

مجموعه تمرینات فیزیک بخش سینماتیک انتقالی

مسئله ۱)

ثابت کنید:

- a) $A \times (B \times C) = (A \cdot C)B - (A \cdot B)C$
 b) $(a \times b) \cdot (c \times d) = (a \cdot c)(b \cdot d) - (a \cdot d)(b \cdot c)$
 c) $(a \times b) \times (c \times d) = [acd]b - [bcd]a = [abd]c - [abc]d$

که در آن $[abc] = a \cdot (b \times c)$ است.

مسئله ۲)

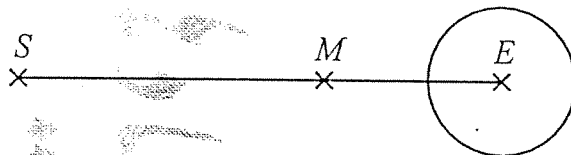
با استفاده از مولفه‌های بردارهای a و b در دستگاه مختصات کروی ثابت کنید که زاویه‌ی بین دو بردار را می‌توان از رابطه‌ی زیر به دست آورد.

$$\cos \theta_{12} = \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \cos \theta_1 \cos \theta_2$$

که در آن θ_{12} زاویه‌ی بین دو بردار و $a(r_1, \theta_1, \varphi_1)$ و $b(r_2, \theta_2, \varphi_2)$ است. از این نتیجه در اختر فیزیک استفاده می‌شود. این رابطه را برای محاسبه‌ی زاویه‌ی بین شهرهای تهران و شیراز به کار ببرید. (عرض و طول جغرافیایی این دو شهر را از جداول مربوطه تعیین کنید).

مسئله ۳)

ماه در مداری تقریباً دایره‌ای شکل به دور زمین می‌گردد. صفحه‌ی این مدار، تقریباً همان صفحه‌ی مدار زمین به دور خورشید است. در حالتی که خط واصل خورشید و ماه، زمین را قطع کند کسوف رخ می‌دهد. لکه‌ی کسوف را روی زمین یک نقطه فرض کنید. می‌خواهیم سرعت لکه را نسبت به یک چارچوب ثابت در زمین به دست آوریم. فرض کنید محور حرکت وضعی



زمین بر مدار حرکت زمین به دور خورشید عمود است. مبدا زمان را لحظه‌ای بگیرید که مرکز زمین، ماه و خورشید روی یک خط قرار دارند.

شعاع زمین را $R_E = 6400 \text{ km}$ و فاصله‌ی زمین تا ماه را $R_M = 60R_E$ بگیرید. فاصله‌ی خورشید تا زمین خیلی بزرگتر از فاصله‌ی زمین تا ماه است. جهت دوران ماه به دور زمین همان جهت حرکت وضعی زمین است.

$$\omega = 500 \text{ rad/s}$$

الف) سرعت لکه را بر حسب زمان به دست آورید.

$$\vec{\omega}$$

ب) لکه به طرف شرق حرکت می‌کند یا غرب؟

برای همه‌ی کمیت‌های دیگری که ممکن است لازم داشته باشید مقدار مناسبی بگیرید. عبارتهای حاصل را با استفاده از اعداد داده شده، تا حد امکان ساده کنید. (تقریبهای مناسبی به کار ببرید).

مسئله ۴)

در یک حرکت پرتابی، مقدار شتاب ناشی از اصطکاک بین جسم پرتابه و هوا در دو جهت x و y برابر با ثابت a است.

الف) معادله‌ی مسیر را در کلی‌ترین حالت ممکن به دست آورید. $y = f(x)$

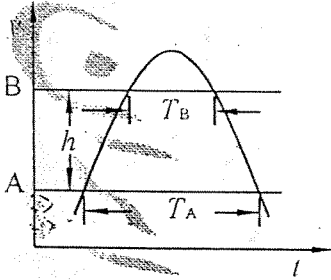
ب) تحت سرعت اولیه‌ی بسیار بالا v_0 بسیار کوچک مقدار برد ماکزیمم تحت چه زاویه‌ای به دست می‌آید؟

$$\theta_0 < \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

مسئله‌ی ۵)

یک پرتابه چه شرایط اولیه‌ای باید داشته باشد تا فاصله‌ی آن از نقطه‌ی پرتاب همواره افزایش یابد؟

مسئله‌ی ۶)



نشان دهید اگر فاصله‌ی زمانی که یک ذره در دو جهت در خط تراز A قرار دارد برابر T_A و در خط تراز B برابر T_B باشد و همچنین فاصله‌ی بین این دو خط برابر h باشد می‌توان شتاب ثقل g را از رابطه‌ی زیر به دست آورد:

$$\frac{8h}{T_A^2 - T_B^2} g =$$

مسئله‌ی ۷)

اگر ذره‌ای در دو زمان t_1 و t_2 در ارتفاع h باشد (سقوط آزاد) سرعت اولیه‌ی پرتاب و ارتفاع اوج چیست؟

$$v_0 = \frac{g}{2}(t_1 + t_2)$$

مسئله‌ی ۸)

جسمی رها می‌شود تا به طور آزاد سقوط کند. ثابت کنید مسافتی که این جسم در ثانیه‌ی n ام می‌پیماید برابر است با:

$$(n-1/2)g$$

مسئله‌ی ۹)

سنگی از بالای ساختمان رها می‌شود و بعد از 6.5 ثانیه صدای برخورد آن به گوش می‌رسد. اگر سرعت صوت 340 متر بر ثانیه باشد ارتفاع ساختمان را حساب کنید.

مسئله‌ی ۱۰)

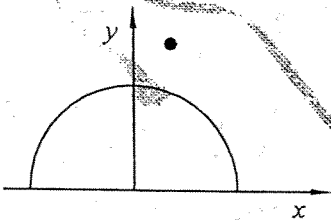
ذره‌ای طوری پرتاب می‌شود که دارای برد R و ارتفاع اوج h است. ثابت کنید ماکزیمم برد افقی با همان

$$2h + \frac{R^2}{8h}$$

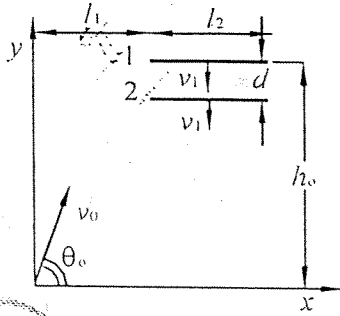
سرعت اولیه‌ی قبلی برابر است با:

مسئله‌ی ۱۱)

یک گلوله‌ی ارتجاعی (الاستیک) از نقطه‌ای به مختصات $(0.6, 4.5)$ متر روی استوانه‌ی سختی به شعاع 1.5 متر سقوط می‌کند. تعیین کنید پس از برخورد، گلوله در چه نقطه‌ای از محور x فرود می‌آید.



مسئله‌ی ۱۲



دو صفحه‌ی ۱ و ۲ که موازی محور z هستند، با سرعت ثابت در جهت z در حرکت‌اند. زمانی که صفحه‌ی ۱ در $y=h_0$ قرار دارد، ذره‌ای با سرعت v_0 که با محور x زاویه‌ی θ_0 می‌سازد پرتاب می‌شود. مقادیر d و l_1 در چه شرایطی صدق کنند که ذره ابتدا با صفحه‌ی ۱ برخورد کند و سپس با صفحه‌ی ۲ برخورد کند و پس از آن دیگر هیچ برخوردی با دو صفحه نداشته باشد. تمام برخوردها را کشش را بگیرند و جرم ذره را نسبت به صفحه‌ها ناچیز در نظر بگیرید. از گرانش صرف‌نظر کنید.

مسئله‌ی ۱۳

در شکل مقابل خرگوشی مسیر C را طی می‌کند. یک یوزپلنگ که در نقطه‌ی A قرار دارد به طرف خرگوش حرکت می‌کند. اگر یوزپلنگ در هر لحظه در جهتی حرکت کند که خرگوش را



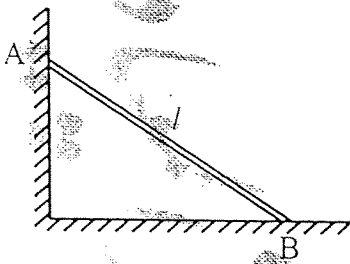
ببیند، نشان دهید:

$$\dot{x} = \dot{x}_B - v \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$y = y_B - v \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

که در آن v قدر مطلق سرعت یوزپلنگ است. x و y مولفه‌های بردار مکان خرگوش نسبت به یوزپلنگ، x_B و y_B مولفه‌های بردار مکان خرگوش نسبت به یک مبدا مختصات ثابت هستند. با معلوم بودن معادله‌ی حرکت خرگوش می‌توان این معادله دیفرانسیل را حل کرد و مسیر یوزپلنگ را به دست آورد.

مسئله‌ی ۱۴

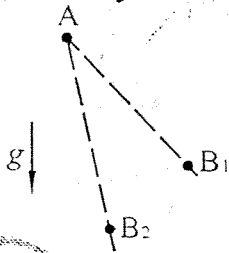


میله‌ی باریک AB با طول l طوری حرکت می‌کند که دو انتهای آن دائماً به دو دیوار عمود بر هم تماس دارد. در زمان $t=0$ میله به طور افقی قرار گرفته و انتهای A با سرعت ثابت v_0 به طرف بالا حرکت می‌کند. v_x و a_x را بر حسب زمان به دست آورید.

مسئله‌ی ۱۵

راننده‌ای با سرعت v_0 به یک چراغ راهنما هنگامی که از سبز به زرد می‌گراید نزدیک می‌شود. چراغ راهنما به مدت t در حالت زرد باقی می‌ماند، راننده می‌خواهد بداند که آیا رد شدن از چهار راه قبل از قرمز شدن برایش امکان پذیر است یا اینکه ترمز کرده و قبل از رسیدن به چراغ راهنما بایستد. فرض کنید حداکثر شتاب کندکننده در اثر ترمز، a و زمان عمل ترمز راننده که طی آن تصمیم به توقف می‌گیرد و پایش را روی ترمز می‌گذارد t_0 باشد. نشان دهید که اگر سرعت اتومبیل از مقدار مشخصی بیشتر باشد، در فواصل مشخصی از چهار راه هیچ‌یک از دو امکان فوق برای راننده وجود ندارد.

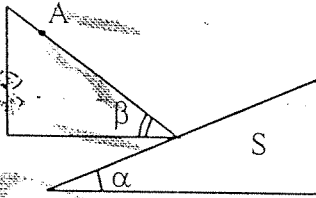
مسئله ۱۶



ذره‌ای را در نقطه‌ی A در میدان گرانشی در نظر بگیرید. سطح شیب‌داری با اصطکاک ناچیز که شیب آن را به دلخواه می‌توان تغییر داد در اختیار داریم. در زمان $t=0$ ذره را از نقطه‌ی A رها می‌کنیم. در زمان $t=T$ ذره به نقطه‌ی B_1 می‌رسد. اگر شیب سطح شیب‌دار مقدار دیگری بود ذره به نقطه‌ی B_2 می‌رسید.

الف) اگر با تغییر شیب سطح شیب‌دار نقاط B_1, B_2, \dots را به دست آوریم، این نقاط روی چه منحنی قرار دارند؟

ب) سطح شیب‌دار S را مطابق شکل در نظر بگیرید. ذره را روی سطح شیب‌دار دیگری که اصطکاک آن ناچیز است و از نقطه‌ی A می‌گذرد قرار می‌دهیم. زاویه شیب β را به گونه‌ای تعیین کنید که زمان رسیدن ذره به سطح شیب‌دار S کوتاهترین مقدار باشد.

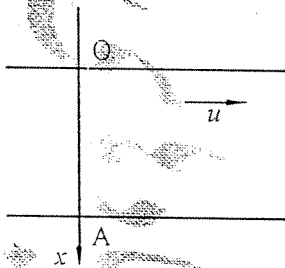


مسئله ۱۷

چطور می‌توان قایق بادی را در خلاف جهت باد راند؟

مسئله ۱۸

مطابق شکل یک شناگر در نقطه‌ی A ایستاده است و می‌خواهد به نقطه‌ی O در مقابل برود. این شناگر در آب ساکن با سرعت ثابت v شنا می‌کند. سرعت آب رودخانه مطابق شکل u می‌باشد. این شناگر برای رسیدن به مقصد همواره به طرف نقطه‌ی O شنا می‌کند.



الف) مسیر حرکت شناگر را به دست آورید.

ب) برای حالت $u=v$ مسیر را رسم کنید.

