بسم ا... الرحمن الرحیم

دانشکده فنی و مهندسی

گروه عمران

آزمایشگاه مقاومت مصالح

آزمایش شماره ۲

عنوان : (کمانش) ستون ها

هدف :

محاسبه حداکثر نیروی فشاری محوری و ترسیم نمودار اویلر و مقایسه تئوری و تجربی آن

استاد : دکتر عزیزی

اعضای گروه:

محسن مروتی

علی پارسی

میلاد روان

محمد ورمزیاری

علیرضا کریمی

محمد رحیمی نژاد

جواد زارعی

تاریخ انجام آزمایش :۱۳۹۲/۱۲/۱۷ و ساعت:۱۳:۳۰

تئوری آزمایش:

ستون ها و تیر ها هرگاه تحت نیروی فشاری محوری قرار میگیرند در بعضی موارد رفتار بسیار مهمی به نام کمانش را از خود نشان میدهند و می دانیم که نیروی فشاری که یک ستون میتواند تحمل کند که از حالت الاستیک خارج نشود و به دوسر تیر ها متفاوت است.

ما در این آزمایش تنها به بررسی چهار ستون با جنس های متفاوت و دو سر گیردار می پردازیم

ستون ها تحت بار بیشتر از تحمل خود دچار کمانش می شوند که این کمانش و بررسی آن و میزان تنش به وجود آمده در آن و تنش بحرانی توسط تئوری اویلر مورد بررسی قرار میگیرد بر طبق این تئوری حداکثر بار قابل تحمل برای ستون ها به معادله زیراست و اینگونه محاسبه خواهد شد ، البته معادله زیر برای ستون های دو سر گیر دار است که مقدار طولی از میله که در کمانش شرکت میکند نصف طول اصلی میله است :

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 * E * I}{0.5L} \quad (1-2)$$ بار بحرانی

سپس با تقسیم بار بحرانی بر سطح مقطع ستون مورد نظر تنش نهایی ستون بدست خواهد آمد :

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} \quad (2-2)$$ تنش بحرانی

که با قرار دادن تمام مولفه های بار بحرانی فرمولی به دست می آید که ویژگی های از ستون را بر اساس تئوری اویلر برای ما بیان میکند که فرمول زیر برای محاسبه ستون هایی با ویژگی رفتاری لاغر است:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 * E}{(\frac{l_e}{r})} \rightarrow r = \sqrt{\frac{I}{A}} \rightarrow l_e = 0.5\,L \quad (3-2)$$

$$\frac{l_e}{r} = \lambda \quad (4-2)$$

که معادله $(4-2)$ مشخص کننده چاقی یا لاغری ستون است که بر اساس ویژگی هر کدام از ستون ها به محاسبه تنش های بحرانی ها خواهیم پرداخت .

از مقایسه λ به دست آمده در حالت تجربی با λ_c که بیانگر این ویژگی ستون در حالت تئوری است به چاق یا لاعر بودن ستون پی خواهیم برد بر اساس قضایای زیر:

$$\lambda_{\text{تجربی}} = \frac{l_e}{r} = \frac{k * l}{r} \rightarrow r = \sqrt{\frac{I}{A}} \qquad (5-2)$$

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{2 * \pi^2 * E}{\sigma_Y}} \qquad (6-2) \qquad \text{لاغری بحرانی}$$

که بر اساس تئوری اویلر :

$$\text{If} \quad \lambda_c > \lambda_{\text{تجربی}} \rightarrow \text{ستون چاق است} \rightarrow \sigma_{cr} = \left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_{\text{تجربی}}}{\lambda_c}\right)^2\right] * \sigma_Y \quad (7-2)$$

$$\text{And if} \quad \lambda_c < \lambda_{\text{تجربی}} \rightarrow \text{ستون لاغر است} \rightarrow \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (8-2)$$

و بعد محاسبه و بدست آوردن تنش ها و ضریب های لاغری و بحرانی حاصل آزمایش ها و مقایسه آنها با حالت تئوری ، رسم منحنی اویلر .

