فصل اول
اصول اندازه گیری

Selecting the Right Instrument

- What *variable* do I want to measure?
- What *accuracy and precision* are required?
- What are the *process conditions*?
- How should the measured variable be *displayed*?
- Does the measured variable have to be *used by another device*?

فصل اول: اصول اندازه گیری

- اندازه چیست؟
  - بیان یک پدیده ، کیفیت یا ماهیت فیزیکی به صورت کمی
- اندازه گیری چیست؟
  - عمل یا حاصل مقایسه یک کمیت با یک مقدار استاندارد از پیش تعیین شده.
- مقایسه همیشه بین دو کمیت هم جنس انجام شده و معیار مورد استفاده در آن اندازه گیری واحد نامیده می شود.
- توجه : واحد با کمیت متفاوت است. نیرو یک کمیت است و واحد آن نیوتن است.
- پس : نتیجه اندازه گیری یک عدد از جنس واحد آن خواهد بود.

فصل اول: اصول اندازه گیری

واحدهای اندازه گیری (Units)

Physical quantity	*Standard unit*	*Definition*
Length	metre	The length of path travelled by light in an interval of 1/299 792 458 seconds
Mass	kilogram	The mass of a platinum–iridium cylinder kept in the International Bureau of Weights and Measures, Sèvres, Paris
Time	second	9.192631770×10^9 cycles of radiation from vaporized caesium-133 (an accuracy of 1 in 10^{12} or 1 second in 36 000 years)
Temperature		
Current		
Luminous intensity		
Matter		

فصل اول: اصول اندازه گیری

روشهای اندازه گیری

- چرا اندازه گیری کنیم؟

1. بررسی کمی و نمایش فرآیند
2. کنترل پروسه عملیات
3. آنالیز مهندسی به روش تجربی

- روش های اندازه گیری:

1. روشهای مستقیم: واحد کمیت در دسترس، عمل مقایسه مستقیما. مثل اندازه گیری با خط کش
2. روشهای غیر مستقیم: اولا همیشه روش مستقیم قابل اجرا و ممکن نیست. ثانیا گاها بسیار زمان بر است. در نتیجه به ندرت استفاده می شود. مانند دما، انرژی، رطوبت و ...

فصل اول: اصول اندازه گیری

دستگاه اندازه گیری

- دستگاه اندازه گیری Measuringg Instrument
- ورودی آن کمیت مورد سنجش، خروجی آن اندازه ی کمیت
- معمولا برای اندازه گیری از یک سیستم اندازه گیری استفاده می شود که خود ترکیبی از ابزارهای مختلفی است که اثری از کمیت مورد اندازه گیری را دریافت و با تبدیل آن به اثری دیگر به صورت قیاسی عددی برای آن کمیت تولید می کند.
- انواع دستگاه اندازه گیری:

1. مطلق : مه بر اساس تعریف واحد کمیت آن کار می کند. مثل گالوانومتر تانژانتی

- مثال : دیمانسیون شدت جریان $L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{-1/2}$ که برای اندازه گیری به صورت مطلق باید طول، جرم و زمان اندازه گیری شوند. و شاید یک روش راحتتر اندازه گیری نیرو باشد که دیمانسیون آن LMT^{-2} .

فصل اول: اصول اندازه گیری

دستگاه اندازه گیری

- دستگاه اندازه گیری Measuringg Instrument

- اندازه گیری مطلق معمولا دارای دقت بسیار بالایی است و در آزمایشگاههای اداره استاندارد کاربرد دارد و قیمت دستگاهها نیز بالا هستند.

2. دستگاه اندازه گیری ثانوی : مستقیما بر اساس کمیت مورد اندازه گیری مدرج شده و کمیت مستقیما در خروجی مشاهده می گردد. این دستگاه باید توسط یک دستگاه مطلق کالیبره شوند. مانند ولتمتر، دماسنج و ...