پ) به طور کیفی برای حالات $v > u$ و $v < u$ مسیر را رسم نمایید.

ت) مسیر را برای حالت حدی $v \ll u$ و $v \gg u$ رسم نمایید.

(امتحان میان دوره‌ای تابستان ۷۴)

مسئله ۱۹

نیروی گرانشی بین دو جرم m و m' به شکل $F=Gmm'/r^2$ است، که در آن r فاصله‌ی دو جرم از هم، و F نیرو است. فرض کنید چگالی جرم یک کهکشان بر حسب فاصله از مرکز آن به شکل $\rho=ar^\alpha$ باشد، که در آن α و a ثابت‌اند. اکنون ستاره‌هایی را در نظر بگیرید که در فاصله‌ی r از مرکز این کهکشان روی دایره‌هایی به شعاع r می‌چرخند. در این صورت سرعت حرکت ستاره‌ها در فاصله‌ی r با r^β متناسب می‌شود. با تحلیل ابعادی β را به دست آورید.

مسئله (۲۰)

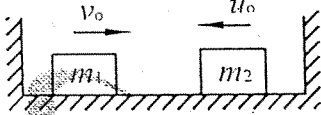
فاصله‌ی خورشید تا نزدیک‌ترین ستاره‌ی نسبت به آن در حدود 4Ly است. کهکشان ما تقریباً به شکل قرصی به شعاع $3 \times 10^4 \text{Ly}$ و ضخامت 10^3Ly است. فاصله‌ی کهکشان ما تا کهکشان همسایه‌ی همراه‌المسلسله $2 \times 10^6 \text{Ly}$ و اندازه‌ی جهان قابل مشاهده هم تقریباً 10^{10}Ly است. با فرض اینکه این فاصله‌ها فاصله‌های نوعی ستاره‌ها از هم در کهکشان ما، و نیز ابعاد نوعی کهکشانها و فاصله‌ی کهکشانها از هم‌اند، مجموع تعداد پروتونها و نوترونهای جهان را تخمین بزنید.

پیش‌درستی در آزمون

مجموعه تمرینات فیزیک بخش دینامیک انتقالی

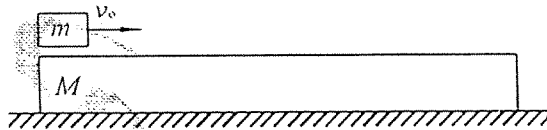
مسئله‌ی (۱)

دو جسم به جرم‌های m_1 و m_2 روی یک سطح بدون اصطکاک بین دو دیوار حرکت می‌کنند. سرعت اولیه‌ی آنها به ترتیب v_0 و u_0 است. ضریب جهندگی بین دو جرم برابر با μ_1 و ضریب جهندگی اجسام با دیوارها μ_2 است. فرض کنید هر کدام از اجسام بین دو برخورد متوالی با یکدیگر، یک بار با دیوار برخورد می‌کنند. سرعت هر کدام از این اجسام را پس از n بار برخورد به یکدیگر حساب کنید.



مسئله‌ی (۲)

مکعب مستطیلی به جرم M روی سطح افقی و بدون اصطکاکی قرار گرفته است. در صورتی که مکعب به جرم m و با سرعت اولیه‌ی v_0 در ابتدای این مکعب مستطیل مطابق شکل قرار دهیم و ضریب اصطکاک



بین مکعب و مکعب مستطیل μ باشد: الف) شتابهای هر دو جسم را بیابید.

ب) طول مکعب مستطیل حداقل چقدر باشد تا مکعب از روی آن نیفتد؟

(امتحان میان دوره‌ای تابستان ۷۰)

مسئله‌ی (۳)

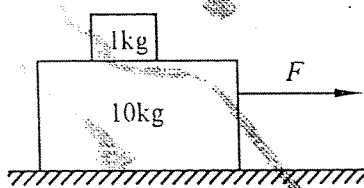
جرم $m_1 = 1\text{kg}$ بر روی $m_2 = 4\text{kg}$ قرار دارد. سطح بین m_2 و زمین بدون اصطکاک و سطح بین دو جسم دارای ضریب اصطکاک استاتیکی $\mu_s = 0.6$ است.

الف) اگر جرم m_1 با نیروی $F = 6\text{N}$ کشیده شود، شتاب دو جسم و نیروی اصطکاک را پیدا کنید.

ب) اگر جرم m_1 با نیروی $F = 5\text{N}$ کشیده شود، شتاب دو جسم و نیروی اصطکاک را پیدا کنید.

پ) ماکزیمم نیروی F چقدر باشد که جسم m_1 بر روی m_2 نلغزد؟

مسئله‌ی (۴)

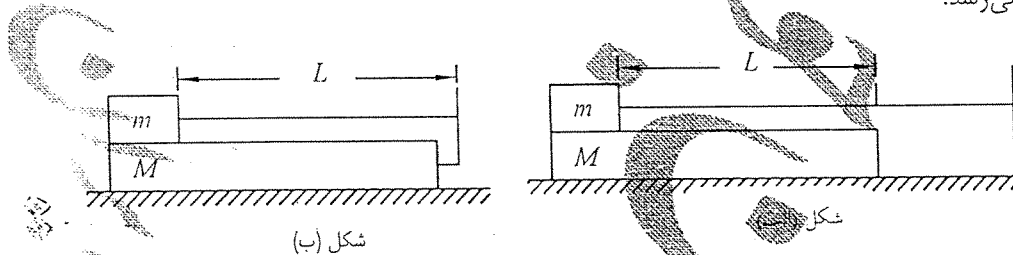


قطعه‌ای به جرم 1kg روی قطعه‌ای به جرم 10kg که خود روی سطح افقی قرار دارد گذاشته شده است. نیروی F با زمان (برحسب ثانیه) مطابق $F = 0.2t(\text{N})$ تغییر می‌کند. اگر ضریب ایستایی 0.4 و ضریب لغزشی بین سایر سطوح 0.15 باشد، حرکت هر یک از قطعه‌ها را برحسب زمان پیدا کنید.

مسئله‌ی (۵)

مکعب مستطیلی به جرم $M = 1\text{kg}$ می‌تواند بر روی یک سطح افقی صاف (بی اصطکاک) حرکت کند. بر روی سطح بالایی مکعب که افقی است جعبه‌ای با یک موتور می‌تواند با اصطکاک بلغزد. فاصله‌ی سطح جلوی جعبه از سطح جلوی مکعب $L = 50\text{cm}$ است. ضریب اصطکاک لغزشی $\mu = 0.02$ و جرم جعبه با موتور

آن $m = 100 \text{ gr}$ است. موتور جعبه می‌تواند نخ‌ی را با سرعت ثابت $v_0 = 10 \text{ cm/s}$ بر روی یک پرفرقه ببندد. سر دیگر نخ در مورد اول (شکل الف) به دیواره‌ای که در فاصله‌ی مناسبی قرار دارد وصل است و در مورد دوم (شکل ب) به دیواره‌ای متصل به مکعب M وصل است. مکعب M را نگه می‌داریم و می‌گذاریم جعبه با سرعت v_0 حرکت کند. سپس مکعب را نیز آزاد می‌گذاریم. برای هر دو مورد، نوع حرکت و سرعت مکعب و جعبه را پس از آزاد گذاشتن مکعب تعیین کنید. در هر دو مورد حساب کنید جعبه در چه زمانی به جلوی مکعب می‌رسد.



مسئله‌ی ۶

تخته‌ای به طول $L = 1 \text{ m}$ و جرم $M = 6 \text{ kg}$ روی میز طولی بدون اصطکاک واقع است. قطعه مکعب کوچکی به جرم $m = 1 \text{ kg}$ که ابعاد آن در مقابل تخته قابل صرف‌نظر است در انتهای تخته واقع می‌باشد. ضریب اصطکاک استاتیک و جنبشی قطعه‌ی مکعبی با تخته به ترتیب ۰.۳ و ۰.۲ است. همچنین قطعه‌ی مکعبی توسط نخ طولی به جرم M' که آویزان است، متصل می‌باشد.

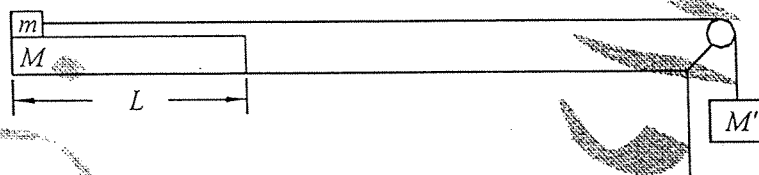
(الف) M' چقدر باشد تا دو جسم m و M روی هم نمانند؟

(ب) فرض کنید $M' = 1 \text{ kg}$ است. شتاب هر یک از دو جسم m و M چقدر است؟

(پ) با توجه به قسمت (ب) چقدر طول می‌کشد که جسم m از روی M جدا شود؟ فرض کنید جسم m از حال سکون شروع به حرکت می‌کند.

(ت) سرعت اجسام (M', M, m) در لحظه‌ای که m از روی M خارج می‌شود چقدر است؟

(ث) نشان دهید که تغییرات انرژی جنبشی کل دستگاه برابر کار انجام شده توسط کل نیروهاست.

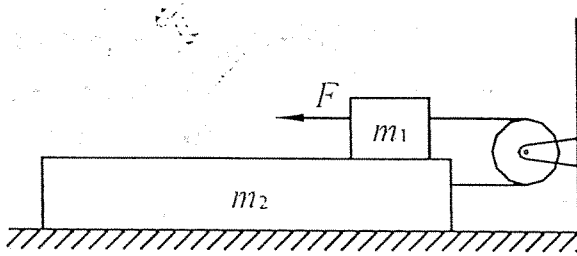


(امتحان میان دوره‌ای تابستان ۷۳)

مسئله‌ی ۷

مطابق شکل جسم m_1 روی جسم m_2 قرار دارد و ضریب اصطکاک جنبشی بین آنها μ_k است. این مجموعه روی یک سطح بدون اصطکاک قرار دارد.

الف) جسم m_1 با نیروی ثابت F کشیده می‌شود. شتاب دستگاه چقدر است؟



ب) وقتی سرعت m_1 به v_0 رسید نیروی F را قطع می‌کنیم. حرکت بعدی سیستم چگونه است؟ (قرقره و نخ بدون جرم هستند)

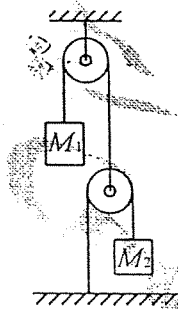
(امتحان نهایی مرحله‌ی دوم اولین المپیاد)

فیزیکی

مسئله‌ی ۸

در سیستم مقابل شتاب M_1 چقدر است؟ (ریسمان و قرقره‌ها بدون جرم و اصطکاک فرض می‌شوند.)

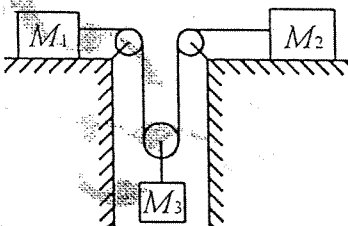
جواب: اگر $M_1 = M_2$ باشد $a = \frac{g}{5}$ است.



مسئله‌ی ۹

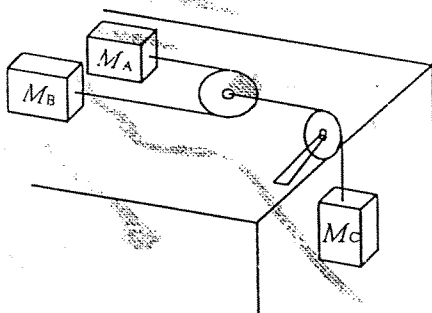
در سیستم مقابل کشش در ریسمان چیست؟ (ریسمان و قرقره‌ها بدون جرمند، ضریب اصطکاک بین سطوح و جرمها μ است.)

جواب:
$$T = \frac{(\mu + 1)g}{\frac{2}{M_3} + \frac{1}{2M_1} + \frac{1}{2M_2}}$$



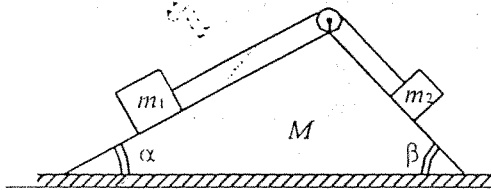
مسئله‌ی ۱۰

دو جسم A و B روی یک میز بدون اصطکاک قرار دارند و به دو سر یک ریسمان به طول l که از میان قرقره‌ای گذشته است متصل شده‌اند. (از جرم نخ و قرقره صرف‌نظر می‌کنیم.) این قرقره خودش با ریسمانی به جسم آویزان C متصل است. در میدان جاذبه‌ی زمین شتاب هر جسم را به دست آورید. (با در نظر گرفتن حالاتی خاص $M_A = 0$ یا $M_A = M_B = M_C$ جواب خود را امتحان کنید.)