شرح آزمایش:

وسایل مورد نیاز آزمایش:

۱- دستگاه اعمال فشار هیدرولیکی (پمپاژ سیال) که از نوع کنترل دستی است و دارای دو سر تکیه گاه میباشد

۲- ساعت اندازه گیری که به وسط میله مورد نظر آزمایش وصل میکنیم که تغییرات جابجایی را اندازه گیری کند

۳- چهارمیله (ستون) فلزی با جنس های مشخص

۴- وسایل اندازه گیری برای مشخص نمودن ابعاد میله (ستون)

آزمایش به صورت زیر انجام خواهد گرفت که یکی از ستون ها را در دستگاه قرار داده و دوسر آن به وسایل تعبیه شده وصل میکنیم که همچون دو تکیه گاه گیر دار عمل خواهند کرد و بعد اعمال فشار را آغاز میکنیم و طی مراحلی به صورت منظم ۵۰ نیوتن بر اساس عقربه اعمال فشار دستگاه به ستون وارد میکنیم و این اعمال فشار منظم را ادامه خواهیم داد تا مرحله ای که مشاهده خواهد شد بدون اعمال فشار همچنان تغییر حابجایی یا خیز درحال افزایش است ، یعنی خیز به مرور زمان تحت بار ثابت افزایش میابد که به این بار ثابت ، بار بحرانی میگویند.

یا اینکه بعد از برداشت اطلاعات از آزمایش بالا نمودار بار (فشار)-تغییرات جابجایی را بنویسیم و از طریق نمودار بار بحرانی را بدست آوریم

سپس نوسط این بار بحرانی و اطلاعات دیگر تنش بحرانی را بدست می آوریم و این ماحصل تجربی را با تئوری آن خواهیم سنجید .

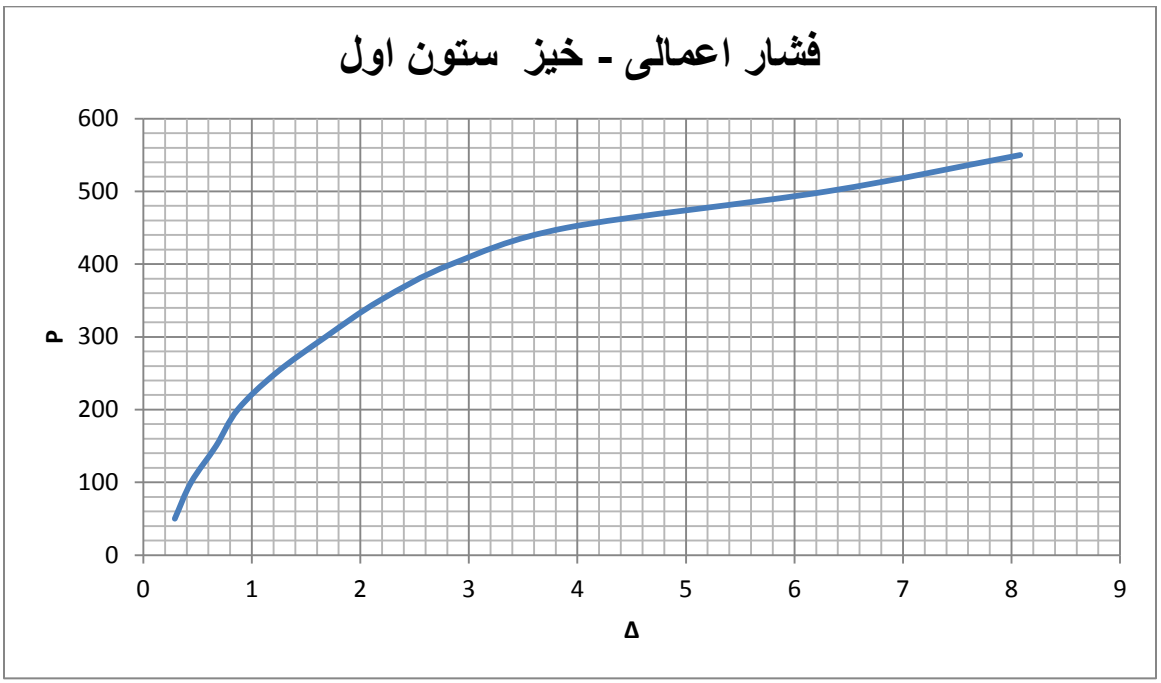
ثبت داده ها و رسم نمودار:

