

تکلیف ریاضی - مرتبه اول

مسئله 1

حیث: عبارات معادله را باز کنید:

$(x+y+z)(x-y-z)$, $(x^2-y+z)(x^2+y-z)$, $(a-x)^2 [ax^2+bx+c]^2$, $(1+a^3)^2 \cdot (a^2+1)$

عبارت های زیر را تجزیه کنید:

$(2x^2 + 4x^2 + x + 2)$, $(1x^3 + 120)$, $(1 + \frac{1}{x})^2 - (1 - \frac{1}{x})^2$, $x^{-3/2} + 2x^{-1/2} + x^{1/2}$

دنباله ها: پاسخ را درست آورید:

$a_0 + a_0 b^r + a_0 b^{2r} + \dots + a_0 b^{kr} =$

$1 + e^r + e^{2r} + \dots + e^{(k-1)r} =$

در مرحله دوم در سوال سینه و سینه به همین دنباله های بر سر خودید:

معادلات و نامعادلات: از دروازه هم باید بزنیم هم باید یادداشت!

$\frac{x+5}{x-2} = \frac{5}{2x+2} + \frac{2x}{x^2-4}$

$\frac{x}{2x+7} - \frac{x+1}{x+3} = 1$

$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+2} = \frac{5}{x}$

$\sqrt{x^2+2x-1} = 5x+9$

$\sqrt{\sqrt{x-5} + x} = 5$

$\sqrt{-x^2+4x-5} = x-1$

نامعادلات:

$\frac{x+2}{x+3} < \frac{x-1}{x-2}$

$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} \leq 0$

$1 + \frac{2}{x+1} \leq \frac{2}{x}$

$\frac{x^2+x+2}{x^2-5x+4} \leq 0$

$x^2 - 5x^2 + 4 \geq 0$

$\sqrt{15-x^2-2} \geq 0$

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$(a^m)^n = a^{mn}$

توجه: به عنوان سوال ها زیر را بنویسید:

$(ab)^n = a^n b^n$

$\frac{(2x^2)^2 (2x^2)}{(x^2)^4}$

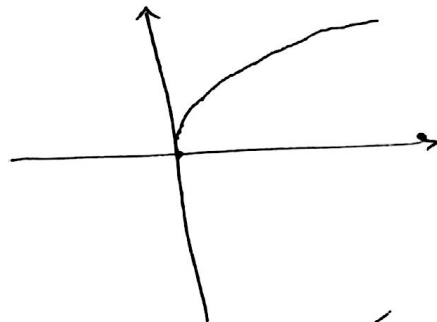
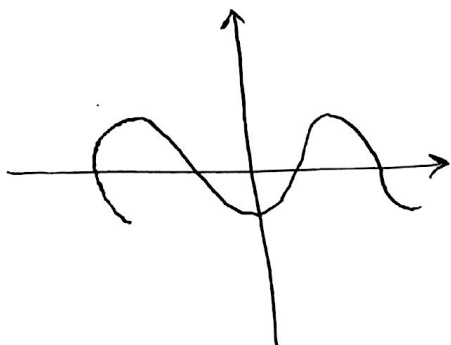
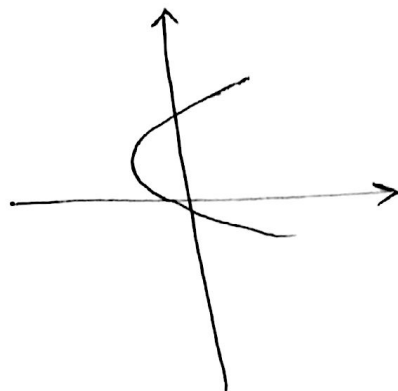
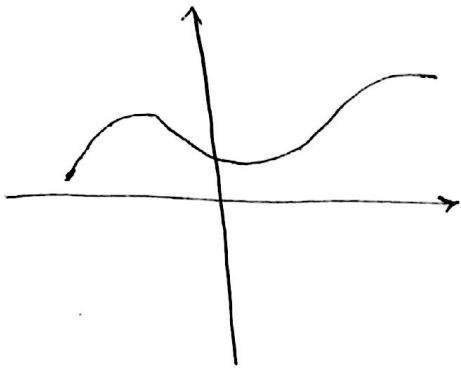
$(\frac{c^2 d^2}{c d^2}) (\frac{d^2}{c^2})^2$

$\frac{(4y^2)^2}{2y^5}$

$\frac{(xy)^{-2}}{x^2 y^2 z^{-2}}$

$(\frac{2a^{-2}}{f b^{-1/2}})^{-5/2}$

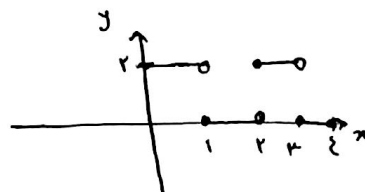
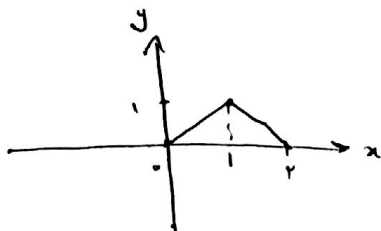
کدام یک از شکل‌ها زیر تابع اند؟



