

راهبردهای حل مسئله

برای حل مسائل ریاضی، راهبردهای (روش‌های) متفاوتی وجود دارد که با تشخیص راهبرد مناسب برای هر مسئله می‌توان آن را به روش بهتری حل کرد. ممکن است یک مسئله را بتوان با راهبردهای متفاوتی حل کرد، اما تشخیص بهترین راهبرد، اهمیت زیادی دارد که فقط در اثر تمرین و تکرار می‌توان به این مرحله‌ی تشخیص و تسلط رسید.

انواع راهبردهای حل مسئله عبارت‌اند از:

۱- رسم شکل ۲- الگوسازی

۳- حذف حالت‌های نامطلوب ۴- الگویابی

۵- حدس و آزمایش ۶- زیرمسئله

۷- حل (طرح) مسئله‌ی ساده‌تر ۸- روش‌های نمادین (استفاده از معادله یا مدل‌سازی)

اکنون به ترتیب هر یک از روش‌های بالا را با مثال مورد بررسی قرار می‌دهیم.

۱- راهبرد رسم شکل: در این روش سعی می‌کنیم که اطلاعات داده‌شده‌ی مسئله را روی شکل نشان دهیم تا نیاز به

محاسبه و عملیات ریاضی به حداقل مقدار ممکن برسد.



کشاورزی نیمی از زمین خود را گندم کاشت و نیم دیگر را دو قسمت کرد؛

یک قسمت آن را جو کاشت و قسمت دیگر را به سه قطعه‌ی مساوی تقسیم کرد

و در یک قطعه از این سه قطعه، سبزیجات و در دو قطعه‌ی دیگر درخت میوه

کاشت. او در چه کسری از زمینش سبزیجات کاشته است؟

زمین این کشاورز را با یک مستطیل نشان می‌دهیم، ابتدا آن را به دو نیم تقسیم می‌کنیم و یک قسمت آن را به عنوان

گندم رنگ می‌کنیم. سپس نیمه‌ی دیگر را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و یک قسمت آن را به عنوان جو رنگ می‌کنیم و

سپس قسمت دیگر را به سه قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و یک قسمت آن را به عنوان سبزیجات و دو قسمت دیگر را به نشانه‌ی

درخت میوه رنگ می‌کنیم. اکنون قسمت مربوط به جو را مانند قسمت پایین و قسمت گندم (سمت چپ) را مانند سمت راست

تقسیم می‌کنیم. به این ترتیب، زمین به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم شده که $\frac{1}{12}$ آن مربوط به سبزیجات، $\frac{2}{12}$ یا $\frac{1}{6}$ آن مربوط به

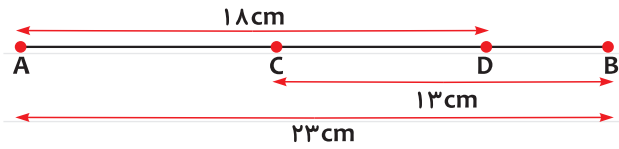
درختان میوه، $\frac{3}{12}$ یا $\frac{1}{4}$ آن مربوط به جو و $\frac{6}{12}$ یا $\frac{1}{2}$ آن مربوط به قسمت گندم است.

روی پاره‌خط AB به طول ۲۳ سانتی‌متر و بین دو نقطه‌ی A و B ، نقاط C و D را طوری قرار می‌دهیم که $AD = 18 \text{ cm}$ و

$BC = 13 \text{ cm}$ بشود. طول پاره‌خط CD چند سانتی‌متر است؟

AD = 18 cm است. پس نقطه‌ی D باید به B نزدیک باشد و BC = 13 cm پس نقطه‌ی C باید بین نقاط A و D باشد،

بنابراین شکل را به صورت زیر رسم می‌کنیم.



$$BC = 13 \text{ cm} \Rightarrow CD = 13 - 5 = 8 \text{ cm}$$

۲- راهبرد الگو سازی: برای حل بعضی از مسائل مجبوریم همه‌ی حالت‌های ممکن را بنویسیم، اما برای جلوگیری از تکرار

یا این که حالتی را از قلم بیندازیم، باید برای نوشتن حالت‌ها، نظم و ترتیب خاصی را رعایت کنیم، این نظم و ترتیب در نوشتن

حالت‌های مختلف را، الگوسازی می‌گویند.



در شکل مقابل چند پاره‌خط وجود دارد؟

طبق جدول زیر نام پاره‌خط‌ها را به صورت منظم بنویسید.

پاره‌خط $1+2+3+4=10$

مرحله‌ی اول	مرحله‌ی دوم	مرحله‌ی سوم	مرحله‌ی چهارم
AB AC AD AE	BC BD BE	CD CE	DE
عدد ۴	عدد ۳	عدد ۲	عدد ۱

چندتا عدد سه‌رقمی داریم که مجموع رقم‌های آن‌ها ۳ باشد.

عدد $3+2+1=6$

مرحله‌ی اول صدگان ۱ باشد	مرحله‌ی دوم صدگان ۲ باشد	مرحله‌ی سوم صدگان ۳ باشد
۱۰۲ ۱۱۱ ۱۲۰	۲۰۱ ۲۱۰	۳۰۰
عدد ۳	عدد ۲	عدد ۱

۳- راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب: در این روش تمام حالت‌های ممکن را با استفاده از روش تفکر نظام‌دار می‌نویسیم و

حالت‌های نادرست (نامطلوب) را حذف می‌کنیم تا به پاسخ درست با شرایط گفته‌شده در مسئله برسیم.

مجموع سه عدد ۱۱ و حاصل ضرب آن‌ها ۴۰ است؛ آن سه عدد را بیابید.



ریاضی
۷ آمار



ابتدا یک جدول شامل شش ستون رسم می‌کنیم.