- ستون شماره یک

فولاد نازک به ابعاد ۷۵۰*۱۹,۱*۳,۵ بر حسب میلی متر

از نمودار زیر بدست می آید که فشار بحرانی آن در حدود ۵۵۰ نیوتن میباشد که در بخش محاسبات ، موارد مورد نیاز را بدست می آوریم

$P_{(n)}$	$\Delta_{mm} * 10^{-2}$
50	29
100	44
150	67
200	87
250	122
300	168
350	218
400	284
450	390
500	630
550	808

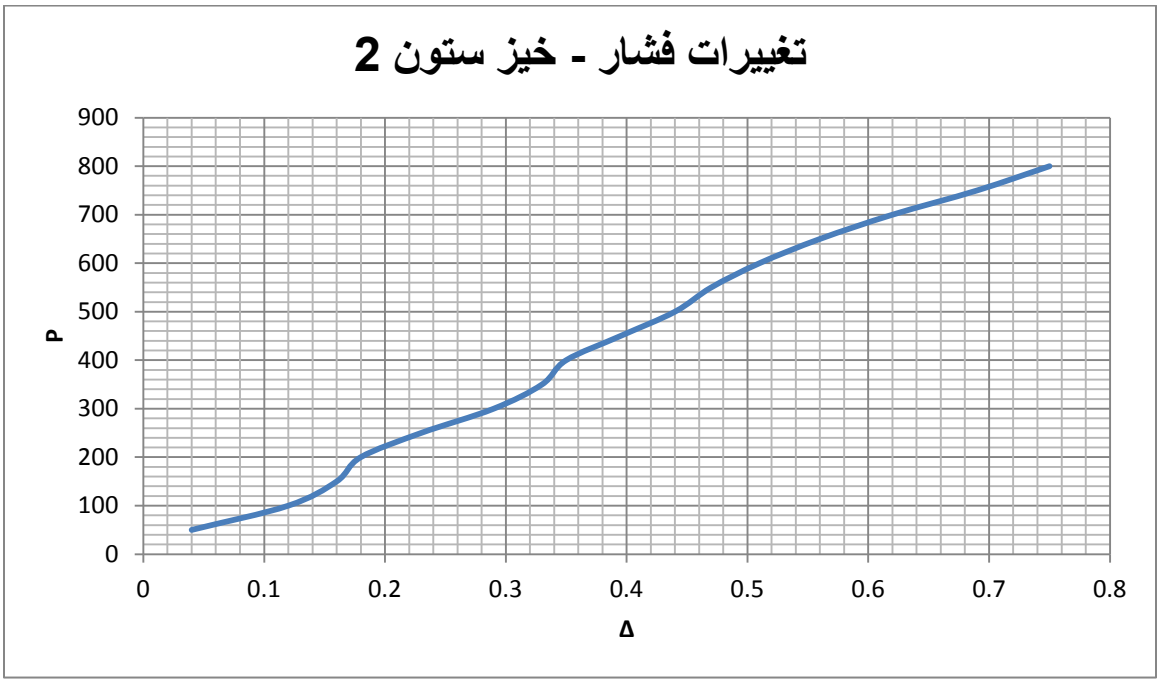


- ستون شماره دوم

فولاد بزرگ به ابعاد ۷۵۰*۱۶*۵ بر حسب میلی متر

فشار بحرانی ۸۰۰ نیوتن

$P_{(n)}$	$\Delta_{mm} * 10^{-2}$
50	4
100	12
150	16
200	18
250	23
300	29
350	33
400	35
450	39.5
500	44
550	47
600	51
650	56
700	62
750	69
800	75