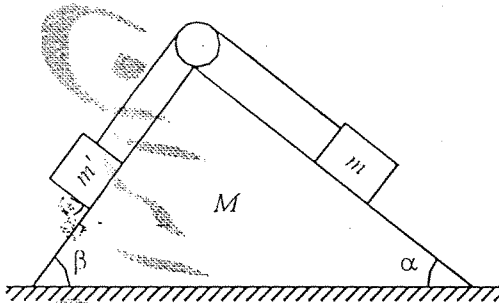
مسئله‌ی ۱۱

دو جسم به جرمهای m_1 و m_2 توسط یک نخ بدون جرم که از یک قرقره‌ی بدون جرم و اصطکاک عبور کرده به هم متصل هستند و روی گوه‌ای به جرم M و بدون اصطکاک قرار گرفته‌اند. مجموعه را روی یک میز



افقی بدون اصطکاک به صورت ساکن نگه داشته‌ایم. حال اگر سیستم را رها کنیم و ارتفاع m_2 از موضع اولیه به اندازه h کم شود، گوه چقدر جابه‌جا خواهد شد؟

مسئله‌ی ۱۲)



در شکل، کلبه‌ی سطوح بدون اصطکاک هستند. الف) معادلات لازم برای به دست آوردن کشش نخ، T را بنویسید.

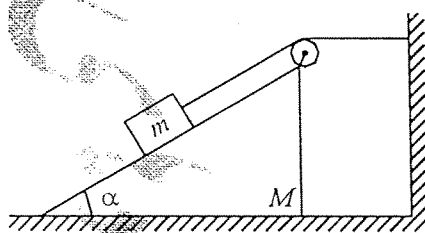
ب) قیدهای دستگاه را بیان کرده، معادله‌ی مربوط به هر قید را مشخص کنید.

پ) با فرض $\alpha = \beta = \pi/4$ و $m' = 2m$ کشش T را به دست آورید.

ت) جواب به دست آمده را برای $M=0$ و $M=h$ توجیه کنید.

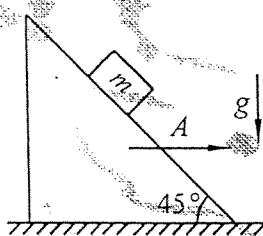
(امتحان میان دوره‌ای پاییز ۷۰)

مسئله‌ی ۱۳)



مطابق شکل جسمی به جرم m روی گوه‌ای به جرم M قرار دارد. اگر تمامی سطوح بدون اصطکاک باشند گوه را محاسبه کنید. قرقره بدون اصطکاک و نخ بدون جرم می‌باشد.

مسئله‌ی ۱۴)



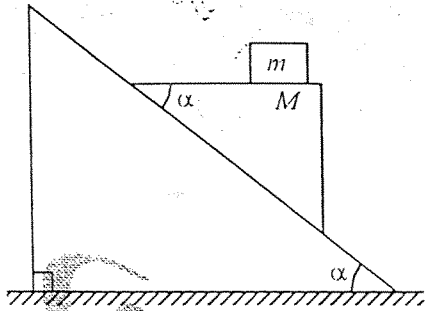
یک سطح شیبدار با زاویه‌ی راس 45° با شتاب ثابت A در حال حرکت است. مکعبی به جرم m روی این سطح قرار دارد. شتاب جاذبه برابر g و به سمت پایین است. اگر ضریب اصطکاک بین مکعب و سطح شیبدار باشد:

الف) در حالت $\mu = 0$ شتاب جسم را در دستگاه مختصات ثابت به دست آورید.

ب) وقتی $\mu > 1$ است کمترین و بیشترین مقدار A را بیابید که به ازای آن مکعب چرکت نمی‌کند.

مسئله‌ی ۱۵)

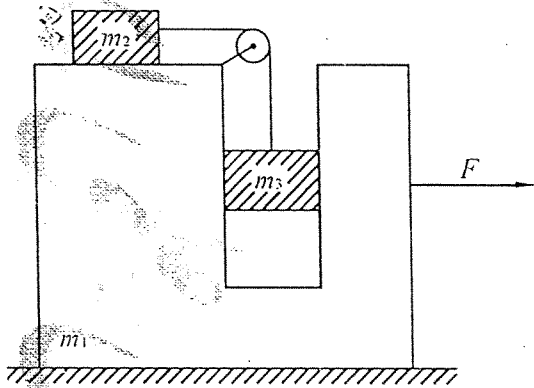
بر روی یک سطح شیبدار که با افق زاویه‌ی α می‌سازد گوه‌ای با زاویه‌ی راس α و جرم M قرار دارد. روی گوه جسمی به جرم m مطابق شکل می‌گذاریم و سیستم را از حال سکون رها می‌کنیم. با فرض ناچیز بودن اصطکاک میان سطوح، مولفه‌های افقی و قائم شتابهای جسم m و گوه‌ی M نسبت به سطح شیبدار را بر حسب m ، M و g به دست آورید. سطح شیبدار به زمین متصل است.



(امتحان میان دوره‌ای تابستان ۷۰)

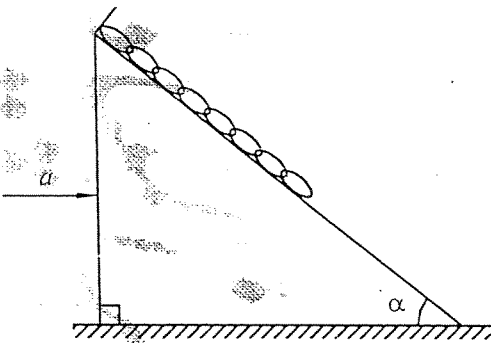
مسئله ۱۶

در شکل مقابل کلیه سطوح بدون اصطکاک و قرقره و نخ بدون جرم هستند. نیروی افقی F به جسم m_1 اعمال می‌شود. شتاب m_1 و m_2 چقدر است؟



مسئله ۱۷

زنجر یکنواختی به طول L و چگالی طولی λ از یک سر به یک سطح شیبدار بدون اصطکاک وصل شده است. شتاب افقی a مطابق شکل به سطح شیبدار وارد می‌شود. الف) کسب زنجر را بر حسب فاصله از نقطه‌ی اتصال به دست آورید.



ب) بازای چه مقدار a زنجر شل می‌شود؟

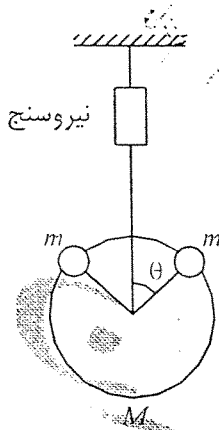
پ) بازای چه مقدار a نیروی واکنش سطح صفر می‌شود؟

ت) توضیح دهید چرا کشش زنجر نمی‌تواند در بعضی نقاط صفر و در بعضی نقاط غیر صفر باشد؟

(امتحان میان دوره‌ای مرحله‌ی سوم پاییز ۷۰)

مسئله ۱۸

دو دانه‌ی تسبیح مهر کدام به جرم m روی حلقه‌ای به جرم M قرار دارد و حلقه متصل به یک نیرو سنج می‌باشد. این دو دانه که در ابتدا در قله‌ی حلقه واقع‌اند همزمان شروع به حرکت روی حلقه می‌کنند.

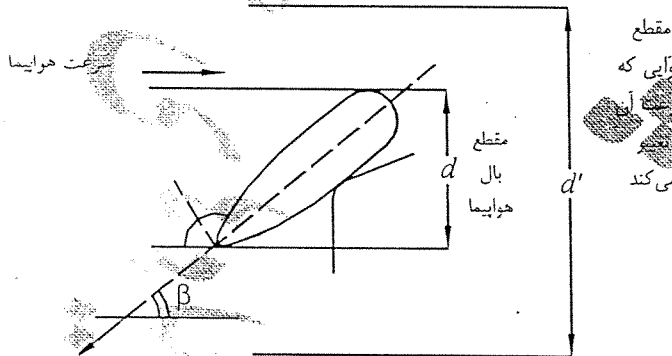


نشان دهید برای اینکه نیرو سنج نیروی صفر را نشان دهد باید داشته باشیم
 $m > \frac{3M}{2}$ و اگر $M=0$ باشد در چه زاویه‌ای نیرو سنج نیروی صفر را نشان
 می‌دهد؟

مسئله‌ی ۱۹)

الف) کره‌ای به شعاع d با سرعت v در هوا ساکن حرکت می‌کند. به خاطر برخورد مولکولهای هوا با این کره، نیرویی بر کره وارد می‌شود که آن را نیروی پس‌آر می‌نامیم. چگالی هوا ρ است و فرض می‌کنیم برخورد مولکولهای هوا با کره از نوع کره‌ی سخت (و کشسان) است. این نیرو را به دست آورید.

ب) بر هواپیمايي که در هوا پرواز می‌کند، دو نیرو از طرف هوا وارد می‌شود. یکی از این نیروها به خاطر برخورد هوا با هواپیما (عمدتاً با بال آن) است. این نیرو را مشابه همان نیرویی بگیریید که بر کره وارد می‌شد.



تراستای
 سرعت
 نسبت به
 هواپیما
 پس از
 برخورد

نیروی دیگری که به هواپیما وارد می‌شود ناشی از تغییر مسیر هوایی است که از کناره‌ی بالها می‌گذرد. تغییر مسیر هوا چنان است که اندازه‌ی سرعت هوا نسبت به هواپیما تغییر نمی‌کند، اما جهت این سرعت نسبت به جهت اولیه، زاویه‌ی β می‌سازد.

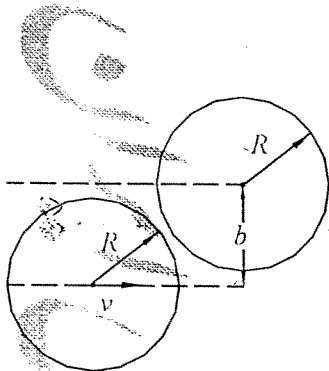
فرض کنید ضخامت بخشی از هوا که چنین تغییری می‌یابد، d' و ضخامت بال هواپیما d باشد. نیروی پس‌آر و نیروی بالابر وارد بر هواپیما را حساب کنید. فاصله‌ی نوک بالهای هواپیما از هم را L بگیریید. از اینجا سرعت هواپیما را بر حسب وزن آن، چگالی هوا، β و پارامترهای هندسی مسئله به دست آورید. (فرض کنید هواپیما به طور افقی پرواز می‌کند.)

پ) توان مفید هواپیما را (بخش از استوان که به صورت مکانیکی مصرف می‌شود) به دست آورید.
 ت) وزن هواپیما را $2 \times 10^5 \text{ N}$ ، چگالی هوا را 1 kg/m^3 و سرعت هواپیما را 200 m/s بگیریید. فاصله‌ی نوک بالها را 10 m و d را 0.5 m فرض کنید. d' را 0.5 m بگیریید. با استفاده از این داده‌ها، β و توان مکانیکی موتور هواپیما را حساب کنید.

مسئله‌ی (۲۰)

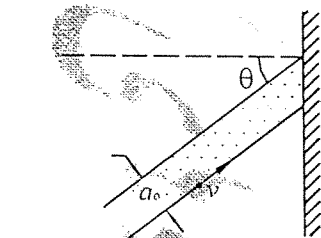
دو ذره به جرمهای m_1 و m_2 با هم برخورد غیر کشسان می‌کنند، به طوری که مقداری از انرژی جنبشی اولیه تبدیل به انرژی داخلی می‌شود. جرمها پس از برخورد همان m_1 و m_2 هستند. دو ناظر لخت S و S' در نظر بگیرید که S' با سرعت v نسبت به S در حال حرکت است. با در نظر گرفتن قانون بقای انرژی و اینکه هر دو ناظر مقدار Q را یکسان اندازه می‌گیرند، قانون بقای اندازه حرکت خطی را اندازه بگیرید.