عدد اول	عدد دوم	عدد سوم	حاصل ضرب	مجموع	پاسخ صحیح
۱	۲	۲۰	۴۰	۲۳	x
۱	۴	۱۰	۴۰	۱۵	x
۱	۵	۸	۴۰	۱۴	x
۲	۲	۱۰	۴۰	۱۴	x
۲	۴	۵	۴۰	۱۱	✓

بزرگ‌ترین عدد چهاررقمی بخش‌پذیر بر ۱۵ و بدون تکرار ارقام را بنویسید.

می‌دانیم عددی بر ۱۵ بخش‌پذیر است که بر ۳ و ۵ بخش‌پذیر باشد، یعنی رقم یکان آن صفر یا ۵ و مجموع ارقام آن بر

۳ بخش‌پذیر باشد. اکنون یک جدول رسم می‌کنیم.

عدد	بررسی عدد	پاسخ درست
۹۸۷۶	بزرگ‌ترین عدد چهاررقمی بدون تکرار ارقام. (این عدد بر ۵ بخش‌پذیر نیست.)	x
۹۸۷۵	یک واحد از عدد ۹۸۷۶ کم می‌کنیم تا عدد حاصل بر ۵ بخش‌پذیر شود، اکنون این عدد بر ۳ بخش‌پذیر نیست.	x
۹۸۷۰	برای این که عدد بخش‌پذیر بر ۵ باقی بماند، ۵ واحد از عدد ۹۸۷۵ کم می‌کنیم. عدد حاصل مضرب ۳ و در نتیجه مضرب ۱۵ است.	✓

۴- راهبرد الگویابی: در این روش با الگوهای (نمونه‌های) عددی و هندسی سروکار داریم که بین هر دو عدد یا شکل متوالی

در یک سری از اعداد یا اشکال، نظم و رابطه‌ی منطقی خاصی وجود دارد که این نظم برای کل سری باید برقرار باشد.

سه عدد بعدی هر یک از الگوهای عددی زیر را بنویسید.

الف) ۲، ۶، ۱۲، ۲۰، ۳۰، ، ،

ب) ۲، ۶، ۹، ۲۷، ۳۰، ، ،

ج) ۱، ۳، ۶، ۱۰، ۱۵، ۲۱، ، ،



۲	۶	۱۲	۲۰	۳۰	۴۲	۵۶	۷۲
1×2	2×3	3×4	4×5	5×6	6×7	7×8	8×9

(الف)

$\times 3$	$+3$	$\times 3$	$+3$	$\times 3$	$+3$	$\times 3$	
۲	۶	۹	۲۷	۳۰	۹۰	۹۳	۲۷۹

(ب)

$+2$	$+3$	$+4$	$+5$	$+6$	$+7$	$+8$	$+9$	
۱	۳	۶	۱۰	۱۵	۲۱	۲۸	۳۶	۴۵

(ج)

با توجه به شکل‌های زیر، در شکل نهم چند ستاره وجود دارد؟



اگر کمی دقت کنید، متوجه می‌شوید که اعداد مربوط به تعداد ستاره‌ها در هر شکل در واقع رابطه‌ی عددی مربوط به

«قسمت ج» در مثال قبل است.

شماره‌ی شکل	روش محاسبه‌ی تعداد ستاره‌ها	تعداد ستاره‌های شکل
۱	۱	۱
۲	۱+۲	۳
۳	۱+۲+۳	۶
⋮	⋮	⋮
۹	۱+۲+۳+⋯+۹	۴۵

۵- راهبرد حدس و آزمایش: در این روش با استفاده از حدس‌های منطقی و متوالی و نتیجه‌گیری از هر حدس با توجه به

شرایط مسئله، به جواب می‌رسیم.

در یک پارک تعداد ۲۰ تا گربه و کیبوتر هست، اگر مجموع پاهای آن ۶۴ تا باشد، تعداد گربه‌ها و کیبوترها را مشخص کنید.

تعداد کیبوتر	تعداد گربه	آزمایش حدس	نتیجه‌گیری
۱۰	۱۰	$10 \times 2 + 10 \times 4 = 60$	چون تعداد پاها از تعداد داده شده در مسئله کم‌تر شده، پس باید تعداد گربه‌ها بیشتر و تعداد کیبوترها کم‌تر شود.
۹	۱۱	$9 \times 2 + 11 \times 4 = 62$	باز هم تعداد کیبوترها را کم و تعداد گربه‌ها را افزایش می‌دهیم
۸	۱۲	$8 \times 2 + 12 \times 4 = 64$	✓

هنگام تولد فرهاد، پدرش ۳۳ ساله بود، اکنون مجموع سن آن‌ها ۶۱ سال است. فرهاد چندساله است؟



اختلاف سن دو نفر در اثر گذشت زمان همواره ثابت است.

سن فرهاد (حدس)	سن پدرش	مجموع سن آن‌ها (آزمایش کردن)	نتیجه‌گیری
۱۰	$10 + 33 = 43$	$10 + 43 = 53$	چون ۵۳ از ۶۱ کوچک‌تر است، باید سن هر دو نفر را افزایش داد
۱۲	$12 + 33 = 45$	$12 + 45 = 57$	باز هم باید سن آن‌ها را اضافه کرد
۱۴	$14 + 33 = 47$	$14 + 47 = 61$	✓

بنابراین فرهاد ۱۴ ساله و پدرش ۴۷ ساله است.



۶- راهبرد زیر مسئله: در این روش، مسائلی که دارای پیچیدگی یا چندمرحله‌ای هستند را به مسئله‌های ساده‌تر و کوچک‌تر تبدیل می‌کنیم، هر یک از این مسئله‌های کوچک‌تر را زیرمسئله می‌گویند و با حل هر مسئله‌ی کوچک‌تر، گام به گام به جواب نهایی می‌رسیم.