- انواع ثانوی : دستگاه اندازه گیری آنالوگ و دیجیتال

- دستگاه اندازه گیری تعمیم یافته : ۱- ورودی که کار آن تبدیل ورودی به سیگنال الکتریکی ۲- پردازشگر که کار آن آماده کردن سیگنال از ورودی برای خروجی است. ۳- طبقه خروجی که کار آن دریافت و نمایش سیگنال اندازه گیری شده است. مانند یک اسیلسکوپ

فصل اول: اصول اندازه گیری
مشخصات دستگاه اندازه گیری

• انواع مشخصات دستگاههای اندازه گیری : ۱- استاتیکی: این مشخصات نشان دهنده کیفیت اندازه در حالت سکون اندازه گیری هستند. ۲- دینامیکی : مشخصاتی از اندازه گیری که در طول اندازه گیری و یا دائما در حالل تغییر باشند.

• مشخصات استاتیکی :

-Accuracy یا صحت (درستی) {measurement uncertainty عدم قطعیت در اندازه گیری}

- Precision یا دقت

- Repeatability یا تکرار پذیری

- Reproducibility یا قابلیت ساخت مجدد

- Tolerance یا خطای مجاز

- Range (Span) یا محدوده

- حساسیت یا Sensitivity

فصل اول: اصول اندازه گیری
مشخصات دستگاه اندازه گیری

-Accuracy یا صحت (درستی) {measurement uncertainty عدم قطعیت در اندازه گیری}

- مفهوم : میزان نزدیک بودن مقدار خوانده شده از ابزار با مقدار واقعی کمیت اندازه گیری.

- معمولا به صورت عدم قطعیت بیان می شود.

- به عنوان مثال یک سنسور فشار دارای محدوده ۱۰-۱ بار، دارای عدم قطعیت 1.0% به صورت Full scale است در نتیجه : (Full scale یعنی نسبت به کل بازه اندازه گیری)

•بیشترین خطا در هر بار خواندن 0.1 bar

•یعنی وقتی مقدار نشان داده شده 1.0 bar بلشد مقدار خطا 10% این مقدار است.

-آیا استفاده از چنین ابزاری برای اندازه گیری مقدار فشار از 2 Bar – 1 صحیح است؟

فصل اول: اصول اندازه گیری
مشخصات دستگاه اندازه گیری

- Repeatability یا تکرار پذیری و Reproducibility قابلیت تکثیر
- تقریبا هم معنی هستند ولی کاربرد متفاوت
- مفهوم Repeatability : بیان کننده ی میزان فاصله خروجی ها با ورودی های یکسان، که به صورت پشت سر هم و با فاصله زمانی کم و با شرایط اندازه گیری کاملا یکسان، ابزار یکسان، مکان یکسان و روش اندازه گیری یکسان انجام گرفته است.
- معمولا به صورت % از FS بیان می شود:

$$\delta_r = \frac{\Delta}{\mathrm{FS}} \times 100\%.$$

- مفهوم Reproducibility : بیان کننده میزان فاصله خروجی ها با ورودی های یکسان می باشد وقتی شرایط اندازه گیری از قبیل روش، مکان، ابزار، شرایط استفاده و ... تغییر کرده باشد. (مثلا اگر با این سنسور اندازه گیری کردیم چقدر با سنسور مشابه پاسخ مشابه می گیریم. یا اگر دما ۵۰ درجه افزایش یابد آیا همین جواب بدست می آید. یا اگر سال آینده اندازه گیری کنیم چه؟)
- پس همان تکرارپذیری وقتی شرایط ... تغییر کرده باشند.

فصل اول: اصول اندازه گیری
مشخصات دستگاه اندازه گیری

-Precision یا دقت

- به تفاوت دقت و تکرارپذیری توجه فرمایید.

- مفهوم : میزان آزادی عمل ابزار نسبت به خطاهای رندم

- اگر به تعداد زیاد مقدار یک ابزار High Precision خوانده شود، محدوده ی تغییرات مقادیر خوانده شوده کوچک خواهد بود.

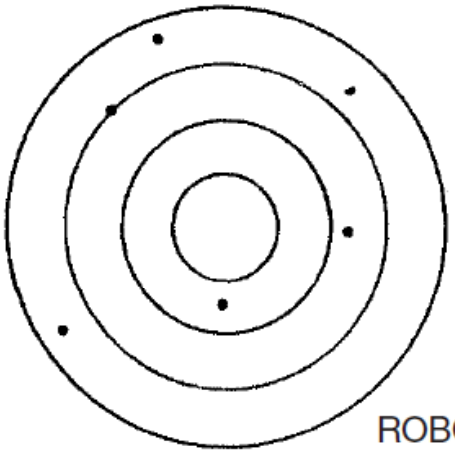
- معمولا با Accuracy اشتباه می شود !!!!