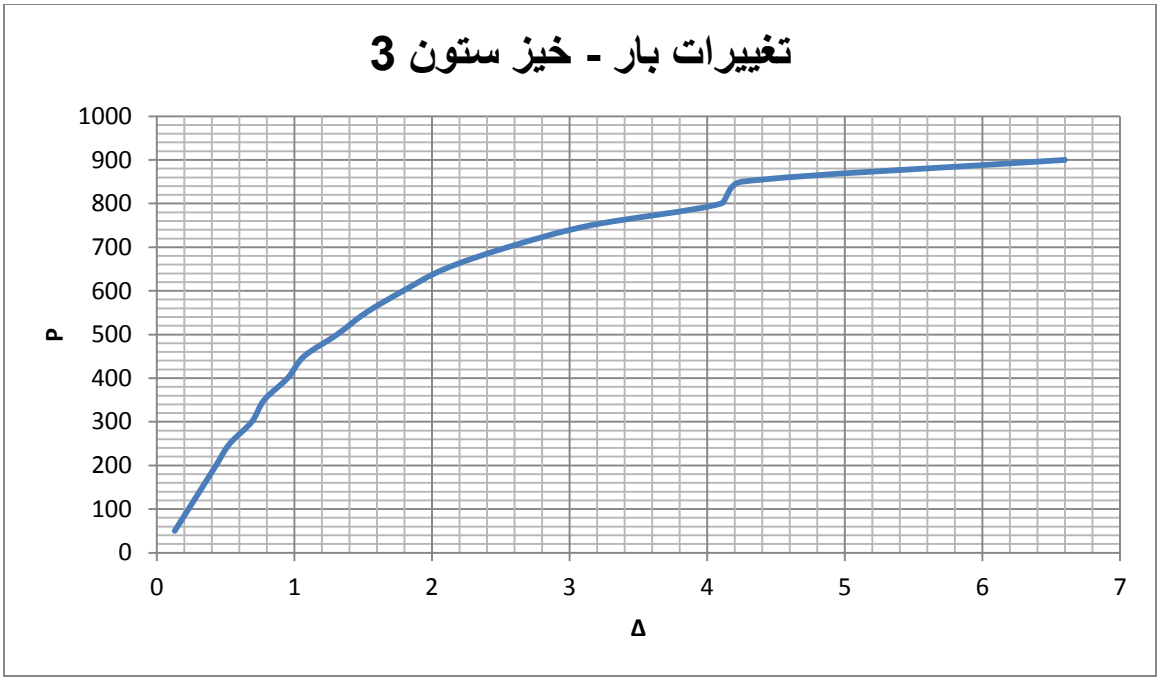


- ستون شماره سوم

آلمینیومی به ابعاد ۷۵۰*۱۹,۲*۵ بر حسب میلی متر

بار بحرانی ۹۰۰ نیوتن

$P_{(n)}$	$\Delta_{mm} * 10^{-2}$
50	0.13
100	0.23
150	0.33
200	0.43
250	0.53
300	0.69
350	0.78
400	0.95
450	1.07
500	1.31
550	1.52
600	1.79
650	2.09
700	2.55
750	3.15
800	4.10
850	4.25
900	6.6