😊 مهرداد ۱۲۰۰۰ تومان پول داشت. او ۳ دفتر خرید به قیمت هر جلد ۱۵۰۰ تومان، ۴ خودکار خرید، هر یک به قیمت ۸۰۰ تومان و ۳ مداد که قیمت هر کدام ۶۰۰ تومان بود. باقی‌مانده‌ی پول او چند تومان است؟

😊 ابتدا سؤال‌های زیر را طرح و پاسخ هر یک را حساب می‌کنیم.

الف) مبلغ کل دفترها چند تومان است؟ $3 \times 1500 = 4500$ تومان کل دفترها:

ب) مبلغ کل خودکارها چند تومان است؟ $4 \times 800 = 3200$ تومان کل خودکارها:

ج) مبلغ کل مدادها چند تومان است؟ $3 \times 600 = 1800$ تومان کل مدادها:

د) او به طور کلی چند تومان خرج کرده است؟ کل پولی که مهرداد خرج کرده، $4500 + 3200 + 1800 = 9500$ تومان

ه) باقی‌مانده‌ی پول او چند تومان است؟ باقی‌مانده‌ی پول مهرداد، $12000 - 9500 = 2500$ تومان

۷- راهبرد حل مسئله‌ی ساده‌تر: در این روش ابتدا مسئله (مسئله‌هایی) ساده‌تر و مشابه سؤال اصلی را طرح و حل می‌کنیم و سپس با استفاده از همان روش به حل مسئله‌ی اصلی می‌پردازیم.

😊 مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا ۱۰۰ را حساب کنید.

😊 ابتدا به عنوان یک مسئله‌ی ساده‌تر، جمع اعداد طبیعی از ۱ تا ۱۰ را حساب می‌کنیم.

$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 = 5 \times 11 = 55$

چون اعداد را دوتا دوتا جمع کردیم، بنابراین ۵ تا دسته‌ی دوتایی داریم.

اکنون به حل مسئله‌ی اصلی می‌پردازیم.

$1+2+3+4+\dots+97+98+99+100 = 50 \times 101 = 5050$

۱۰۰ تا عدد داریم؛ اگر به دسته‌های دوتایی تقسیم کنیم، ۵۰ تا دسته می‌شود.

😊 حاصل ضرب هر عدد دورقمی در عدد ۱۰۱، دوبار تکرار همان عدد دورقمی می‌شود.

$59 \times 101 = 5959$ $73 \times 101 = 7373$

۸- راهبرد روش‌های نمادین (استفاده از معادله یا مدل‌سازی): در این روش با استفاده از نمادهای جبری، صورت مسئله را به زبان ریاضی تبدیل می‌کنیم و سپس با استفاده از عملیات ریاضی، مسئله را حل می‌کنیم.

مجموع سه عدد متوالی ۲۷ است، آن سه عدد را بیابید. 



فرض می‌کنیم: $\left. \begin{array}{l} \text{کوچک‌ترین عدد: } \square \\ \text{عدد بعدی: } \square + 1 \\ \text{بزرگ‌ترین عدد: } \square + 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \square + \square + 1 + \square + 2 = 27$

$$3 \times \square + 3 = 27 \Rightarrow 3 \times \square = 27 - 3 = 24 \Rightarrow \square = \frac{24}{3} = 8$$

پس سه عدد مورد نظر ۸، ۹ و ۱۰ هستند.



راهبرد رسم شکل

۱- $\frac{1}{3}$ دانش‌آموزان کلاسی بسکتبال بازی می‌کنند. $\frac{1}{4}$ بقیه‌ی دانش‌آموزان فوتبال بازی می‌کنند. سایر بچه‌ها که تعدادشان ۱۲ نفر است، بازی آن‌ها را تماشا می‌کنند. این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

۲- قورباغه‌ای در ته چاهی به عمق ۱۹ متر افتاده است. او با هر جهش ۵ متر به سمت بالا می‌جهد، اما ۳ متر به سمت پایین سر می‌خورد. پس از چند جهش به بالای چاه می‌رسد؟

۳- توپی را از ارتفاع ۳۲ متری رها می‌کنیم. این توپ در اثر هر برخورد با زمین $\frac{1}{4}$ ارتفاع قبلی‌اش بالا می‌آید، تا لحظه‌ای که توپ برای بار چهارم با زمین برخورد می‌کند، توپ چه مسافتی را برحسب متر طی کرده است؟

۴- اتاقی به شکل مستطیل و به ابعاد ۸ و ۶ متر داریم، فرش به شکل مستطیل را کف این اتاق می‌اندازیم که از هر طرف ۱ متر کف اتاق خالی می‌ماند. مساحت فرش چند متر مربع است؟



ریاضی
۷
آم

۵- در یک مزرعه فقط تعدادی گوسفند و مرغ هست. اگر تعداد آن‌ها روی هم ۱۲ تا و مجموع تعداد پاهای آن‌ها ۴۰ تا باشد، چند گوسفند و چند مرغ در این مزرعه هست؟

۶- کشاورزی نصف زمین خود را درخت سیب، $\frac{1}{3}$ بقیه‌ی زمین را درخت پرتقال و $\frac{2}{3}$ باقی‌مانده‌ی زمین را درخت هلو کاشت. اگر باقی‌مانده‌ی زمینش را درخت گردو بکارد، چه کسری از زمین خود را درخت گردو کاشته است؟

۷- یک مثلث، یک مربع و یک دایره رسم کنید و با توجه به شرایط زیر، اعداد را در داخل آن‌ها قرار دهید.
الف) عدد ۲ در هر سه شکل باشد.