- یک دستگاه بسیار دقیق ممکن است صحت نداشته باشد.

- دستگاههای دقیق با صحت کم معمولا یک مقدار Bias در اندازه گیری دارند که با Recalibration از بین می رود.

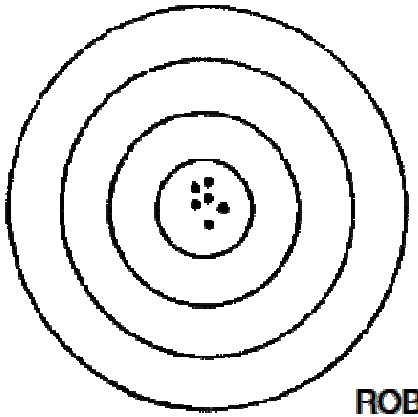
فصل اول: اصول اندازه گیری
مشخصات دستگاه اندازه گیری

- Repeatability یا تکرار پذیری و Reproducibility قابلیت تکثیر



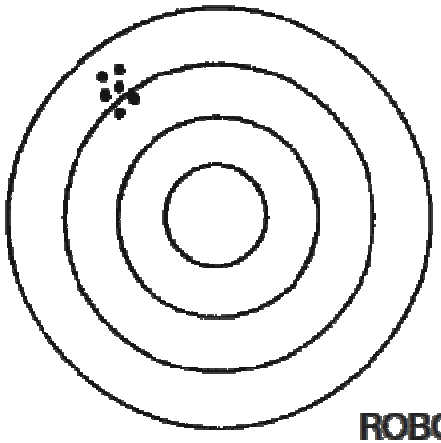
(a) Low precision, low accuracy

ROBOT 1



(c) High precision, high accuracy

ROBOT 3



(b) High precision, low accuracy

ROBOT 2

فصل اول: اصول اندازه گیری
مشخصات دستگاه اندازه گیری

Tolerance -

- مفهوم : مستقیما به مفهوم Accuracy بر میگردد و بیان گر حداکثر خطایی است که در یک مقدار انتظار داریم.

- بنابراین میزان صحت (Accuracy) یک ابزار را با Tolerance آن بیان می کنند. (اشتباها در گفتار روزمره می گویند دقت فلان ابزار x است در حالی که منظور آنها صحت است !!)

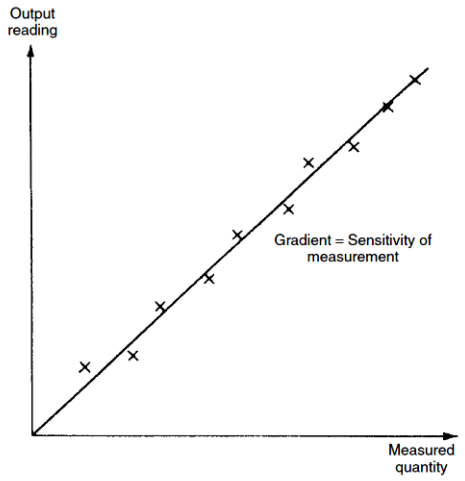
- تلرانس یک سطح ماشین کاری شده 0.001 mm

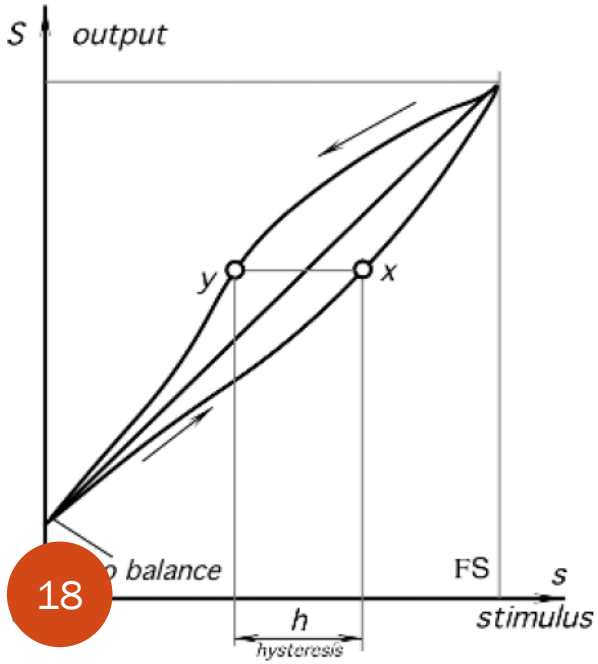
- تلرانس یک مقاوت 5% و یا 10% و یا 20% است.