مسئله‌ی (۲۱)



روی یک میز افقی بدون اصطکاک سکه‌ای به جرم m و شعاع R (به طور خوابیده) با سرعت اولیه‌ی v و پارامتر برخورد b با سکه‌ی دیگری مشابه خودش که در ابتدا روی میز ساکن است، برخورد می‌کند. اصطکاک سکه‌ها بسیار زیاد و زمان برخورد بسیار کوتاه است. زاویه‌ی انحراف سکه‌ی فرودی، θ را به عنوان تابعی از پارامتر برخورد به دست آورید. سطح مقطع دیفرانسیلی برخورد، $db/d\theta$ را به عنوان تابعی از θ رسم کرده و تعبیر فیزیکی آن را بیان کنید.

مسئله‌ی (۲۲)

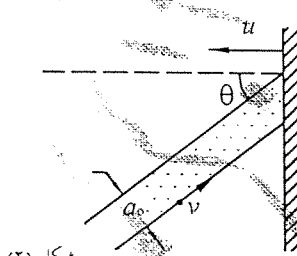


شکل (۱)

باریکه‌ای از ذرات مشابه با سرعت یکسان v تحت زاویه‌ی θ مطابق شکل (۱) به دیواری برخورد کاملاً الاستیک می‌کنند. (برخورد بین ذرات با دیوار بدون اصطکاک است.) اگر مقطع این باریکه برابر با α_0 و چگالی جرمی این باریکه برابر با ρ باشد:

- الف) تغییر اندازه حرکت هر ذره چقدر است و جهت آن چیست؟
 ب) نیروی وارد بر دیوار را به دست آورید.
 پ) فشار وارد بر دیوار چقدر است؟

حال اگر دیوار با سرعت ثابت u مطابق شکل (۲) به سمت چپ حرکت کند در اینصورت:



شکل (۲)

- ت) تغییر اندازه حرکت هر ذره چقدر و در چه جهتی است؟
 ث) نیرو و فشار وارد بر دیوار چقدر است؟
 ج) تغییر انرژی جنبشی هر ذره چقدر است و این تغییر انرژی جنبشی از کجا آمده است؟ (هر ادعایی احتیاج به اثبات دارد.)

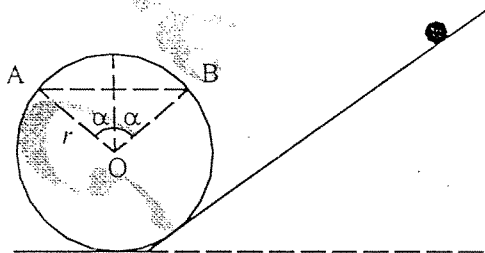
در نظریه‌ی ذرات امواج نور را می‌توان متشکل از ذراتی بنام فوتون دانست که دارای جرم سکون صفر هستند و با سرعت نور حرکت می‌کنند. انرژی هر فوتون برابر $E = h\nu$ و اندازه حرکت $k = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}$ است که در آن ν فرکانس نور، $k = 2\pi/\lambda$ ، $h = \frac{h}{2\pi}$ ، $h = 6.63 \times 10^{-34}$ j.s (ثابت پلانک) و λ طول موج نور است.

رابطه‌ی بین فرکانس و طول موج نیز به صورت $\lambda = c/v$ است که در آن c سرعت نور می‌باشد. شدت نور به صورت "انرژی گذرنده از واحد سطح در واحد زمان" تعریف می‌شود. (چ فرض کنید باریکه‌ی لیزری به شدت I_0 و طول موج λ_0 با زاویه‌ی θ_0 به دیواری برخورد می‌کند و کاملاً منعکس می‌شود. فشار حاصل از این تابش، P ، را بر حسب I_0, λ_0, θ_0 و مقادیر معلوم دیگر به دست آورید. (امتحان میان دوره‌ای تابستان ۷۲)

مسئله‌ی ۲۳

ذره‌ای به جرم m در یک بعد در جهت مثبت محور x ها حرکت می‌کند و تحت تاثیر یک نیروی ثابت به اندازه‌ی B و یک نیروی عکس مجزومی $-Ax^2$ قرار دارد. الف) پتانسیل را بر حسب x بیابید. ب) نمودار انرژی سیستم را وقتی که $k_0 = (1/2)mv_0^2$ انرژی جنبشی ذره می‌باشد رسم کنید. پ) نقطه‌ی تعادل کجاست؟ ت) فرکانس نوسانات کوچک چیست؟

مسئله‌ی ۲۴



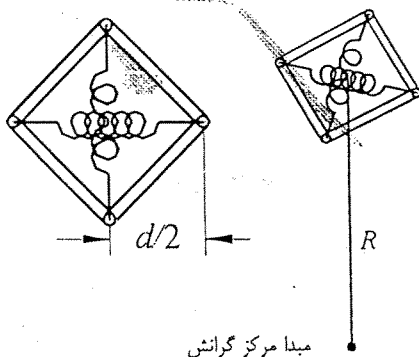
گلوله‌ی کوچکی از روی سطح شیبدار بدون اصطکاکی پایین می‌آید و سپس روی یک حلقه‌ی بدون اصطکاک و به شعاع r حرکت می‌کند. (مطابق شکل). اگر گلوله از کمترین ارتفاع ممکنه روی سطح شیبدار رها شده باشد تا سطح حلقه را ترک نکند، در اینصورت:

الف) تحت چه زاویه‌ای نسبت به قائم (زاویه‌ی α مطابق شکل) به طور متقارن از دو طرف می‌توان حلقه را برید، به طوری که وقتی گلوله از نقطه‌ی A می‌گذرد بعد از یک پرواز در هوا به نقطه‌ی B برسد؟ ب) اگر زاویه‌ی α بزرگتر یا کمتر از مقدار به دست آمده در قسمت (الف) باشد حرکت گلوله چگونه خواهد بود؟

پ) تحت چه زاویه‌ای برش حلقه انجام گیرد تا گلوله پس از جدا شدن از آن از مرکز حلقه عبور کند؟

(امتحان میان دوره‌ای تابستان ۷۲)

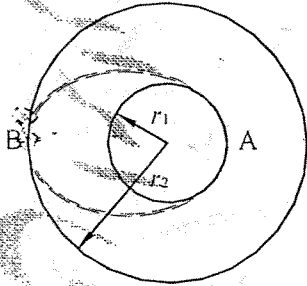
مسئله‌ی ۲۵



دستگاهی متشکل از چهار سله‌ی یکسان و چهار جرم یکسان که با دو فنر، مطابق شکل، به هم بسته شده‌اند. این مجموعه شکل مسطحی را تشکیل می‌دهد (لوزی) که فقط زاویه‌های آن متغیر است، اما طول اضلاع ثابت می‌ماند. در حالت تعادل، شکل حاصل مربع است. دستگاه را در یک میدان گرانشی با شتاب گرانشی $g = -g(\hat{z})$ قرار می‌دهیم. مبدأ میدان در صفحه‌ای قرار دارد و محور عمودی لوزی در راستای شعاعی است. این دستگاه در

میدان گرانشی سقوط آزاد می‌کند و به خاطر بستگی میدان گرانشی به مکان، شکل آن از حالت مربع به لوزی تبدیل می‌شود. $g \propto 1/r^2$ جرم هر وزنه M و میله‌ها بدون جرم و صلبند. ضریب سختی هر فنر k ، نصف قطر مربع d فاصله است. فنرها در حالتی که دستگاه به شکل مربع است فشرده شده‌اند و نیروی فشرده‌گی آنها H است. با فرض اینکه $d/R \ll 1$ و با صرف نظر کردن از نوسان فنرها، تغییر اندازه‌ی قطر کوچک و بزرگ لوزی را نسبت به مربع به دست آورید. R فاصله‌ی مرکز دستگاه از مرکز گرانش است.

مسئله‌ی ۲۶



ماهواره‌ای در شعاع r_1 در مسیر دایره‌ای به دور زمین می‌گردد. برای آنکه به دایره‌ای به شعاع $r_2 > r_1$ برود کافی است ضربه‌ی P مماس بر مسیر دایره‌ای به آن وارد شود (نقطه‌ی A). پس از این، مسیر حرکت بیضی خواهد شد و جسم در نقطه‌ی B ضربه‌ی مماس بر مسیر، P' را هم تحمل می‌کند تا به دوران در شعاع r_2 برسد. مقادیر P و P' را بر حسب جرم زمین، r_1 ، r_2 و G (ثابت گرانش) به دست آورید.

مسئله‌ی ۲۷

ماهواره‌ای باید از سطح زمین پرتاب شود. فرض کنید که زمین کره‌ای است به شعاع R و اصطکاک جوی آن ناچیز است. ماهواره با سرعت V_0 تحت زاویه‌ی α نسبت به قائم طوری پرتاب می‌شود که بدون صرف توان در ارتفاع h_1 از سطح زمین سرعتش افقی می‌شود. سپس بوسیله‌ی موشک طبقه‌ی آخر، پیش‌رانی افقی به آن وارد می‌گردد، به طوری که سرعت ماهواره به اندازه‌ی ΔV_1 افزایش می‌یابد. مدار نهایی یک بیضی خواهد بود که ارتفاع نقاط حضیض و اوج آن از سطح زمین به ترتیب h_1 و h_2 است. سرعت اولیه‌ی لازم، V_0 و سرعت اضافی، ΔV_1 را بر حسب R ، h_1 ، h_2 و g (شتاب ثقل در سطح زمین) پیدا کنید.

مسئله‌ی ۲۸

ماهواره‌ای به جرم m در یک مدار دایره‌ای به دور زمین می‌گردد. شعاع مدار r_0 و جرم زمین M_e است. الف) انرژی مکانیکی کل ماهواره چقدر است؟ ب) فرض کنید ماهواره در قسمتی از بالای جو زمین می‌چرخد که نیروی اصطکاک ثابت f به آن وارد می‌شود. ماهواره در یک مدار مارپیچ آهسته به زمین نزدیک می‌شود. چون f کوچک است، تغییر شعاع کم است و در هر لحظه می‌توان مدار را دایره‌ای فرض کرد. در هر دوران مقدار تقریبی Δr را به دست آورید. پ) تغییر تقریبی انرژی جنبشی ماهواره را در هر دور به دست آورید.

مسئله‌ی ۲۹

یک هدف نازک لیتیومی با هسته‌های هلیوم با انرژی E_0 بمباران می‌شود. هسته‌های لیتیوم ابتدا ساکن هستند، اما مقید نیستند. وقتی هسته‌ی هلیوم وارد هسته‌ی لیتیوم می‌شود یک واکنش می‌تواند رخ دهد، که در آن هسته‌ی مرکب (متشکل از هسته‌های اولیه) به یک هسته‌ی بور و یک نوترون وا می‌یابد. برخورد غیر الاستیک است و انرژی نهایی 2.8MeV از E_0 کمتر است. اجرام نسبی ذرات به صورت زیر است:

هلیوم 4، لیتیوم 7، بور 10 و نوترون 1 واکنش را به صورت زیر می‌نویسیم:

$${}^7\text{Li} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^{10}\text{B} + \text{n} + 2.8\text{MeV}$$

الف) E_{oth} کمینه انرژی E_0 را که موجب پدید آمدن نوترون‌ها می‌شود را به دست آورید. در این حالت انرژی نوترون‌ها چقدر است؟

ب) نشان دهید که اگر انرژی E_0 در نامساوی زیر صدق کند، نوترون‌های ایجاد شده در راستای برخورد، همگی دارای یک انرژی هستند، اما یکی از دو انرژی معین را دارند. (می‌توانید محل مبدا دو گروه را با توجه به واکنش در دستگاه مرکز جرم دریابید.)

$$E_{\text{oth}} + 0.27\text{MeV} \leq E_0 \leq E_{\text{oth}}$$

مسئله ۳۰

یک تابع انرژی پتانسیل معمول که برای توصیف برهم کنش بین دو اتم به کار می‌رود تابع پتانسیل زیر است:

$$U = \epsilon [(r_0/r)^{12} - 2(r_0/r)^6]$$

الف) نشان دهید که پتانسیل در r_0 کمینه است و در عمق چاه پتانسیل ϵ است.

ب) فرکانس نوسانات کوچک حول نقطه‌ی تعادل را برای دو اتم یکسان از نظر جرمی و تحت پتانسیل بالا بیابید.

مجموعه تمرینات فیزیک بخش سینماتیک دورانی

مسئله‌ی (۱)

در مختصات قطبی کروی معادلات حرکت ذره‌ای چنین است:

$$r=r_0$$

$$\theta=\theta_0+\theta_m \sin \omega t$$

$$\varphi = \dots$$

الف) شکل مسیر ذره را رسم کنید.