نمودار توابع حیدضابطای زیر را رسم کنید

$$g(x) = \begin{cases} 1-x, & 0 < x < 1 \\ 2-x, & 1 < x < 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 3-x, & x \leq 1 \\ 2x, & x > 1 \end{cases}$$



نمودار هر یک از توابع زیر را بنویسید:

دارای توابع زیر را مشخص کنید.

$$\sqrt{\frac{1}{x}-1}, \quad \sqrt{2-\sqrt{x}}, \quad \sqrt{-x^2+5x+4}, \quad \frac{1}{(x-1)(x+2)}$$

$$\sqrt{x^2}, \quad 3x-4, \quad 5x^2+3, \quad \sqrt{x}, \quad \sqrt{x^2}$$

$$x^0 - \sqrt{x}, \quad \sqrt{\sqrt{x^2+5}}, \quad 5x^2+4x, \quad \sqrt{x^5+3x^2}$$

فردج یا مزدج بودن توابع زیر را تعیین کنید.

به نام خدا

در ریاضیات

تمرین ؛ مثلثات (۱)

۱. الف) اگر $\sin \alpha = \frac{2}{5}$ و انتهای کمان α در ربع دوم باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی α را حساب کنید.

ب) اگر $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ و انتهای کمان α در ربع چهارم باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی α را حساب کنید.

ج) اگر $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ و انتهای کمان α در ربع اول باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی α را حساب کنید.

د) اگر $\cot \alpha = \frac{2}{8}$ و انتهای کمان α در ربع سوم باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی α را حساب کنید.

۲. الف) اگر $45^\circ \leq \theta \leq 150^\circ$ ، حدود $\sin \theta$ و $\cos \theta$ را حساب کنید.

ب) اگر $-45^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ ، حدود $\tan \theta$ و $\cot \theta$ را حساب کنید.

۳. در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، اگر $\angle A = 90^\circ$ ، $BC = 6 \text{ cm}$ و $\cos \angle C = \frac{2}{3}$ ، طول اضلاع مثلث

و نسبت‌های مثلثاتی زوایای حاده مثلث را به دست آورید.

۴. در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، اگر $\angle A = 90^\circ$ ، $AB = 3 \text{ cm}$ و $\tan \angle C = 5$ ، طول اضلاع مثلث

و نسبت‌های مثلثاتی زوایای حاده مثلث را به دست آورید.

۵. اتحادهای مثلثاتی زیر را ثابت کنید.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x \quad \text{الف)}$$

$$\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x \quad \text{ب)}$$

$$\sin^4 x - \cos^4 x = (\sqrt{2} \sin x - 1)(\sqrt{2} \sin x + 1) \quad \text{ج)}$$

$$\sin^2 x - \cos^2 x = (\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cos x) \quad \text{د)}$$

$$\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{2 \cos^2 x - 1}{\sin^2 x \cos^2 x} \quad \text{ه)}$$

$$(\tan \alpha + \cot \alpha - 2)(\tan \alpha + \cot \alpha + 2) = (\tan \alpha - \cot \alpha)^2 \quad \text{و)}$$

$$\tan x + \frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{1}{\cos x} \quad \text{ز)}$$

$$\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} + \frac{2 \cos^2 x - 1}{\cos^2 x (1 - \tan^2 x)} = \frac{2 \tan x}{\tan x - 1} \quad \text{ح)}$$

$$(x \sin \theta - y \cos \theta)^2 + (x \cos \theta + y \sin \theta)^2 = x^2 + y^2 \quad \text{ط)}$$

$$(r \sin \theta \cos \phi)^2 + (r \sin \theta \sin \phi)^2 + (r \cos \theta)^2 = r^2 \quad \text{ی)}$$

۶. نشان دهید عبارتهای زیر مستقل از x اند و مقدار عددی هر یک را به دست آورید.

$$\frac{\sin^2 x + \cos^2 x - 1}{\sin^6 x + \cos^6 x - 1} \quad (\text{ب}) \quad \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} + \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} \quad (\text{الف})$$

$$\sin^4 x + \cos^4 x + 2 \sin^2 x \cos^2 x (2 - \sin^2 x \cos^2 x) \quad (\text{ج})$$

۷. الف) اگر $\sin x \cdot \cos x = -\frac{1}{4}$ مقدار عددی عبارت $\sin x - \cos x$ چه قدر است؟

ب) اگر $\cot x = -\frac{1}{4}$ مقدار عددی عبارت زیر را حساب کنید.

$$\frac{2 \cos x - 3 \sin x}{2 \sin x + 5 \cos x}$$

۸. ثابت کنید مقدار عبارت زیر به k بستگی ندارد.