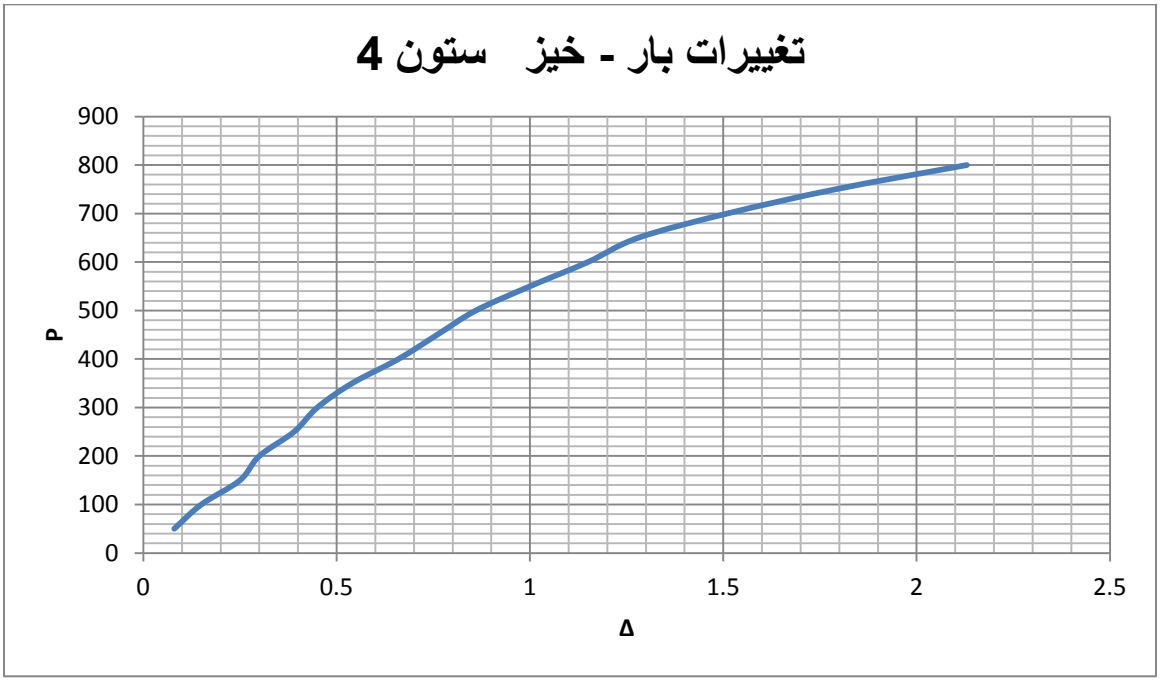


- ستون شماره چهارم

برنجی به ابعاد ۷۵۰*۱۹*۴,۷ برحسب میلی متر

بار بحرانی ۸۰۰ نیوتن

$P_{(n)}$	$\Delta_{mm} * 10^{-2}$
50	8
100	15
150	25
200	30
250	39
300	45
350	54
400	66
450	76
500	86
550	100
600	115
650	128
700	151
750	179
800	213



محاسبات :

برای هر کدام از ستون ها در دو حالت تئوری و تجربی به محاسبه تنش های بحرانی و ضریب های لاغری خواهیم پرداخت

- ستون شماره یک به سطح مقطع ۱۹,۱ * ۳,۵

فولاد نازک – تئوری

$$E = 210\ Gpa = 21 * 10^4 \frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_{yeild} = 2400 \quad , \quad \lambda_c = 128 \quad , \quad A = 19.1 * 3.5 = 66.85$$

$$I = \frac{1}{12} * b * h^3 = \frac{1}{12} * 19.1 * 3.5^3 = 68.2427\ mm^4$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_e^2} = \frac{\pi^2 * 21 * 10^4 * 68.2427}{(\frac{750}{2})^2} = 1005.8\ N$$

$$\lambda = \frac{l_e}{r} \rightarrow r = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{68.2427}{66.85}} = 1.0103 \rightarrow \lambda = \frac{375}{1.0103} = 371.15 \ \rightarrow \lambda_c > \lambda$$

$\rightarrow$ ستون لاغر است

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 * 21 * 10^4}{371.15^2} = 15.04\ \frac{N}{mm^2}$$

تجربی:

$$P_{cr} = 550\ N$$

$$A = 66.85$$

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} \rightarrow \ \sigma_{cr} = \frac{550}{66.85} = 8.23 \frac{N}{mm^2}$$