ب) چه شرطی برقرار باشد تا مسیر بسته باشد.

پ) چه شرطی برقرار باشد تا ذره جنب حرکت، مسیر قبلی خود را قطع نکند.

مسئله‌ی (۲)

یک توپ کوچک روی یک مسیر بیضی شکل با معادله‌ی $r(t)=ib \cos \omega t+j2b \sin \omega t$ که صفحه‌ی بیضی

به موازات سطح زمین و با فاصله‌ی b از زمین می‌باشد، حرکت می‌کند.

الف) بردار سرعت و شتاب را بیابید.

ب) بردار سرعت و شتاب را در نقاط ماکزیمم x و y بیابید.

پ) توپ در چه نقطه‌ای رها شود (از بیضی جدا شود) تا وقتی به زمین اصابت می‌کند بیشترین فاصله را از

مرکز بیضی داشته باشد.

(امتحان میان دوره‌ای تابستان ۷۳)

مسئله‌ی (۳)

در لحظه‌ی t برداری که یک نقطه‌ی متحرک را به مبدا وصل می‌کند (بردار مکان) چنین است:

$$r=a \cos \omega t+b \sin \omega t$$

a ، b و ω ثابت هستند.

الف) سرعت را پیدا کنید و ثابت کنید که $v \times r$ ثابت است و نتیجه بگیرید که مسیر ذره در یک صفحه واقع

است.

ب) نشان دهید که شتاب متناسب با فاصله از مبدا و متوجه به مبدا است.

مسئله‌ی (۴)

معادله‌ی منحنی سیکلوئیدی به صورت $x=(h/2)(\alpha+\sin \alpha)$ و $y=(h/2)(1-\cos \alpha)$ که در آن $0 \leq \alpha \leq \pi$ است، می‌باشد. ثابت کنید مدت زمان لازم برای اینکه شخصی خود را از ارتفاع h به سطح زمین برساند برابر با

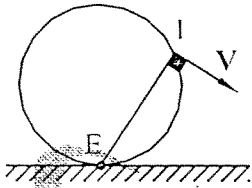
است. همچنین ثابت کنید که مدت زمان لازم برای رسیدن او به نقطه‌ی $(0,0)$ به ارتفاع اولیه بستگی ندارد. یعنی اگر مثلاً از ارتفاع h' واقع بر سیکلوئید که $hh' <$ است شروع به حرکت کند در همان

زمان $\pi \sqrt{\frac{h}{2g}}$ به نقطه‌ی $(0,0)$ می‌رسد.

مسئله ۵)

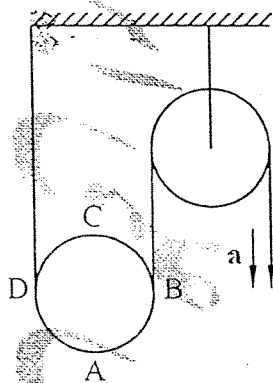
از مسئله ۳۳ فصل چهارم هالیدی می‌دانیم مسیر یک نقطه واقع بر روی محیط چرخشی که بدون لغزش در امتداد محور x می‌غلتد یک سیکلوئید است که معادله‌ی آن می‌شود: $x=R(\omega t + \sin\omega t)$ و $y=R(1 + \cos\omega t)$

سرعت این ذره را روی محیط چرخ به دست آورید. نشان دهید که این سرعت بر خط واصل بین نقطه‌ی ممبور و نقطه‌ای که چرخ روی زمین است عمود می‌باشد. (نقطه‌ی E را محور لحظه‌ای دوران می‌پویند.)



مسئله ۶)

در یک دستگاه قرقره‌ی مرکب یک قرقره‌ی ثابت و یک قرقره‌ی متحرک مطابق شکل قرار گرفته‌اند. هر گاه انتهای آزاد ریسمان را بکشیم به طوری که با شتاب a از حالت سکون شروع به حرکت کند بردارهای سرعت و شتاب نقاط A, B, C, D را روی قرقره‌ی متحرک در لحظه‌ی t بعد از آغاز حرکت به دست آورید. شعاع قرقره R می‌باشد.

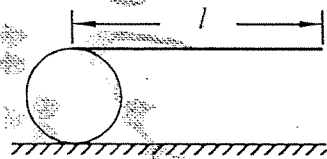


توجه: ریسمان روی قرقره نمی‌لغزد و شکل مقابل در لحظه‌ی t ترسیم شده است.

(امتحان میان دوره‌ای تابستان ۷۳)

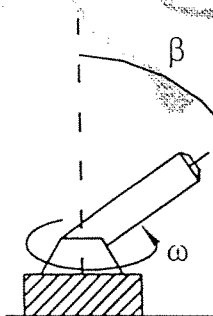
مسئله ۷)

شخصی یک سر میله‌ای را در دست دارد. سر دیگر میله روی بشکه قرار گرفته و شخص میله را به طور افقی به جلو می‌راند. بشکه بدون اینکه بلغزد بر امتداد سطح افقی می‌چرخد. میله روی بشکه نمی‌لغزد. شخص چقدر باید حرکت کند تا به بشکه برسد؟ طول میله معلوم و برابر l است.



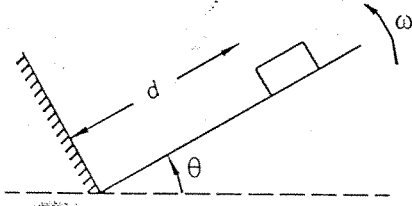
مسئله ۸)

یک پروژکتور تحت زاویه‌ی β نسبت به خط قائم روی محور خود ثابت شده است و حول خط قائم با سرعت زاویه‌ای ω می‌چرخد. از دور به نظر می‌رسد که شعاع تور در صفحه‌ی قائم با دامنه‌ی β نوسان می‌کند. سرعت زاویه‌ای این حرکت ظاهری، γ را برای هر زاویه‌ی γ به دست آورید. (ناظر از فاصله‌ای دور در سطح افق دید پروژکتور نگاه می‌کند و γ زاویه‌ای است که پروژکتور از دید ناظر با محور قائم می‌سازد.)



(امتحان میان دوره‌ای تابستان ۷۴)

مسئله ۹)



سطح شیبدار شکل مقابل را زاویه θ شروع و با سرعت زاویه‌ای ω بالا می‌آید. جعبه را به فاصله d از دیوار انتهایی سطح رها می‌کنیم. (هنگامی که زاویه θ است). پس از n بار برخورد با دیوار انتهایی جعبه تا چه فاصله‌ای از دیوار انتهایی دور می‌شود؟ (سطح شیبدار بدون اصطکاک و برخورد با دیوار الاستیک و $\omega n \ll 1$ است).

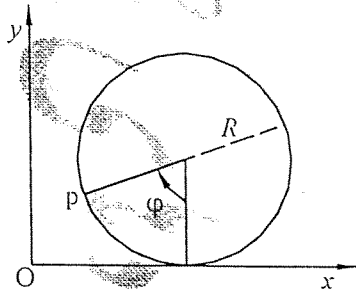
(امتحان میان دوره‌ای تابستان ۷۴)

مسئله ۱۰)

چرا وقتی چرخ یک دوچرخه می‌چرخد، میله‌های قسمت بالای چرخ واضح نیست و میله‌های پایین به چرخ واضح دیده می‌شود؟

مسئله ۱۱)

چرخ به شعاع R بر روی یک سطح افقی گل‌آلود در حال حرکت غلتشی محض می‌باشد. چرخ با سرعت یکنواخت v_0 به پیش می‌رود و در هنگام حرکت، ذرات گل چسبیده به طوقه (محیط چرخ) از آن جدا و به هوا پرتاب می‌شوند.



الف) بردار سرعت نقطه‌ی P واقع بر محیط چرخ را نسبت به نقطه‌ی O به دست آورید (برحسب زاویه ϕ و R و v_0).
ب) بیشترین ارتفاعی که ذرات گل جدا شده از چرخ می‌توانند نسبت به زمین پیدا کنند چقدر است؟ برای رسیدن به این ارتفاع ذرات از چه نقطه‌ای از چرخ غلتان بایستی جدا شوند؟

پ) در رابطه با پاسخ سوالات قسمت (ب) بر حسب مقادیر مختلف v_0 برای یک R ثابت بحث کنید.

(امتحان میان دوره‌ای تابستان ۷۲)

مسئله ۱۲)

الف) با استفاده از تحلیل ابعادی رابطه‌ای بین دوره‌ی سیاره‌ای که به دور خورشید می‌گردد و شعاع مدار آن بیابید. مدار را دایره‌ای بگیرید.

ب) با استفاده از رابطه‌ی قسمت (الف) طول سال سیاره‌ی نپتون را برحسب سال زمین به دست آورید. فاصله‌ی نپتون تا خورشید 3.0×10^7 واحد نجومی است.

پ) جرم خورشید را تخمین بزنید (تقریباً ۸ دقیقه طول می‌کشد تا نور خورشید به زمین برسد).

ت) با استفاده از تحلیل ابعادی شعاع شوارتس شیلد یک ستاره را تخمین بزنید. شعاع شوارتس شیلد شعاعی است که اگر جرم ستاره، درون آن متمرکز شده باشد، نور هم نمی‌تواند از محدوده‌ی کره‌ای به شعاع برابر با شعاع شوارتس شیلد خارج شود. مقدار عددی این شعاع را برای خورشید تخمین بزنید.

$G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ ثابت جهانی گرانش

پ) فرض کنید کسوفی در حالت $h_s = h_m$ و $\delta_s = \delta_m$ روی سطح زمین اتفاق بیفتد. اگر کسوف کامل در ساعت 5:08 بعد از ظهر نسبت به شخصی که روی نصف النهار گرینویچ قرار گرفته صورت گیرد و عرض جغرافیایی ماه و خورشید 20° باشد، قطعی مرکزی کسوف کامل روی سطح زمین چقدر است؟ و اگر در این حالت قطر زاویه‌ای ماه و خورشید از مرکز زمین تحت زاویه‌ی 0.5° دیده شود، قطر سایه‌ی روی زمین چقدر است؟

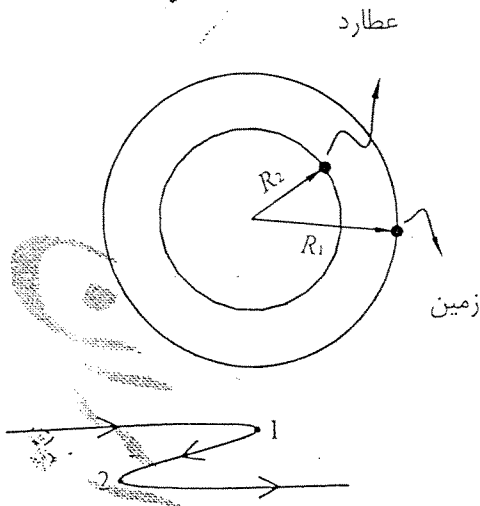
ت) اگر ماه با سرعت 57 km/min به دور زمین و به سمت شرق بچرخد، مدت زمانی را که یک شخص در کسوف حالت (پ) قرار می‌گیرد (از ابتدا تا انتهای کسوف) محاسبه کنید.

$$10^8 \text{ km} \times D = 1.496$$

$$10^5 \times d = 3.84 \text{ km}$$

$$10^3 \text{ km} \times R = 6.4$$

مسئله ۱۳



دو سیاره زمین و عطارد را با شعاعهای R_1 و R_2 در نظر می‌گیریم. اگر مبدا زمان را لحظه‌ای بگیریم که این دو سیاره و خورشید در یک امتداد بوده‌اند، به سوالات زیر پاسخ دهید.

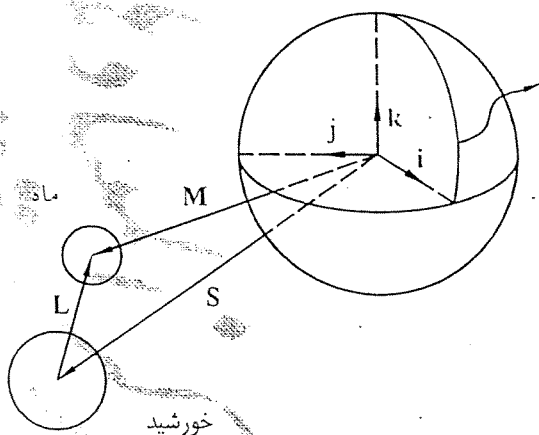
الف) مدت زمانی را که دو سیاره و خورشید در یک امتداد قرار می‌گیرند محاسبه کنید.
 ب) ناظر زمینی، رویداد مقابل را در آسمان در طول ماهها مشاهده می‌کند (در صفحه‌ی ستارگان ثابت). زمان رویدادهای 1 و 2 را محاسبه کنید علت این پدیده را در دو خط توضیح دهید.