ب) عدد ۳- در مثلث و دایره باشد و در مربع نباشد.

ج) عددهای ۱ و ۵- در مربع و مثلث باشند و در دایره نباشند.

د) مجموع اعداد داخل مثلث صفر شود و مثلث دارای ۶ عدد باشد.

ه) عدد ۵ فقط در مربع و عدد ۴- فقط در مثلث باشد.

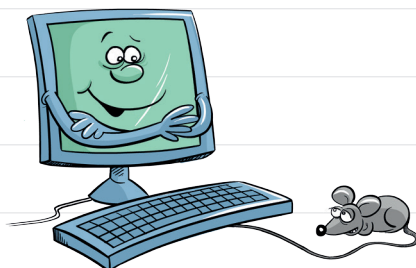
و) دایره دارای چهار عدد باشد و مجموع این چهار عدد نیز صفر باشد.

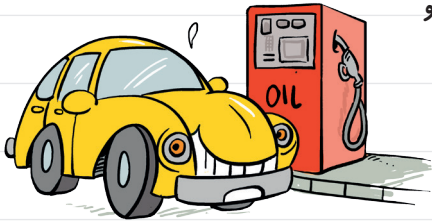
ز) مربع دارای ۵ عدد باشد و مجموع آن‌ها صفر بشود.

ح) مربع و دایره، دارای ۲ عدد مشترک باشند.

۸- سارا $\frac{1}{3}$ پولش را کتاب و $\frac{1}{3}$ بقیه‌ی پولش را دفتر خرید. اگر ۲۴۰۰ تومان برای او باقی‌مانده باشد، کل پول او چند تومان بوده است؟

۹- یک ویروس رایانه، روز اول $\frac{1}{3}$ حافظه، روز دوم $\frac{1}{4}$ حافظه‌ی باقی‌مانده از روز قبل و روز سوم $\frac{1}{6}$ حافظه‌ی باقی‌مانده از دو روز قبل را پاک می‌کند. اگر حافظه‌ی اولیه‌ی این رایانه ۵۰۰ گیگابایت باشد، پس از سه روز چند گیگابایت از حافظه هنوز پاک نشده است؟





۱- $\frac{1}{4}$ باک ماشینی بنزین دارد. در پمپ بنزین ۱۴ لیتر بنزین زده شد و

هنوز نصف باک خالی است. گنجایش این باک چند لیتر است؟

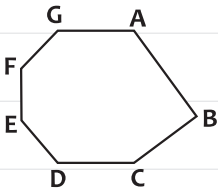
راهبرد الگوسازی

۱- دو عدد صحیح بیابید که حاصل ضرب آن‌ها ۱۲ و مجموع آن‌ها کم‌ترین مقدار ممکن باشد.

۲- با ارقام ۲، ۳، ۵ و ۷ تمامی اعداد سه‌رقمی فرد بخش‌پذیر بر ۵ را بنویسید.

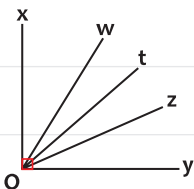


۳- در شکل مقابل چندتا نیم‌خط و چندتا پاره‌خط هست؟ نام آن‌ها را بنویسید.



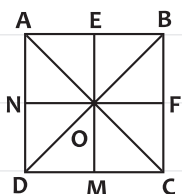
۴- در هفت ضلعی شکل مقابل تعداد قطر‌ها را با نوشتن نام آن‌ها حساب کنید.

۵- چندتا عدد سه‌رقمی داریم که مجموع ارقام آن‌ها ۶ و بر ۶ نیز بخش‌پذیر باشند؟



۶- زاویه \widehat{XOy} قائمه (راست) است. چندتا زاویه‌ی تند در این شکل وجود دارد؟

نام تمامی آن‌ها را با سه حرف بنویسید.

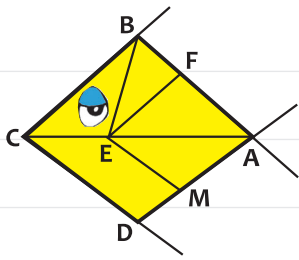


۷- در شکل مقابل نقاط E، F، M و N وسط‌های اضلاع مربع ABCD هستند.

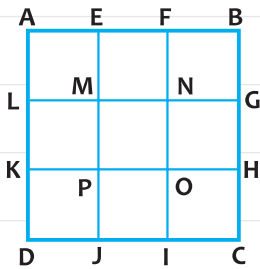
نام تمامی مثلث‌ها و دوزنقه‌های شکل را در دو جدول جداگانه بنویسید.



۸- در شکل مقابل نام تمامی نیم‌خطها و پاره‌خطهای شکل را بنویسید.



۹- در شکل زیر چندتا مربع (با هر اندازه‌ای) وجود دارد. نام تمامی آن‌ها را بنویسید.



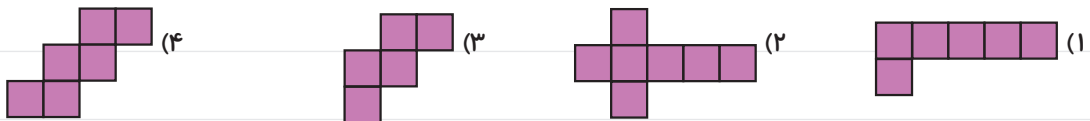
۱۰- با رقم‌های ۰، ۲، ۵، ۷ تمامی اعداد سه‌رقمی بخش‌پذیر بر ۲۵ را بنویسید. (راهنمایی: عددی بر ۲۵ بخش‌پذیر است که دورقم سمت راست آن دوتا صفر یا ۲۵ یا ۵۰ یا ۷۵ باشد).