$$\frac{1 - \cos x + k \sin x}{\sin x + k(1 + \cos x)}$$

۹. اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$\sin 1^{\text{rad}}; \quad \sin 2^{\text{rad}}; \quad \sin 3^{\text{rad}}; \quad \sin 4^{\text{rad}}; \quad \sin 5^{\text{rad}}; \quad \sin 6^{\text{rad}}$$

۱۰. اعداد a, b, c را طوری تعیین کنید که تساوی زیر یک اتحاد باشد.

$$(a \sin x + b \cos x + c)(\sin x + \cos x - 1) = \sin x \cdot \cos x$$

۱۱. معین کنید برای این که تساوی زیر برقرار باشد انتهای کمان روبه رو به زاویه x باید در کدام ناحیه از دایره مثلثاتی

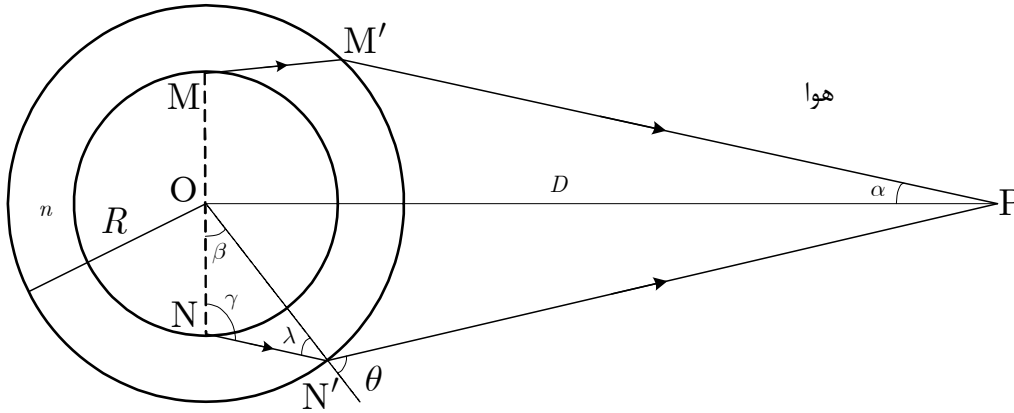
قرار داشته باشد.

$$\tan x + \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}} = \frac{1}{\cos x}$$

۱۲. اگر $a \sin^2 \theta - b \cos^2 \theta = a - b$ ثابت کنید

$$b \sin^2 \theta + a \cos^2 \theta = \frac{ab}{a + b}$$

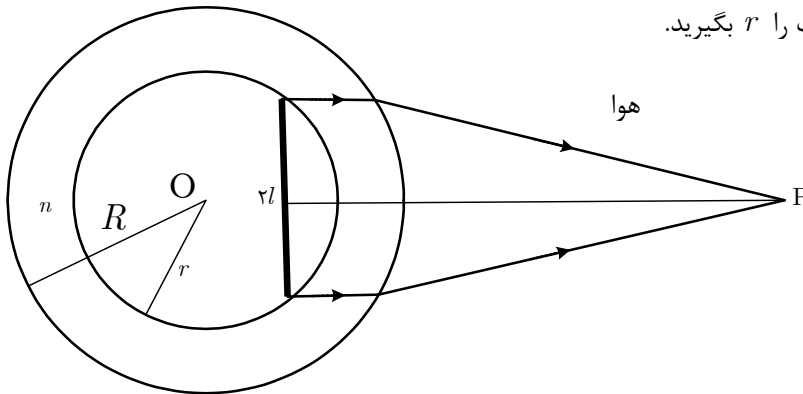
۷) یک ظرف شیشه‌ای استوانه‌ای که مقطع آن در شکل نشان داده شده است دارای شعاع خارجی R و ضریب شکست n است و در هوا با ضریب شکست یک قرار دارد. ناظری که از نقطه‌ی P به فاصله‌ی D از محور ظرف استوانه‌ای به آن نگاه می‌کند به دلیل شکست نوری که از دو سر قطر داخلی MN هنگام عبور از نقاط M' و N' اتفاق می‌افتد استوانه داخلی را تحت زاویه‌ی 2α می‌بیند. زاویه‌های β ، γ ، λ و θ نیز در شکل نشان داده شده است.



الف) کمیت‌های $\sin \theta$ و $\sin \lambda$ ، $\sin \gamma$ ، $\sin \beta$ را بر حسب D ، R ، n و α به دست آورید.

ب) قطر واقعی داخلی ظرف را بر حسب D ، R ، n و سینوس زاویه‌های مشخص شده در شکل به دست آورید.

اکنون فرض کنید داخل این ظرف استوانه‌ای، میله‌ای به طول $2l$ درست در کنار دیواره قرار دارد و ناظری در نقطه‌ی P مطابق شکل به آن نگاه می‌کند. از این پس شعاع داخلی ظرف را r بگیرید.



پ) چشم ناظر در چه فاصله‌ای از محور استوانه قرار داشته باشد تا پرتوهایی که از دو سر میله به طور موازی خارج می‌شود را دریافت کند.