(قانون سوم کپلر $T_1^2/T_2^2 = R_1^3/R_2^3$ می‌باشد که در آن T_1 و T_2 زمانهای تناوب سیارات به دور خورشید بوده و زمان تناوب زمین به دور خورشید یک سال است.)

(امتحان میان دوره‌ای تابستان ۷۴)

مسئله ۱۴

مطابق شکل زیر مختصات مراکز خورشید و ماه از زمین به ترتیب با بردارهای S و M و مرکز ماه از خورشید با بردارهای j و k در صفحه‌ی استوای زمین و امتداد i در صفحه‌ی نصف‌النهار



گرینویچ است. جهت k نیز به سمت شمال جغرافیایی است. (این دستگاه چپ‌گرد است.) مختصات خورشید و ماه به ترتیب در عرضهای جغرافیایی θ_m و θ_s و طولهای جغرافیایی h_m و h_s واقع‌اند. (در اینجا θ به سمت شمال استوا مثبت و h از نصف‌النهار گرینویچ به سمت غرب گرفته می‌شود.)

الف) بردارهای S, M و L را در

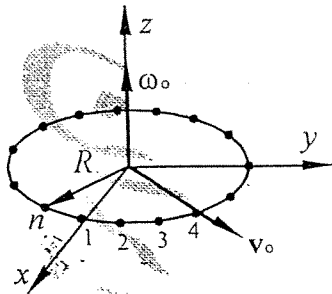
مختصات نشان داده شده بر حسب h, θ و فواصل متوسط زمین از خورشید، D و زمین تا ماه، d بنویسید.

ب) فرض کنید سطحی مرکزی ناهشی از کسوف روی سطح زمین با مختصات طول و عرض جغرافیایی (h, θ) به ترتیب a و b بیان شود. معادلاتی بنویسید که بتوان a و b را بر حسب مختصات طول و عرض جغرافیایی خورشید و ماه و فاصله‌های متوسط خورشید و ماه (d, D) و شعاع زمین، R به دست آورد.

مجموعه تمرینات فیزیک بخش دینامیک دورانی

مسئله ۱)

روی حلقه‌ای به شعاع R و جرم ناچیز n جرم مشابه m در فواصل یکسان متصل شده اند. در لحظه $t=0$ این حلقه را با سرعت اولیه افقی v_0 و سرعت زاویه‌ای عمودی ω_0 روی زمین چسبنده‌ای قرار می‌دهیم. با فرض آنکه در لحظه t جرم شماره i روی محور x ها، مرکز حلقه در مبدأ مختصات و سطح حلقه افقی باشد.



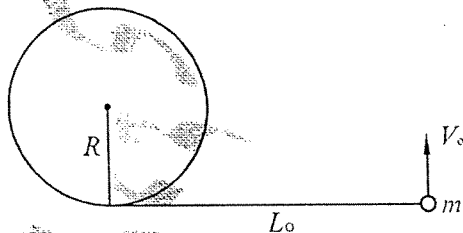
الف) سرعت جرم i ام در لحظه t بر حسب سرعت مرکز حلقه، سرعت زاویه‌ای حلقه و θ در لحظه t بدست آورید. (θ زاویه‌ای است که تحت آن، ذره شماره i ام حول مرکز حلقه چرخیده است.)

ب) فرض کنید اصطکاک بین هر یک از جرمها با زمین چسبنده متناسب با سرعت آن جرم باشد. $f_i = b v_i$ که f_i اصطکاک جرم i ام با زمین و v_i سرعت ذره i ام است. مسیر حرکت مرکز حلقه و سرعت مرکز حلقه را در زمان t به دست آورید.
پ) سرعت زاویه‌ای حلقه را در زمان t به دست آورید.

(امتحان پایان دوره‌ای تابستان ۷۳)

مسئله ۲)

ذره‌ای به جرم m مطابق شکل به نخ‌ی به طول L_0 بسته شده است و با یک ضربه در امتداد عمود بر طول نخ شروع به دوران حول استوانه می‌نماید.



الف) چه چیزی در این عمل جفا دارد؟

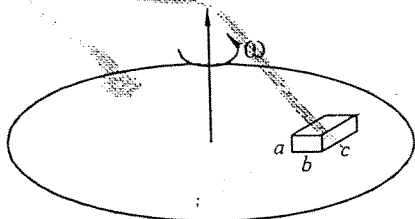
ب) نشان دهید سرعت زاویه‌ای برابر است با

$$\dot{\theta} = \omega = \frac{-L^2/R}{L^2 + R^2} \dot{L}$$

پ) نشان دهید که نیروی وارد بر ذره m برابر است با: $F = \frac{mL^3 \dot{L}^2}{R^2(L^2 + R^2)} (1 - \frac{R^2}{L^2})$

مسئله ۳)

جعبه‌ای به ابعاد a, b, c و روی دیسک افقی که با سرعت زاویه‌ای ω می‌چرخد قرار گرفته و مرکز جرم آن در شعاع R است که نسبت به ابعاد جعبه بزرگ می‌باشد.

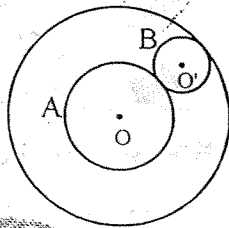


الف) نقاط مناسبی را که می‌توان به عنوان نقطه اثر نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح معرفی کرد بیابید.

ب) ماکزیمم سرعت زاویه‌ای دیسک را پیدا کنید به طوری که جعبه هر جای خود بماند. (ضریب اصطکاک استاتیکی μ_s است.)

(امتحان پایان دوره‌ای مرحله‌ی دوم المپیاد ۶۹)

مسئله ۴



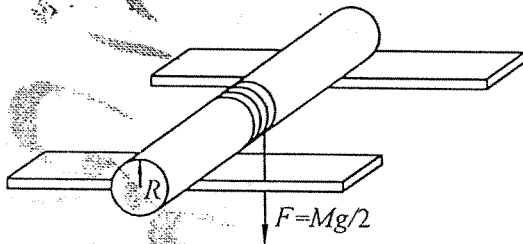
در شکل مقابل استوانه‌ای B می‌تواند بر استوانه‌ای ثابت C و استوانه‌ای A حرکت کند. A نیز می‌تواند آزادانه حول محورش بگردد. شعاع A و B به ترتیب برابر a و b و گشتاور لختی آنها به ترتیب برابر I_A و I_B است. جرم استوانه‌ی B برابر با m است. در ابتدا دستگاه در حال سکون است. گشتاور ثابت τ را برای مدت t_0 در جهت پادساعتگرد به استوانه‌ی A اعمال می‌کنیم. سرعت نهایی استوانه‌های A و B چقدر است؟ فرض کنید حرکت استوانه‌ها غلتش کامل است.

$$\omega_A = \left(\frac{\tau_0}{I_A}\right)t$$

$$\omega_B = \frac{a(a+2b)}{b^2} \omega_A$$

مسئله ۵

استوانه‌ای توپیر به شعاع R و جرم M روی یک قطعه چوب افقی قرار گرفته است. نیروی ثابت F برابر نصف وزن استوانه ($Mg/2$) به انتهای نخ‌ی که به دور استوانه پیچیده شده به سمت پایین وارد می‌شود. شتاب افقی استوانه و حداقل ضریب اصطکاک بین استوانه و چوب را به دست آورید. به طوری که استوانه بدون لغزش روی چوب بغلتد. محور استوانه عمود بر ریلها و نیروی F در صفحه‌ی قائم که از وسط ریلها می‌گذرد قرار دارد.



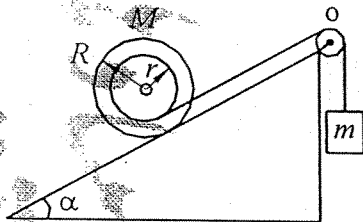
$$\mu > \frac{1}{3}$$

$$a = \frac{FR}{I + MR^2}$$

(امتحان میان دوره‌ای تابستان ۷۱)

مسئله ۶

قرقره‌ای به شعاع محور r و شعاع دیسک R مطابق شکل روی یک سطح شیبدار با زاویه‌ی α توسط نخ بدون جرمی به یک وزنه‌ی آویزان به جرم m بسته شده است. فرض کنید جرم قرقره‌ی M روی حلقه‌ای به شعاع R به طور یکنواخت توزیع شده است و هیچ اصطکاک بین سطوح وجود ندارد. قرقره‌ی O نیز بدون جرم است. حداقل جرم M چقدر باشد تا مرکز جرم قرقره روی سطح شیبدار حرکت نکند؟



$$M = m \left(\frac{1}{\sin \alpha} - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

(امتحان میان دوره‌ای تابستان ۷۳)

مسئله ۷

نیروی اصطکاک معمولی که تا کنون دیده‌اید با لغزش اجسام مخالفت می‌کند و ممکن است از نوع ایستایی یا جنبشی باشد، که آنها را به سه دسته لغزشی ایستایی و لغزشی جنبشی می‌نامیم. به عنوان مثال در حرکت لغزشی یا غلتشی یک چرخ دوار روی سطح شیبدار f_s یا f_k در نظر گرفته شده، از نوع یاد شده است. نوع دیگری از اصطکاک نیز مطرح است که ناشی از تغییر شکل برگشت ناپذیر چرخ و سطح زیرین آن است و با اصطکاک لغزشی (از نوع جنبشی یا ایستایی) تفاوت دارد. برای در نظر گرفتن این نوع اصطکاک با f_s یا f_k کاری نداریم و به عوض فرض می‌کنیم که تغییر شکل سطوح باعث می‌شود به طور موثر نیروی عمودی

سطح به جای نقطه‌ی تماس، در نقطه‌ی O به فاصله‌ی δ از راستای قائم‌گزرده از محور چرخ به آن وارد شود. (بدون آن که شکل سطوح تغییری کند) این نوع اصطکاک که به آن اصطکاک غلتشی می‌گوییم، نیز به دو نوع اصطکاک غلتشی ایستایی و جنبشی تقسیم می‌شود. در نوع ایستایی، چرخ نمی‌چرخد (ولی می‌تواند حرکت انتقالی داشته باشد)، مقدار δ نامعین است و فقط این فرض وجود دارد که $\delta \leq \delta_s$ و در نوع جنبشی $\delta = \delta_k$ است. مقادیر δ_s و δ_k مستقل از N و شعاع چرخ هستند و به جنس دو سطح بستگی دارند. جهت δ (اینکه جلوی محور قائم مرکز چرخ باشد یا پشت آن) با این معلوم می‌شود که اصطکاک غلتشی باید چه دوران چرخ مخالفت کند.

الف) فرض کنید که چرخ با سرعت اولیه‌ی v روی سطحی افقی غلتش محض دارد. نیروهای وارد بر چرخ را بنویسید و شتاب چرخ را به دست آورید. ضریب اصطکاک ایستایی بین چرخ و سطح، μ_s حداقل چقدر باشد تا چرخ نلغزد؟ در این حالت کدام یک از نیروهای وارد بر چرخ کار انجام می‌دهند؟ تحقیق کنید که کار نیروهای وارد بر چرخ با تغییر انرژی جنبشی چرخ برابر است. جرم چرخ M ، گشتاور ماند آن حول محورش I و شعاع چرخ R است.

ب) این چرخ را روی سطح شیبی با زاویه‌ی θ می‌گذاریم. حدود θ را برای این که چرخ ساکن بماند به دست آورید.

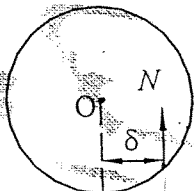
پ) در چه شرایطی (بر حسب μ ، δ و θ) چرخ روی سطح شیبدار لغزش کامل دارد؟ (یعنی اصلاً نمی‌چرخد.) در این حالت شتاب چرخ چقدر است؟

ت) در چه شرایطی (بر حسب μ ، δ و θ) چرخ روی سطح شیبدار غلتش محض دارد؟ در این حالت شتاب آن چقدر است؟

ث) آیا با μ و δ می‌توان، امکان دارد که با تغییر دادن θ بتوان هر دو حالت (پ) و (ت) را ایجاد کرد؟ کدام یک از حالت‌های (پ) و (ت) به نظرتان بیشتر مشاهده می‌شود؟

ج) در چه شرایطی (بر حسب μ ، δ و θ) چرخ روی سطح شیبدار می‌لغزد و در عین حال می‌چرخد؟ در این حالت شتاب خطی و زاویه‌ای چرخ را به دست آورید.