۱۱- در یک اتاق سه لامپ نارنجی و زرد و قرمز هست، به چند طریق توسط این سه لامپ می‌توان نور اتاق را تنظیم کرد. (هر سه لامپ سالم هستند و برای هر کدام یک کلید جداگانه هست) (راهنمایی برای هر لامپ دو حالت وجود دارد، یا روشن است یا خاموش).

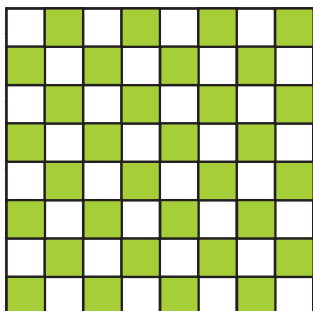
راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

۱- کدام‌یک از شکل‌های زیر باز شده یا گسترده‌ی یک مکعب هستند؟

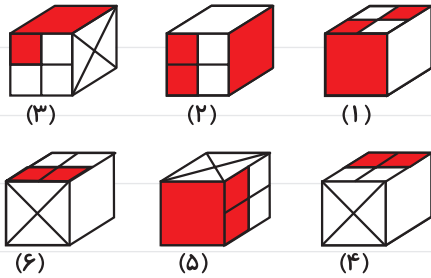
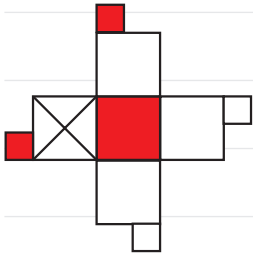


۲- کوچک‌ترین عددی را بیابید که بر تمامی اعداد طبیعی یک‌رقمی به جز ۷ بخش‌پذیر باشد.

۳- شخصی یکی از خانه‌های شطرنج را در نظر گرفته است (مربع 8×8) با طرح حداقل چند سؤال می‌توان خانه‌ی موردنظر او را یافت؟



۴- شکل مقابل گسترده‌ی کدام یک از مکعب‌های زیر است؟



۵- ۲۷ تا سکه‌ی طلا یک شکل و یک اندازه داریم که فقط یکی از آن‌ها تقلبی و کمی سبک‌تر از بقیه است. با یک ترازوی

دو کفه‌ای حساس، حداقل با چند بار وزن کردن می‌توان سکه‌ی تقلبی را یافت؟



۶- قلی سه‌تا پسر دارد که حاصل ضرب سن آن‌ها ۳۶ سال و مجموع سن آن‌ها

۱۳ سال است. اگر پسر بزرگ او خیلی به چاقاله‌بادوم علاقه داشته باشد، این پسر

چندساله است؟

۷- چندتا عدد سه‌رقمی فرد بزرگ‌تر از ۸۰۰ داریم که مضرب ۵ و حاصل ضرب رقم‌هایش صفر باشد؟

۸- چندتا عدد سه‌رقمی فرد مضرب ۴۵ داریم که تمامی رقم‌های آن فرد باشد؟

(راهنمایی: عددی که بر ۵ و ۹ بخش‌پذیر باشد، بر ۴۵ بخش‌پذیر است.)

۹- من یک شکل هندسی و دارای خواص زیر هستم، نام من چیست؟

الف) چهارضلعی هستم. (ب) قطرهایم با هم برابرند.

ج) سه‌تا زاویه‌ی راست (قائمه) دارم. (د) زاویه‌ی بین قطرهایم، نصف زاویه‌ی نیم‌صفحه است.

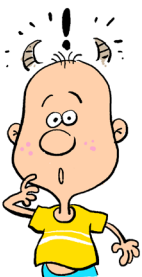
۱۰- این تست نیز مانند هر سؤال چهارگزینه‌ای دیگر، فقط یک گزینه‌ی درست دارد؟

(۱) گزینه‌ی ۲ درست است.

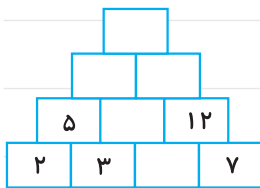
(۲) گزینه‌ی ۳ درست است.

(۳) گزینه‌ی ۴ غلط است.

(۴) گزینه‌ی ۱ غلط است.



۱- خانه‌های جدول زیر را طبق الگوی نوشته شده کامل کنید.



۲- به جای علامت سؤال در جدول مقابل طبق الگوی عددی نوشته شده، عدد مناسب قرار دهید.

۱	۳	۲	۶
۴	۲	۱۰	۵
۸	۶	۴	۳
۵	?	۲	۸
۷	۲۱	?	۹

۳- در جدول مقابل به جای علامت سؤال طبق الگوی عددی نوشته شده عدد مناسب قرار دهید.

۳۹	۱۸	۵۱
۸۳	۱۵	۴۰
۱۲	۱۴	۲۹
۸۸	۲۸	۹۳
۳۷	?	۶۵
۲۱	?	۴۷

۴- سه عدد بعدی هر یک از الگوهای عددی زیر را بنویسید.

(راهنمایی: در قسمت «الف»؛ عددها فرد هستند. در قسمت «ب» از خاصیت «کسرهای مساوی» استفاده کنید.)

الف) ۳, ۱۵, ۳۵, ۶۳, , ,

ب) $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7},$, ,

۵- با توجه به الگوی زیر (تساوی‌ها) در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.

