bmatrix} 3 + 2x \\ -3y + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ y - 7 \end{bmatrix}$$

$$b) \begin{bmatrix} 2x \\ 1 - y \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} x + y - 2 \\ -3 \end{bmatrix} = 4 \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$$

۱۷) معادلات زیر را حل نمایید.

$$c) \begin{bmatrix} 2x + 1 \\ 2 \end{bmatrix} + x\vec{i} + \vec{j} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} + 3\vec{j}$$

$$d) 3x\vec{i} - 4 \begin{bmatrix} -2 \\ y + 2 \end{bmatrix} - 3(2\vec{i} + y\vec{j}) = \begin{bmatrix} x \\ -5y \end{bmatrix}$$

$$e) \begin{bmatrix} 3x - 2 \\ 2 \end{bmatrix} + x(\vec{i} - 3\vec{j} - \begin{bmatrix} 2 \\ 2y \\ x \end{bmatrix}) = -2y(-\vec{i} + \begin{bmatrix} x \\ 2y \\ 2 \end{bmatrix})$$

۱۸) قرینه نقطه $\begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix}$ را نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم بدست آورید.
قرینه این نقطه را نسبت به محور طولها بیابید.

۱۹) قرینه نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ را نسبت به خطی موازی محور عرضها به طول ۴ را بیابید.

۲۰) نقطه $\begin{bmatrix} 2a + b \\ a - 1 \end{bmatrix}$ به ازای چه مقداری برای b ، روی محور عرضها و به عرض ۳- قرار دارد؟

برای بدست آوردن طول یک بردار (L) به شکل $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ یا $(x\vec{i} + y\vec{j})$ باید مجموع مربعات مولفه طول و عرض بردار را بدست آورده و جذر آن را بگیریم. یعنی:

$$L = \sqrt{x^2 + y^2}$$

۲۱) طول کدامیک از بردارهای $\begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $4\vec{i} + 3\vec{j}$ بیشتر است؟

۲۲) از نقطه $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ به نقطه $B = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix}$ می رویم. اندازه بردار AB را بیابید.

۲۳) طول بردار برآیند بردارهای $\vec{M} = -2\vec{i} + 5\vec{j}$ ، $\vec{N} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\vec{O} = \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \end{bmatrix}$ را بدست آورید.

۲۴) نقطه $\begin{bmatrix} 1 + x \\ -3y \end{bmatrix}$ را نسبت به محور طولها قرینه کرده ایم. نقطه حاصل نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix}$ می باشد. مقادیر x و y را بدست آورید.