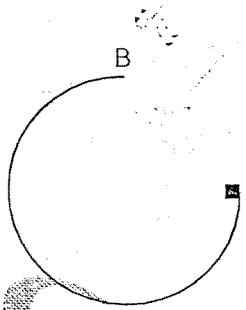
برای موارد (ب) تا (ج) فرض کنید که $\delta_s = \delta_k$ و $\mu_s = \mu_k$ است. ضمناً فرض کنید که جسم از حالت سکون شروع به حرکت می‌کند.



مسئله‌ی ۸

دو چرخه‌سواری با سرعت ثابت v روی یک مسیر دایره‌ای به شعاع R حرکت می‌کنند. جرم کل دو چرخه و دو چرخه‌سوار برابر M ، جرم هر چرخ m و شعاع هر کدام r است. در حالتی که دو چرخه در وضعیت قائم قرار دارد، فاصله‌ی مرکز جرم کل با زمین برابر h است. مرکز جرم از هر دو محور چرخ به یک اندازه است. فاصله‌ی بین دو محور چرخ $2l$ است. فرض کنید که سوار باید دو چرخه را چقدر نسبت به وضعیت قائم کج کند تا بتواند تعادل آن را در حین حرکت حفظ نماید. فرض کنید $R \gg l$ است.

مسئله ۹



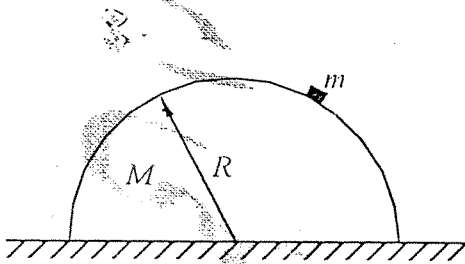
مکعب کوچکی به جرم m می‌تواند به آسانی بر روی میله‌ای به شکل $3/4$ از یک دایره به شعاع R مطابق شکل حرکت کند.

الف) معین کنید سرعت مکعب در نقطه‌ی A چقدر باشد تا حرکت پیوسته ادامه یابد.

ب) نیروی وارد بر حلقه را در نقطه‌ی B توسط مکعب کوچک، به دست آورید.

(امتحان پایان دوره‌ای تابستان ۷۰)

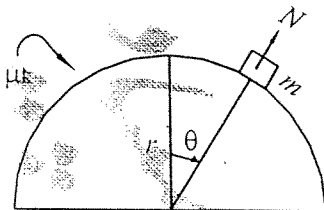
مسئله ۱۰



ذره‌ای به جرم m در بالاترین نقطه‌ی نیمکره‌ای به جرم M و شعاع R در حال سکون است. نیمی m با اختلال کوچکی شروع به لغزیدن می‌کند. با فرض آنکه $m \ll M$ باشد، زاویه‌ی جدا شدن m از سطح نیمکره، θ را به دست آورید. از اصطکاک بین m و نیمکره و همچنین بین نیمکره و سطح افق چشم‌پوشی کنید.

مسئله ۱۱

جسمی به جرم m روی نیمکره‌ی اصطکاک‌دار (نیمکره چسبیده به زمین است) قرار دارد. جسم در ابتدا در بالاترین نقطه‌ی آن به صورت ساکن قرار دارد. با یک شاره‌ی کوچک جسم شروع به لغزیدن روی دایره‌ی عظیمه‌ی نیمکره می‌کند. اگر N نیروی قائم بر سطح باشد که نیمکره بر m وارد می‌کند:



الف) دیاگرام آزاد m را بکشید.
ب) با انتخاب دستگاه مناسب معادلات حرکت m را بنویسید.
پ) نشان دهید که نیروی قائم بر سطح، N در رابطه‌ی زیر صدق می‌کند:

$$\frac{dN}{d\theta} - 2\mu_k N = -3mg \sin\theta \quad (\mu_k \text{ ثابت است})$$

مسئله ۱۲

کره‌ای به جرم m و شعاع r می‌تواند روی مسیری مطابق شکل بغلتد. فرض می‌کنیم که کره در ابتدا در ارتفاع h ساکن است. شعاع اجنای مسیر $R=9r$ است.

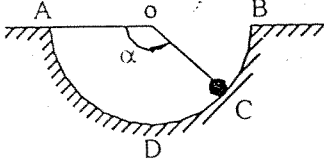


الف) مولفه‌های شعاعی و مماسی نیروهای وارد بر کره و گشتاور نسبت به مرکز جرم آن را بنویسید.
ب) با استفاده از آن روابط مقادیر f و N را بر حسب زاویه‌ی β به دست آورید.

پ) ضریب اصطکاک اشکالیک سطح $\mu_s = 2/17$ است. اگر $\beta = 24^\circ$ باشد، در چه زاویه‌ای کره شروع به لغزیدن می‌کند؟

(امتحان پایان دوره‌ای مرحله‌ی اول المپیاد ۶۸)

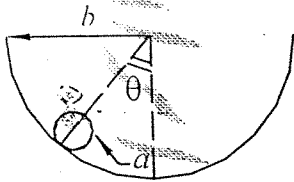
مسئله ۱۳



گوی کوچکی به جرم m که ابتدا در نقطه‌ی A بوده است، بدون مالش روی سطح دایره‌ای ADB می‌لغزد. هنگامی که گوی در نقطه‌ی C است، ثابت کنید که سرعت زاویه‌ای و نیروی وارد از طرف سطح بر

گوی به ترتیب برابرند با $F = mg(3\sin\alpha)$ و $\omega = \sqrt{\frac{2g\sin\alpha}{r}}$

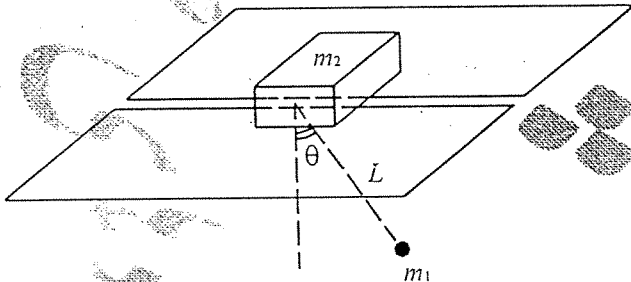
مسئله ۱۴



کره‌ی توپری به شعاع a و جرم m داخل کره‌ی دیگری به شعاع b می‌غلند. دوره‌ی نوسانات کوچک حول وضعیت تعادل و اندازه‌ی نیروی اصطکاک در دامنه‌ی ماکزیمم را محاسبه کنید.

(امتحان پایان دوره‌ی مرحله‌ی دوم المپیاد ۶۸)

مسئله ۱۵

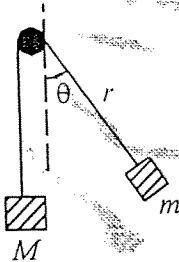


آونگی به جرم m_1 و طول L به جرم m_2 که روی سطح افقی با اصطکاک ناچیزی قرار دارد وصل شده است. معادله دیفرانسیلی برای θ به دست آورید. (لازم نیست این معادله را حل کنید.)

(امتحان میان دوره‌ی تابستان ۷۳)

مسئله ۱۶

ماشین آتوودی را در نظر بگیرید که یکی از جرم‌های آن از وضعیت قائم دور شده است (مطابق شکل).



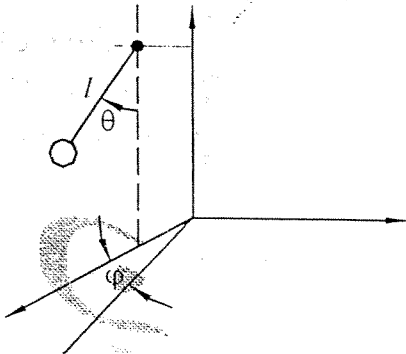
الف) معادلات حرکت را برای مختصات r و θ بنویسید.

ب) معادلات حرکت را با تقریب زاویه‌ی کوچک بازنویسی کنید.

پ) نشان دهید که اگر یک رابطه بین جرم‌ها و دامنه‌ی نوسان زاویه‌ای θ برقرار باشد، در این صورت حرکت مختصه‌ی r صرفاً نوسانی است. ضمناً رابطه‌ی بین فرکانس نوسانی r و θ چیست؟

(راهنمایی: تقریب زاویه‌ی کوچک به معنای کوچک بودن سرعت \dot{r} و θ نیز می‌باشد).

مسئله ۱۷



یک آونگ کروی، مطابق شکل در نظر بگیرید که θ و φ می‌توانند با زمان تحت تاثیر گرانش تغییر کنند ولی طول آونگ، l ثابت بوده و جرم آونگ نقطه‌ای است (θ می‌تواند منفی باشد).
الف) ابتدا فرض می‌کنیم که آونگ در صفحه‌ی $\varphi = 0$ مقید است. اگر در ابتدای حرکت $\theta = \theta_0$ و $\dot{\theta} = 0$ باشد، θ را بر حسب θ بدست آورده و نمودار θ را بر حسب θ بطور شماتیک رسم کنید (نمودار ۱).

از اینجا به بعد، آونگ لزوماً به صفحه‌ی $\varphi = 0$ مقید نیست. (فرض کنید $\theta > 0$ باشد). اگر در ابتدای حرکت $\theta = 0$ ، $\dot{\theta} = \omega_0$ ، $\varphi = 0$ و $\dot{\varphi} = 0$ باشد:

ب) φ را بر حسب θ به دست آورده نمودار φ را بر حسب θ رسم کنید (نمودار ۲).

پ) θ را بر حسب θ به دست آورده، نمودار θ را بر حسب θ به طور شماتیک رسم کنید (نمودار ۳).

ت) با توجه به نمودار ۳ استدلال کنید که تغییرات θ و در نتیجه φ تناوبی است.

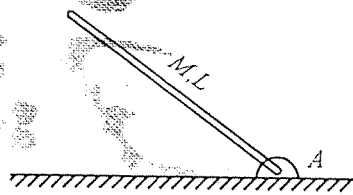
ث) در این حالت فرض کنید ω_0 کوچک است. محدوده‌ی تغییرات θ را تا اولین مرتبه‌ی تقریب بیابید. (راهنمایی: به نمودارهای (۱) و (۳) دقت کنید).

مسئله ۱۸

دو مهر چوبی به طول l و جرم M را از دو طرف گرفته‌اند. ناگهان یکی از آنها چوب را می‌کند. نفر دوم چه نیرویی را تحمل می‌کند؟

مسئله ۱۹

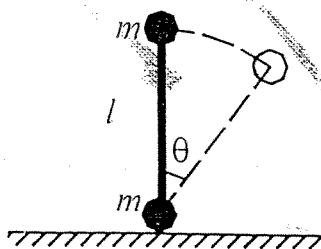
میله‌ای به جرم M و طول L در نقطه‌ی A آویزان شده است. اگر این میله از حال سکون و تحت زاویه‌ی 30° نسبت به افق شروع به حرکت کند، نیروی وارد بر لولا در موقع دوران افقی میله چقدر است؟



(امتحان میان دوره‌ای مرحله‌ی دوم زمستان ۷۳)

مسئله ۲۰

دو جسم با جرم مساوی m توسط یک میله‌ی بدون جرم به طول l به هم متصل شده‌اند و بر روی یک سطح مطابق شکل قرار داده شده و از حالت قائم رها می‌شوند. ضریب اصطکاک استاتیک میان اجسام و سطح برابر با μ است.

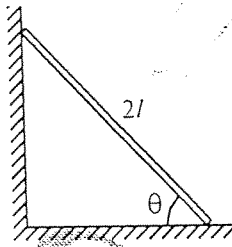


الف) معادلات حرکت را برای محضه‌ی بنویسید.

ب) نیروی عکس‌العمل سطح و نیروی اصطکاک را به صورت تابعی از زاویه به دست آورید.

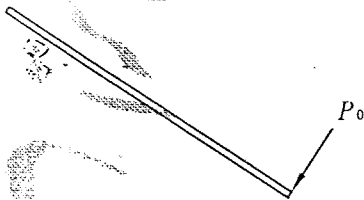
پ) تحت چه زاویه‌ای جسم پایینی نسبت به سطح خواهد لغزید.