الف) $۳۷ \times ۱۰۱ = ۳۷۳۷$

ب) $۵۹ \times ۱۰۱ = ۵۹۵۹$

ج) $۴۵۳ \times ۱۰۰۱ = ۴۵۳۴۵۳$

د) $۷۹۲ \times ۱۰۰۱ = ۷۹۲۷۹۲$

ه) $۲۵۴۳ \times ۱۰۰۰۱ = ۲۵۴۳۲۵۴۳$

و) $۱۳۹۲ \times ۱۰۰۰۱ = ۱۳۹۲۱۳۹۲$

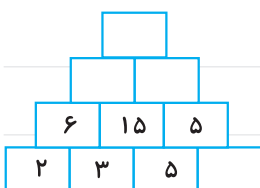
ز) $۷۹ \times ۱۰۱ =$

ح) $۲۰۱۴ \times ۱۰۰۰۱ =$

ط) $۶۰۵ \times ۱۰۰۱ =$

ی) $۳۵ \times ۱۰۰۱ =$

۶- با توجه به الگوی اعداد جدول، جاهای خالی جدول را با اعداد مناسب کامل کنید.



۷- با توجه به تساوی‌های زیر، جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.

الف) $1+3=2 \times 2=4$

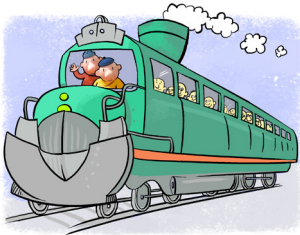
ب) $1+3+5=3 \times 3=9$

ج) $1+3+5+7=4 \times 4=16$

د) $1+3+5+7+9=5 \times 5=25$

ه) $1+3+5+7+9+11+13+15+17+19=$

و) $1+3+5+7+\dots+51=$



۸- در یک پارک بزرگ، یک قطار تفریحی وجود دارد که در ایستگاه مبدأ (صفر) ایستاده است. به جز ایستگاه مبدأ، این قطار ۸ ایستگاه دارد، اگر قطار حرکت کند و در ایستگاه اول ۲ مسافر، در ایستگاه دوم ۳ مسافر، در ایستگاه سوم ۵ مسافر، در ایستگاه چهارم ۱۰ مسافر و در ایستگاه پنجم ۲۰ مسافر سوار کند و هیچ‌کس هم از قطار پیاده نشود:

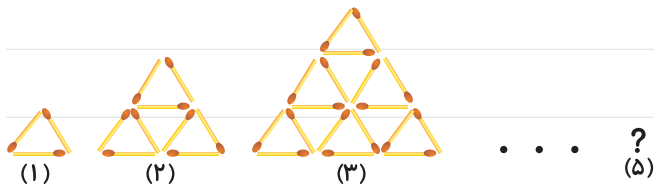
الف) در ایستگاه هفتم چند مسافر سوار قطار می‌شوند؟

ب) در ایستگاه هشتم تمام مسافران قطار چند نفرند؟

(راهنمایی: از جدول زیر استفاده کنید.)

شماره‌ی ایستگاه	(مبدأ)	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
تعداد مسافرانی که در این ایستگاه سوار می‌شوند.	۰	۲	۳	۵					
تعداد کل مسافران قطار	۰	۲	۵	۱۰					

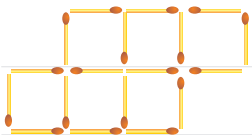
۹- با توجه به شکل‌های زیر و الگوی به کار رفته در آن‌ها، در شکل پنجم چندتا چوب کبریت به کار رفته است؟



راهبرد حدس و آزمایش

۱- در شکل زیر که با چوب کبریت ساخته شده، فقط یک چوب کبریت بردارید که ۵ مربع هم‌اندازه به ضلع یک چوب

کبریت باقی بماند و چوب کبریت اضافی نداشته باشیم؟ (مسئله ۲ تا جواب دارد)



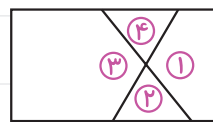
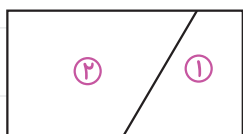
۲- اگر عدد حجم و عدد مساحت کل مکعبی با هم برابر باشند، اندازه‌ی ضلع مکعب چند واحد است؟



۳- در یک مزرعه روی هم ۳۶ تا مرغ و گاو هست. اگر مجموع تعداد پاهای آن‌ها روی هم ۱۰۴ پا باشد، چند مرغ و چند گاو در این مزرعه هست؟

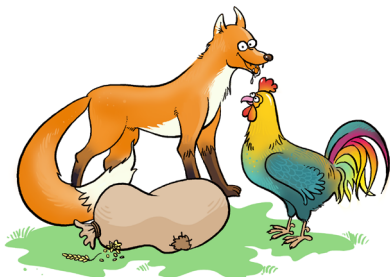
۴- اختلاف دو زاویه‌ی تند یک مثلث قائم‌الزاویه 18° است. اندازه‌ی هر زاویه را حساب کنید.

۵- یک خط صفحه را حداکثر به دو قسمت (دو ناحیه) تقسیم می‌کند، ۲ خط صفحه را حداکثر به چهار قسمت (چهار ناحیه) تقسیم می‌کند. چهار خط صفحه را حداکثر به چند قسمت تقسیم می‌کند؟ (راهنمایی: به شکل‌ها توجه کنید).



دو خط صفحه را حداکثر به چهار قسمت تقسیم می‌کند. یک خط صفحه را به دو قسمت تقسیم می‌کند.

۶- کشاورزی یک روباه، یک خروس و یک کیسه گندم دارد و می‌خواهد با قایق کوچکش آن‌ها را به طرف دیگر رودخانه ببرد، اما قایق فقط می‌تواند وزن خود کشاورز و یکی از آن‌ها (خروس یا روباه یا کیسه‌ی گندم) را تحمل کند. اکنون او چگونه می‌تواند روباه، خروس و گندم را یکی یکی و همگی را صحیح و سالم به طرف دیگر رودخانه ببرد؟ (مثلاً اگر بار اول کیسه‌ی گندم را ببرد، تا زمان بازگشت او، روباه خروس را می‌خورد، و یا اگر اول روباه را با خود ببرد، تا زمان بازگشت او، خروس گندم را می‌خورد).



