

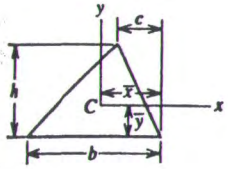
۳- مثلث ( مبدأ مختصات در مرکز سطح )

$$A = \frac{bh}{2} \text{ و } \bar{x} = \frac{b+c}{3} \text{ و } \bar{y} = \frac{h}{3}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{36} \text{ و } I_y = \frac{bh}{36} (b^2 - bc + c^2)$$

$$I_{xy} = \frac{bh^2}{72} (b - 2c) \text{ و}$$

$$J = \frac{bh}{36} (h^2 + b^2 - bc + c^2)$$



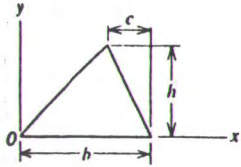
۴- مثلث ( مبدأ مختصات در یک راس و محور x مطابق

بر قاعده مثلث )

$$I_x = \frac{bh^3}{12} \text{ و } I_y = \frac{bh}{12} (3b^2 - 3bc + c^2)$$

$$I_{xy} = \frac{bh^2}{24} (3b - 2c) \text{ و}$$

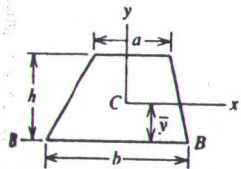
$$J = \frac{bh}{12} (h^2 + 3b^2 - 3bc + c^2)$$



۵- ذوزنقه ( مبدأ در مرکز سطح )

$$A = \frac{h(a+b)}{2} \text{ و } \bar{y} = \frac{h(2a+b)}{3(a+b)}$$

$$I_x = \frac{h^3(a^2 + 2ab + b^2)}{36(a+b)} \text{ و } I_{BB} = \frac{h^3(2a+b)}{12}$$

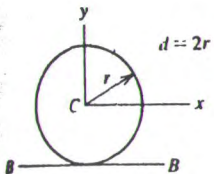


۶- دایره ( مبدأ مختصات در مرکز دایره )

$$A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4} \text{ و } I_x = I_y = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$I_{xy} = 0 \text{ و } J = \frac{\pi r^4}{2} = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$I_{BB} = \frac{5\pi r^4}{4} = \frac{5\pi d^4}{64}$$



## پیوست ب

### خواص سطوح مستوی

یادداشت علامتها:

$$\bar{x} \text{ و } \bar{y} = \text{فاصله‌های مرکز سطح C از محورها}$$

$$A = \text{سطح}$$

$$I_x \text{ و } I_y = \text{مان اینرسی سطح نسبت به محوره‌های x و y}$$

$$I_{xy} = \text{مان سانتیریفور یا حاصل ضرب اینرسی نسبت به محوره‌های x و y}$$

$$J = I_x + I_y = \text{مان اینرسی قطبی سطح}$$

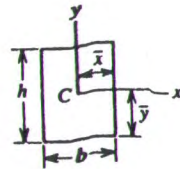
$$I_{BB} = \text{مان اینرسی سطح نسبت به محور دلخواه B-B}$$

۱- مربع مستطیل ( با مبدأ مختصات در مرکز سطح )

$$A = bh \text{ و } \bar{x} = \frac{b}{2} \text{ و } \bar{y} = \frac{h}{2}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12} \text{ و } I_y = \frac{hb^3}{12}$$

$$I_{xy} = 0 \text{ و } J = \frac{bh}{12} (h^2 + b^2)$$

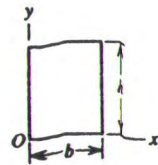


۲- مربع مستطیل ( با مبدأ مختصات در یکی از

گوشه‌های آن )

$$I_x = \frac{bh^3}{3} \text{ و } I_y = \frac{hb^3}{3}$$

$$I_{xy} = \frac{b^2h^2}{4} \text{ و } J = \frac{bh}{3} (h^2 + b^2)$$

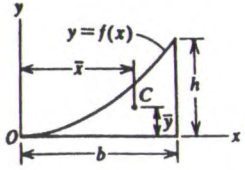


۱۱- سطح زیر سهمی  $y = kx^n$  (لچکی Spandrel)  
(مبدأ مختصات در نقطه تماس محور  $x$  با منحنی)

$$y = f(x) = \frac{h}{b^n} x^n$$

$$A = \frac{bh}{n+1} \quad \text{و} \quad \bar{x} = \frac{b(n+1)}{(n+2)}$$

$$\bar{y} = \frac{h(n+1)}{2(n+1)}$$



مثلا برای سهمی درجه دو مقادیر مزبور عبارت خواهد بود از:

$$y = f(x) = \frac{hx^2}{b^2}$$

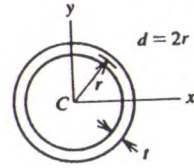
$$A = \frac{bh}{3} \quad \text{و} \quad \bar{x} = \frac{3b}{4} \quad \text{و} \quad y = f(x) = h\left(\frac{x}{b}\right)^2$$

۷- تاج دایره به ضخامت مقدار کوچک  $t$  (مبدأ مختصات

در مرکز دایره). فرمول تقریبی

$$A = 2\pi r t = \pi d t \quad \text{و} \quad I_x = I_y = \pi r^3 t = \frac{\pi d^3 t}{8}$$

$$I_{xy} = 0 \quad \text{و} \quad J = 2\pi r^3 t = \frac{\pi d^3 t}{4}$$

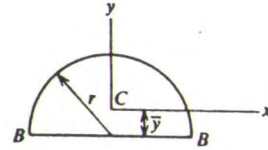


۸- نیمدایره (مبدأ مختصات در مرکز سطح)

$$A = \frac{\pi r^2}{2} \quad \text{و} \quad \bar{y} = \frac{4r}{3\pi}$$

$$I_x = \frac{(9\pi^2 - 64)r^4}{72\pi} \approx 0.1098r^4$$

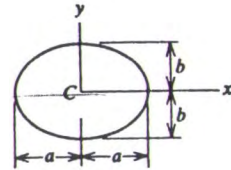
$$I_y = \frac{\pi r^4}{8} \quad \text{و} \quad I_{xy} = 0 \quad \text{و} \quad I_{BB} = \frac{\pi r^4}{8}$$



۹- بیضی (مبدأ مختصات در مرکز سطح)

$$A = \pi ab \quad \text{و} \quad I_x = \frac{\pi ab^3}{4} \quad \text{و} \quad I_y = \frac{\pi ba^3}{4}$$

$$I_{xy} = 0 \quad \text{و} \quad J = \frac{\pi ab}{4} (b^2 + a^2)$$



۱۰- سهمی (درجه  $n$ ) ( $n = 2, 3, 4, \dots$ )

$$y = f(x) = h\left(1 - \frac{x^n}{b^n}\right)$$

$$A = \frac{nbh}{n+1} \quad \text{و} \quad \bar{x} = \frac{(1+n)b}{2(n+2)} \quad \text{و} \quad \bar{y} = \frac{nh}{2(n+1)}$$

در مورد سهمی درجه دو نتیجه چنین خواهد بود.

$$y = f(x) = h\left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right)$$

$$A = \frac{2bh}{3} \quad \text{و} \quad \bar{x} = \frac{3b}{8} \quad \text{و} \quad \bar{y} = \frac{2h}{5} \quad \text{و}$$