مسئله‌ی (۲۱)



میله‌ای به طول $2l$ مطابق شکل به دیواری تکیه دارد. اصطکاک میله با زمین و دیوار قابل چشم پوشی است. اگر در زاویه‌ی θ سرعت مرکز جرم میله صفر باشد، تحت چه زاویه‌ای نردبان از دیوار جدا می‌شود؟

مسئله‌ی (۲۲)

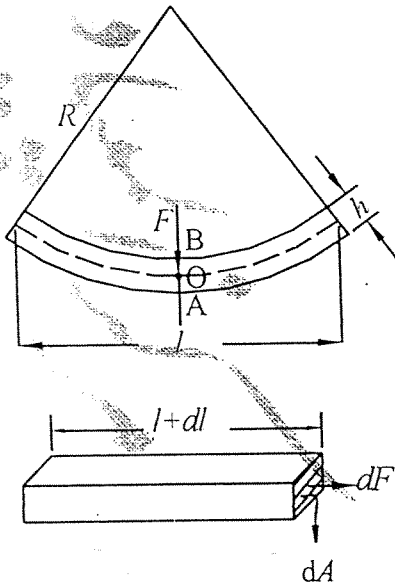


میله‌ای نازک، مستقیم و یکنواخت روی سطح افقی کاملاً صاف و بدون اصطکاک آزادانه قرار گرفته و ساکن است. نیروی ضربه‌ای افقی (در سطح افقی مورد نظر) عمود بر طول میله و بر یک انتهای آن به طور ناگهانی وارد می‌آید. الف) نشان دهید که در اثر ضربه‌ی مزبور میله به دور خود چرخیده و شروع به حرکت انتقالی می‌کند. به طوری که هر دور کاملی که

به دور خود بچرخد، طول مستقیمی برابر با $(\pi/3)l$ (طول میله) روی سطح افقی مزبور طی می‌کند. ب) جرم میله را m گرفته و ضربه‌ی وارده را P_0 بگیرید. انرژی جنبشی حرکت میله‌ی مزبور را در اثر ضربه‌ی مزبور بحث تعیین کنید.

(امتحان میان دوره‌ای تابستان ۷۱)

مسئله‌ی (۲۳)

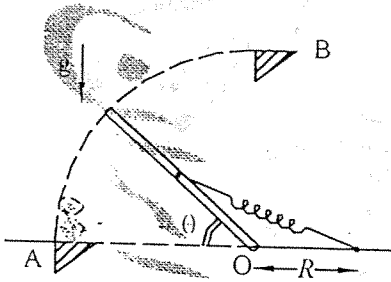


می‌خواهیم قطعه‌ی چوبی به طول l ، پهنای w و ارتفاع h را بشکنیم. برای شکستن، آن را مطابق شکل روی دوپایه قرار داده، به وسط آن نیروی F وارد می‌کنیم. فرض کنید چوب در اثر این نیرو مسیر شکل داده و به شکل کمانی از یک دایره به شعاع R در می‌آید. همچنین فرض کنید که طول، در صفحه‌ای که از وسط چوب می‌گذرد (خط چین) همان مقدار اولیه‌ی طول چوب است.

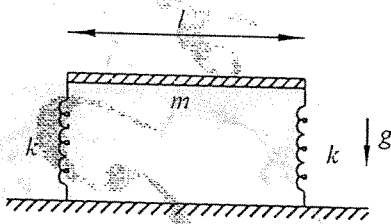
الف) تغییر طول صفحات مختلف چوب را بر حسب x (فاصله‌ی O در رانفتای AB) به دست آورید. نیرویی را که نیمه‌ی سمت راست چوب به نیمه‌ی سمت چپ یا برعکس وارد می‌کند به دست آورید. برای به دست آوردن نیروی مدول کشسانی Y استفاده کنید. یعنی: $dF = Y(\delta l/dl)dA$

ب) هر از مدول کشسانی Y و ثابت است، δl تغییر طول، l طول اولیه و dA قطعه مساحتی است که نیرو در آنجا محاسبه می‌شود.

ب) برای نیمه‌ی سمت چپی (با سمت راستی) تعادل نیروها و گشتاورها حول O را بنویسید و از آنجا R را بر حسب l به دست آورید. (اگر $\delta l/l$ از یک حد بحرانی زیادتر شود، چوب می‌شکند.)
 پ) استدلال کنید که چرا R و l وجود ندارد که چوب به محض رسیدن به آن می‌شکند؟
 ت) بستگی نیروی لازم برای شکستن چوب را به h, w و l به دست آورید. اگر هر یک را (تک تک) دو برابر کنیم نیروی لازم چند برابر می‌شود؟



مسئله‌ی ۲۴) درب یک چاهک منبسط از صفحه‌ی مربعی شکل به ضلع $2R$ و جرم M می‌باشد که مطابق شکل در نقطه‌ی O لولا بوده و فنری به ضریب سختی K به مرکز آن وصل شده است. طول آزاد فنر R و $Mg = KR$ است. نقاط تعادل سیستم را تعیین کرده و در مورد پایداری یا ناپایداری آن بحث کنید. همچنین نمودار انرژی پتانسیل درب را بر حسب زاویه‌ی θ رسم کنید.

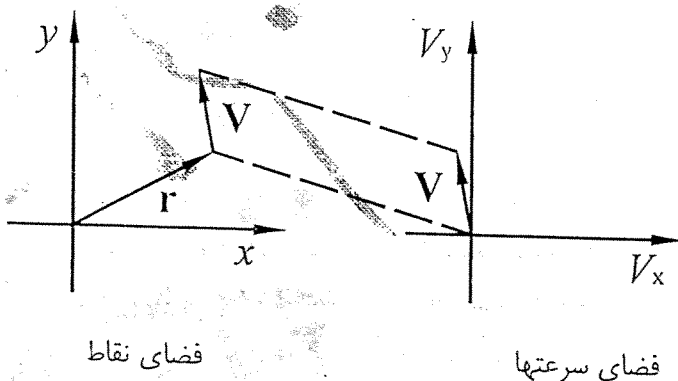


مسئله‌ی ۲۵) میله‌ی یکنواختی به طول l و جرم m مطابق شکل به دو فنر مشابه با ثابت کشسانی k که به طور قائم قرار گرفته‌اند کاملاً وصل شده است. یک سر میله را به اندازه‌ی کوچک α فشار داده و از حال سکون رها می‌کنیم تا حرکت آغاز شود. معادلات حرکت را نوشته و آنها را کاملاً حل کنید و وجوه ارتعاشی دستگاه را تفسیر نمایید. فرض کنید فنرها به حالت قائم باقی بمانند.

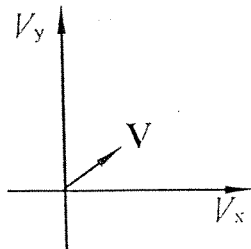
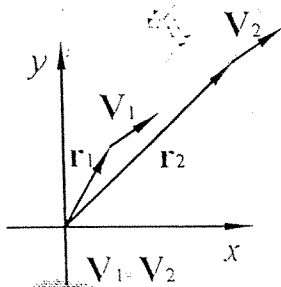
(امتحان میان دوره‌ای مرحله‌ی دوم پاییز ۷۳)

مسئله‌ی ۲۶)

مدارهای کروی در فضای سرعتها فضای سرعتها فضایی است که در آن به مکان جسم توجهی نمی‌شود و صرفاً سرعت جسم مورد بررسی قرار می‌گیرد.

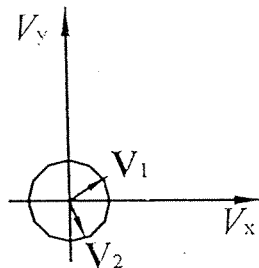
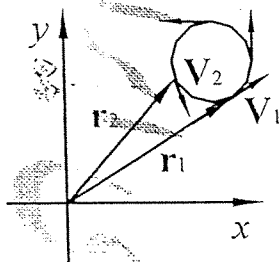


فرض کنید جسمی با بردار مکان r در فضای معمولی (نقاط) دارای سرعت V است. در فضای سرعتها تنها بردار V از مبدا این فضا به موازات سرعت اصلی جسم رسم می‌شود.



برای مثال جسمی که با سرعت ثابت حرکت می‌کند در دو فضا به این صورت است

و یا جسمی که روی یک دایره با اندازه‌ی سرعت ثابت می‌چرخد:



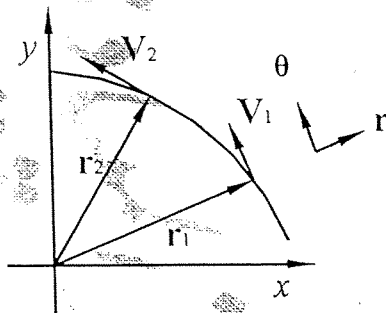
(نکته: با توجه به اینکه در هر دو دستگاه

بردارها مورد توجه هستند برای مربوط کردن آنها می‌توانید از یک سری بردار یکه‌ی یکسان استفاده کنید.)
فرض کنید جسمی تحت تأثیر نیروی مرکز گرای $F(r) = (-k/r^2)r$ باشد، در این صورت می‌دانیم که:

$$L = mr^2\dot{\theta} = m|\mathbf{r} \times \mathbf{V}| = \text{cte}$$

برای مثال می‌توان حرکت ماهواره‌ای به دور زمین را به طور ایده‌آل در نظر گرفت.

(الف)



۱- ثابت کنید شعاع حامل جسم در زمانهای مساوی، مساحت‌های مساوی را جاروب می‌کند.

۲- نشان دهید در تغییرات زاویه‌ی مساوی، تغییرات اندازه‌ی سرعت یکسان است و راستای بردار تغییر سرعت را بیابید.

۳- ثابت کنید بعد از یک دور چرخش (در صورت امکان) بردار سرعت ثابت می‌ماند.

۴- نشان دهید چنانچه جسم بتواند یک دور کامل بزند مدار حرکت بسته است.

(ب)

۱- ثابت کنید در فضای سرعت‌ها بردارهای سرعت یک دایره تشکیل می‌دهند.

۲- شعاع دایره را به دست آورید و نشان دهید \mathbf{u} شعاع دایره در هر لحظه بر \mathbf{r} (بردار مکان) عمود است.

بردار \mathbf{z} را برداری تعریف کنید که از مبدا فضای سرعتها به مرکز دایره‌ی فوق وصل می‌شود.

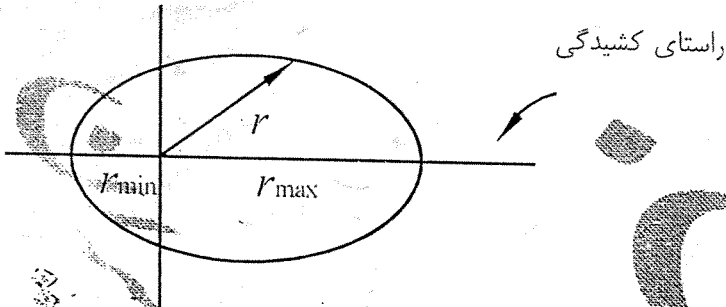
۳- نشان دهید برای بسته بودن مدار بایستی مبدا فضا در داخل دایره باشد.

۴- مکان دهید در مدار اصلی جسم، در فواصل ماکزیمم و مینیمم از مبدا، سرعت بردار مکان عمود است و از نظر اندازه نیز اکسترمم است.

۲-۴) در فضای سرعتها نقاط متناظر با نقاط فوق را بیابید.

۳-۴) خروج از مرکز مدار، ε را بدست آورید. $\varepsilon = r_{\min}/r_{\max}$

۴-۴) امتداد کشیدگی مدار جسم (راستی که در آن r_{\min} و r_{\max} قرار دارند) را با امتداد z مقایسه کنید.



(پ)

۱- نشان دهید برای آن که مدار جسم

دایروی باشد بایستی داشته باشیم: $z=0$

۲- با توجه به این که مشخصات مدار در فضای سرعتها $|u|$ و z است، مداری با $|u|$ مشخص و $z=0$ در

نظر بگیرید. ضربه‌ی شعاعی به آن زده می‌شود. تغییرات u و z را بررسی کنید.

۳- حال تغییرات u و z را برای یک حالت با $|u|$ و z مشخص ($z \neq 0$) بررسی کنید. (مدار بسته است.)

۴- تغییر راستای کشیدگی مدار مکان جسم را بر اثر ضربه مشخص کنید.

۵- فرض کنید این بار یک ضربه‌ی مماسی به جسمی که در یک مدار دایروی می‌چرخد وارد شود. تغییرات

u و z و راستای کشیدگی را بررسی کنید.