۷- در جمع مقابل هر حرف نشانه‌ی یک عدد خاص است چندتا عدد سه‌رقمی به جای BAD می‌توان قرار داد تا حاصل جمع درست باشد.

(راهنمایی: فقط ۳ تا عدد به جای BAD می‌توان قرار داد یعنی مسئله فقط ۳ تا جواب مختلف دارد!!!!!!)

-	B	A	D	
+	B	A	D	
	GOOD			

۸- عددی را بیابید که مجموع نصف و ثلث آن ۴ واحد کم‌تر از خود عدد بشود.

راهبرد زیر مسئله

۱- سیم نازکی را به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع درآوردیم، اندازه‌ی هر ضلع آن ۱۶ سانتی‌متر شد. اگر همین سیم را به شکل مربع درآوریم. مساحت مربع چند سانتی‌متر مربع می‌شود؟

۲- پرهام $\frac{1}{3}$ پولش را دفتر و $\frac{1}{4}$ پولش را کتاب خرید، اگر باقی‌مانده‌ی پول او ۴۵۰۰ تومان باشد، کل پول او چند تومان بوده است؟

۳- سامان ۳۵۰۰۰ تومان پول دارد، او می‌خواهد ۶ دفتر و باقی‌مانده‌ی پولش هر چه قدر که می‌تواند خودکار بخرد؛ اگر قیمت هر دفتر ۵۲۰۰ تومان و قیمت هر خودکار ۵۰۰ تومان باشد، او چند خودکار می‌تواند بخرد و چند تومان برایش باقی می‌ماند؟

۴- حاصل عبارت زیر را حساب کنید.

$$2 + \frac{2}{3} = 2 + \frac{2}{3} = 2 - \frac{2}{3}$$

۵- کتاب‌فروشی اعلام کرده است که کتاب‌های نو را با ۱۰٪ تخفیف و کتاب‌های کهنه را با ۲۰٪ تخفیف می‌فروشد. اگر فرهاد بخواهد تعدادی کتاب نوبه مبلغ ۹۶۰۰۰ تومان و یک کتاب دست دوم به مبلغ ۷۲۰۰۰ تومان بخرد، چند تومان باید بپردازد؟

۶- پس‌انداز هفتگی مریم، ۴۲۰۰۰ تومان است. او حساب کرد که اگر ۶ هفته پولش را جمع کند، $\frac{2}{3}$ مبلغ پیراهنی را که به آن علاقه دارد، تهیه می‌شود. مبلغ کل پیراهن چند تومان است؟



۷- یک فروشگاه تعاونی ۵ تن برنج را به قیمت ۱۲۵۰۰۰۰۰ تومان خرید و ۲۰۰۰۰۰۰ تومان بابت حمل آن پرداخت کرد،

این فروشگاه برنج را کیلویی چند تومان باید بفروشد که ۱۸۰۰۰۰۰۰ تومان سود ببرد؟



۸- از هر ۳ کیلو آرد ۵ عدد نان تولید می‌شود، اگر یک نانوا آرد را کیلویی

۷۵۰ تومان بخرد و نان را دانه‌ای ۶۰۰ تومان بفروشد، چندتا نان باید بفروشد

تا ۷۲۰۰۰۰ تومان سود ببرد؟

۹- چند نقطه در شکل زیر می‌توان یافت که فاصله‌ی آن از خط d ، ۲ سانتی‌متر و از نقطه‌ی A ، $1/5$ سانتی‌متر باشد؟



راهِبرد حل مسئله‌ی ساده‌تر

۱- مجموع زاویه‌های داخلی یک شش‌ضلعی که همه‌ی زاویه‌های آن از 180° کوچک‌تر باشند، را حساب کنید.

۲- اگر عدد ۹ را ۹۱ بار در خودش ضرب کنیم، رقم یکان حاصل چه عددی می‌شود؟

۳- ارشام در صفی ایستاده است که از جلوی صف نفر صد و هفتم و از عقب صف، نفر بیست و نهم است. در این صف چند

نفر هستند؟

۴- اگر عدد ۲ را ۲۰۷ بار در خودش ضرب کنیم، رقم یکان حاصل چه عددی می‌شود؟

۵- عدد $2\frac{1}{3}$ از سه برابر عدد $1\frac{2}{3}$ چه قدر کم تر است؟

۶- حاصل عبارات زیر را حساب کنید.

الف) $\frac{12}{13} \times \frac{13}{14} \times \frac{14}{15} \times \dots \times \frac{112}{113} =$

ب) $\frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \dots + \frac{1}{54 \times 55} =$

۷- اگر روی یک دایره ۸ نقطه‌ی متمایز (جدا از هم) داشته باشیم و آن‌ها را دوبه‌دو به هم وصل کنیم، چند پاره‌خط به وجود می‌آید؟

۸- در یک کارخانه هر روز ۴۹۸ لوله به طول $4\frac{5}{6}$ متر تولید می‌شود؛ تولید لوله‌ی روزانه‌ی این کارخانه چند متر است؟

۹- حاصل عبارت مقابل را حساب کنید.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{512} =$$

راهبرد روش‌های نمادین

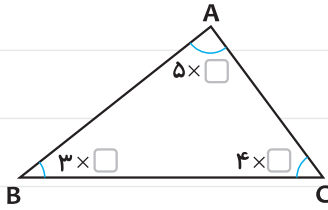
۱- اختلاف طول و عرض مستطیلی ۵ سانتی‌متر است. اگر محیط مستطیل ۳۸ سانتی‌متر باشد، طول و عرض مستطیل را حساب کنید.

۲- اختلاف نصف و ثلث عددی ۵ واحد است. آن عدد را بیابید.