- ستون شماره دوم به سطح مقطع ۱۶* ۵

فولاد بزرگ – تئوری

$$I = \frac{1}{12} * b * h^3 = \frac{1}{12} * 16 * 5^3 = 166.6\, mm^4 \quad , \quad A = 80\, mm^2 \ , \qquad \lambda_c = 128$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 * 21 * 10^4 * 166.6}{375^2} = 2455.45\, N$$

$$r = \sqrt{\frac{166.6}{80}} = 1.44 \ \rightarrow \ \lambda = \frac{l_e}{r} = \frac{375}{1.44} = 259.8 \ \rightarrow$$ ستون لاغر است

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 * 21 * 10^4}{259.8^2} = 30.7 \frac{N}{mm^2}$$

تجربی:

$$P_{cr} = 800\, N$$

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{800}{80} = 10 \frac{N}{mm^2}$$

- ستون شماره سوم به سطح مقطع ۱۹,۲*۵

آلمینیوم – تئوری

$$E = 69Gpa = 69 * 10^3 \frac{N}{mm^2} \qquad , \sigma_{yeild} = 365 \frac{N}{mm^2}$$

$$I = \frac{1}{12} bh^3 = \frac{1}{12} * 19.2 * 5^3 = 200\, mm^4 \quad , \quad A = 19.2 * 5 = 96\, mm^2$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 * 69 * 10^3 * 200}{375^2} = 968.5$$

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{\sigma_{yeild}}} = \sqrt{\frac{2 * \pi^2 * 69 * 10^3}{365}} = 61.08$$

$\lambda = \frac{l_e}{r} \rightarrow r = 1.443 \rightarrow \lambda = \frac{375}{1.443} = 259 \rightarrow \lambda > \lambda_c \rightarrow$ ستون لاغر است

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 * 69 * 10^3}{259^2} = 10.15 \frac{N}{mm^2}$$

تجربی:

$$P_{cr} = 900\ N$$

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{900}{96} = 9.375 \frac{N}{mm^2}$$

- ستون شماره چهارم به ابعاد ۱۹*۴,۷

برنجی – تئوری:

$$E = 100Gpa = 10^5 \frac{N}{mm^2} \quad , \quad \sigma_{yeild} = 1158 \frac{N}{mm^2} \quad ,$$

$$I = \frac{1}{12} bh^3 = \frac{1}{12} * 19 * 4.7^3 = 164.38\ mm^4 \quad , \quad A = 19 * 4.7 = 89.3$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 * 10^5 * 164.38}{375^2} = 1153.68\ N$$

$$\lambda = \frac{l_e}{r} \rightarrow r = 1.3 \rightarrow \lambda = \frac{375}{1.3} = 276.3$$

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{\sigma_y}} = \sqrt{\frac{2 * \pi^2 * 10^5}{1158}} = 41.2658 \rightarrow \lambda_c < \lambda \rightarrow$$ ستون لاغر است

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 * 10^5}{276.3^2} = 12.91 \frac{N}{mm^2}$$

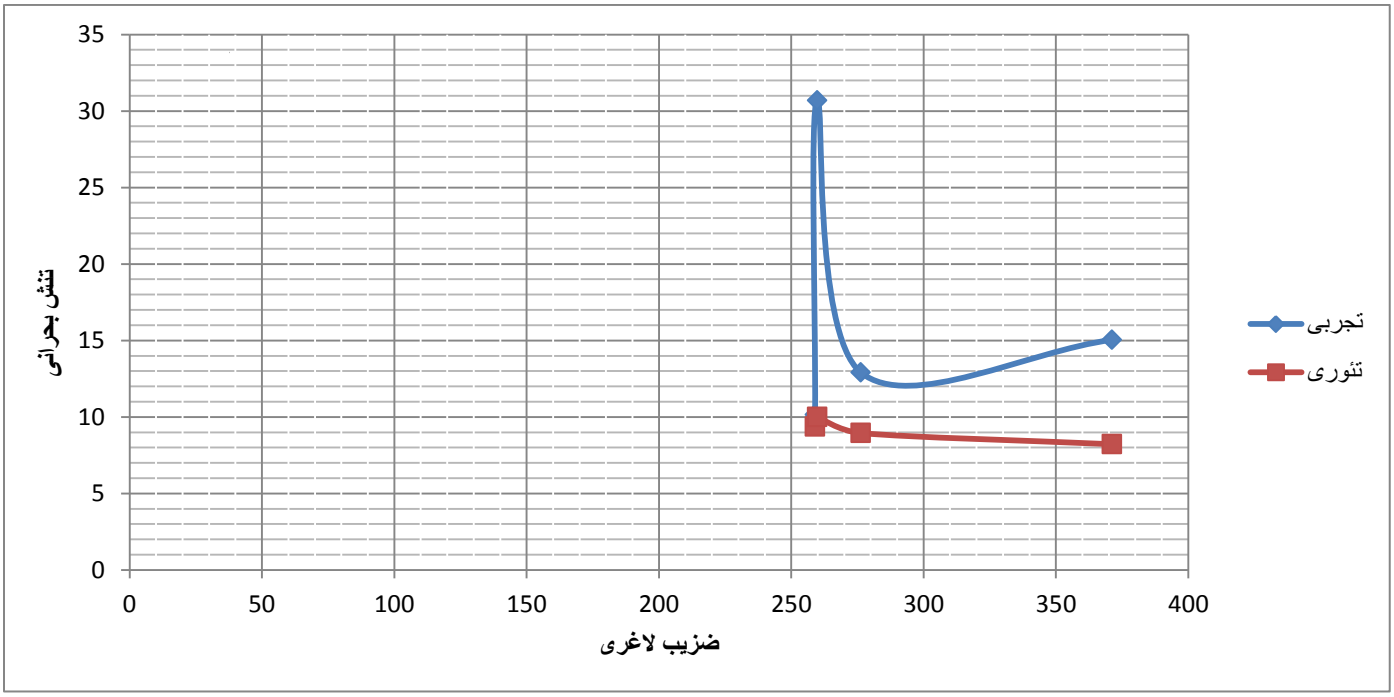
تجربی:

$$P_{cr} = 800\ N$$

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{800}{89.3} = 8.95 \frac{N}{mm^2}$$

حال به مقایسه تنش های بحرانی بدست آمده در آزمایش با حالت تئوری در منحنی اویلر خواهیم پرداخت

بر اساس اطلاعات بدست آمده منحنی اویلر به شکل و اطلاعات زیر است:



جمع بندی و نتیجه گیری:

همانطور که انتظار میرفت اعداد تجربی که در منحنی اویلر قسمت قبل ترسیم شد در قسمت تحتانی منحنی اعداد تئوری قرار گرفت که نشان از خطاهایی است که اطلاعات به دست آمده را در آزمایش تحت الشعاع قرار داده است ، در این آزمایش استنباط شد که چگونگی کار با ستون ها و تحلیل رفتار های ستون با جنس های مختلف با دوسر تکیه گاه و تشخیص چاق یا لاغری ستون ها و در صورت نداشتن ضریب لاغری چگونه آن را بر اساس تنش تسلیم به دست آوریم .

اما خطاهایی که آزمایش را تحت الشعاع قرار دادند به شرح ذیل هستند ، البته وجود خطاهای بسیار زیاد در آزمایش با مقایسه اطلاعات تئوری و تجربی کاملا هویداست:

۱- عدم مهارت در خواندن ساعت اندازه گیری و نداشتن بازه زمانی مناسب در خواندن مقدار نشان داده شده
۲- خطا در اعمال فشار هیدرولیکی دستگاه در حد ۵ الی ۱۵ نیوتن
۳- خطای ثابت وسایل اندازه گیری در اندازه گیری سطح مقطع ها