۳- بردیا برای خرید ۵ دفتر ۷۰۰۰ تومان به فروشنده داد و ۶۰۰ تومان بدهکار شد، قیمت هر دفتر چند تومان است؟



۴- اندازه‌ی زاویه‌های مثلث ABC را معین کنید.



۵- وزن دو میله‌ی A و B روی هم ۳۶ گرم است، میله‌ی A از ۷ قسمت و میله‌ی B از ۵ قسمت تشکیل شده است. اگر تمام قسمت‌ها مساوی باشند، وزن میله‌ی A چند گرم است؟ (آزمون TIMSS)

۶- یک خط‌کش ۵۰ سانتی‌متری شکست و به دو قسمت تقسیم شد. اگر یکی از قسمت‌ها ۸ سانتی‌متر کوتاه‌تر از دیگری باشد، اندازه‌ی هر یک چند سانتی‌متر است؟ (آزمون TIMSS)


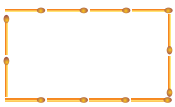
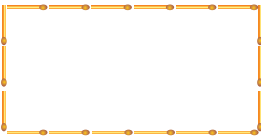
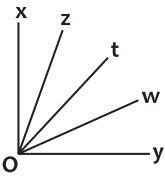
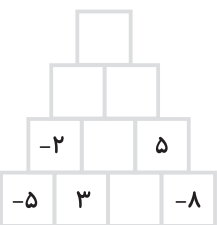
۷- $\frac{1}{3}$ بچه‌های مدرسه‌ای به اردو رفتند. $\frac{5}{6}$ بچه‌هایی که در مدرسه مانده‌اند، در حیاط مشغول بازی هستند و فقط ۷ نفر در کلاس‌های درس مانده‌اند. این مدرسه چند دانش‌آموز دارد؟ (آزمون TIMSS)

۸- یلدا ۸ ساله و پدرش ۲۶ ساله است چند سال دیگر، سن پدر دو برابر سن یلدا می‌شود؟

۹- هنگامی که احسان متولد شد، پدرش ۵۲ ساله بود، اگر اکنون سن پدرش ۵ برابر سن او باشد، سن فعلی هر یک را حساب کنید.

۱۰- پدری در جواب این که پسرش چند سال دارد، گفت: اگر سن او را دو برابر کنید و سه برابر سن شش سال پیش او را از آن کم کنید، سن کنونی پسر به دست می‌آید. پسر چندساله است؟

آزمون فصل اول

۲	<p>۱ مسئله‌ی زیر را با استفاده از «راهبرد رسم شکل» حل کنید. توپی از ارتفاع ۲۴ متری سطح زمین رها می‌شود، اگر بر اثر برخورد با زمین نصف ارتفاع قبلی خود بالا بیاید: الف) پس از برخورد با زمین برای بار دوم تا چه ارتفاعی بالا می‌آید؟ ب) تا لحظه‌ی برخورد با زمین برای بار دوم چند متر را طی کرده است؟</p>
۲	<p>۲ مسئله‌ی زیر را با استفاده از راهبرد «الگویابی» حل کنید. با توجه به الگوی زیر، شکل شماره‌ی هفتم از چند چوب‌کبریت ساخته شده است؟</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>(۱)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(۲)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(۳)</p> </div> </div>
۲	<p>۳ مسئله‌ی زیر را با استفاده از راهبرد «الگوسازی» حل کنید. با رقم‌های ۲, ۳, ۵, ۷, تمامی اعداد چهاررقمی بخش‌پذیر بر ۵ و بدون تکرار ارقام را بنویسید.</p>
۲	<p>۴ مسئله‌ی زیر با استفاده از راهبرد «حذف حالت‌های نامطلوب» حل کنید. مجموع سن سه نفر ۱۴ سال و حاصل ضرب سن آن‌ها ۸۴ سال است. بزرگ‌ترین نفر چندساله است؟</p>
۲	<p>۵ مسئله‌ی زیر را با استفاده از راهبرد «حدس و آزمایش» حل کنید. دو زاویه مکمل‌اند و اندازه‌ی یکی از آن‌ها از ۴ برابر دیگری 20° کم‌تر است. اندازه‌ی هر یک از زوایا را بیابید.</p>
۲	<p>۶ مسئله‌ی زیر را با استفاده از راهبرد «زیرمسئله» حل کنید. در یک کارگاه جوراب‌بافی، روزانه ۱۶۰ جفت جوراب نخی تولید می‌شود. اگر وزن هر جفت جوراب، ۲۵ گرم و قیمت هر گرم نخ ۳۲ تومان باشد، هزینه‌ی کل نخ مصرفی روزانه‌ی این کارگاه چند تومان است؟</p>
۲	<p>۷ مسئله‌ی زیر را با استفاده از راهبرد «مسئله‌ی ساده‌تر» حل کنید. می‌دانیم مجموع زاویه‌های داخلی یک مثلث 180° است. مجموع زاویه‌های داخلی یک شش ضلعی چند درجه است؟</p>
۲	<p>۸ مسئله‌ی زیر را با استفاده از راهبرد «روش‌های نمادین» حل کنید. اگر به چهار برابر عددی سه واحد اضافه کنیم، حاصل، دو واحد کم‌تر از ۵ برابر عدد می‌شود. آن عدد را بیابید. با تشخیص راهبرد مناسب دو سؤال زیر را حل کنید.</p>
۲	<p>۹ \widehat{xOy} یک زاویه‌ی راست است. چند زاویه‌ی تند در شکل مقابل می‌بینید؟</p> <div style="text-align: center;">  </div>
۲	<p>۱۰ جدول مقابل را کامل کنید.</p> <div style="text-align: center;">  </div>
۲۰	جمع کل نمرات