-

-

فصل اول: اصول اندازه گیری
مشخصات دستگاه اندازه گیری





- Range or Span

- بیان گر حداقل و حداکثر مقدار مورد اندازه گیری

- Linearity (خطی بودن)

- در اصل به مفهوم Nonlinearity می باشد.

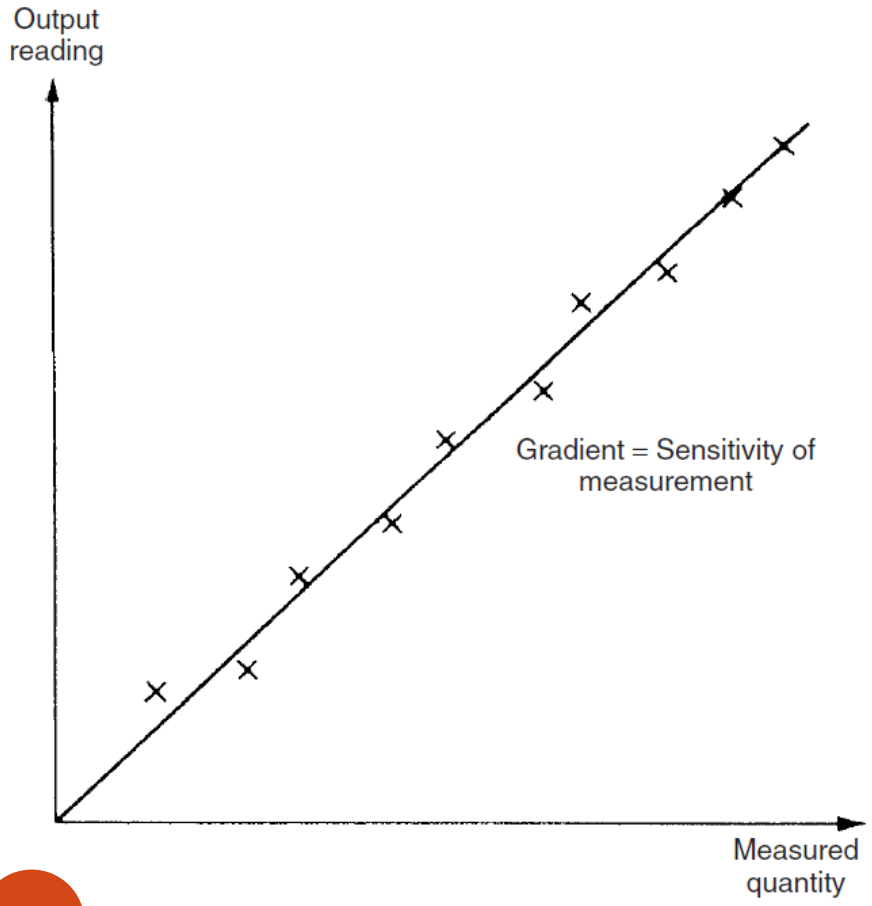
- به مفهوم تغییرات ورودی نسبت به خروجی به صورت خطی

- معمولا به صورت درصدی از محدوده بیان می شود.

- برای خطی بودن تقریبی بیان می شود که یا رابطه است و یا مقدار بیشترین فاصله است (درصد) و یا نموداری از بازه های خطی بودن است.

درصد خطی بودن = حداکثر انحراف از خط / کل بازه) x ۱۰۰

فصل اول: اصول اندازه گیری
مشخصات دستگاه اندازه گیری



-حساسیت Sensitivity

- میزان تغییرات در خروجی به ازای یک واحد تغییرات در ورودی.

-برای یک سیستم خطی : شیب خط

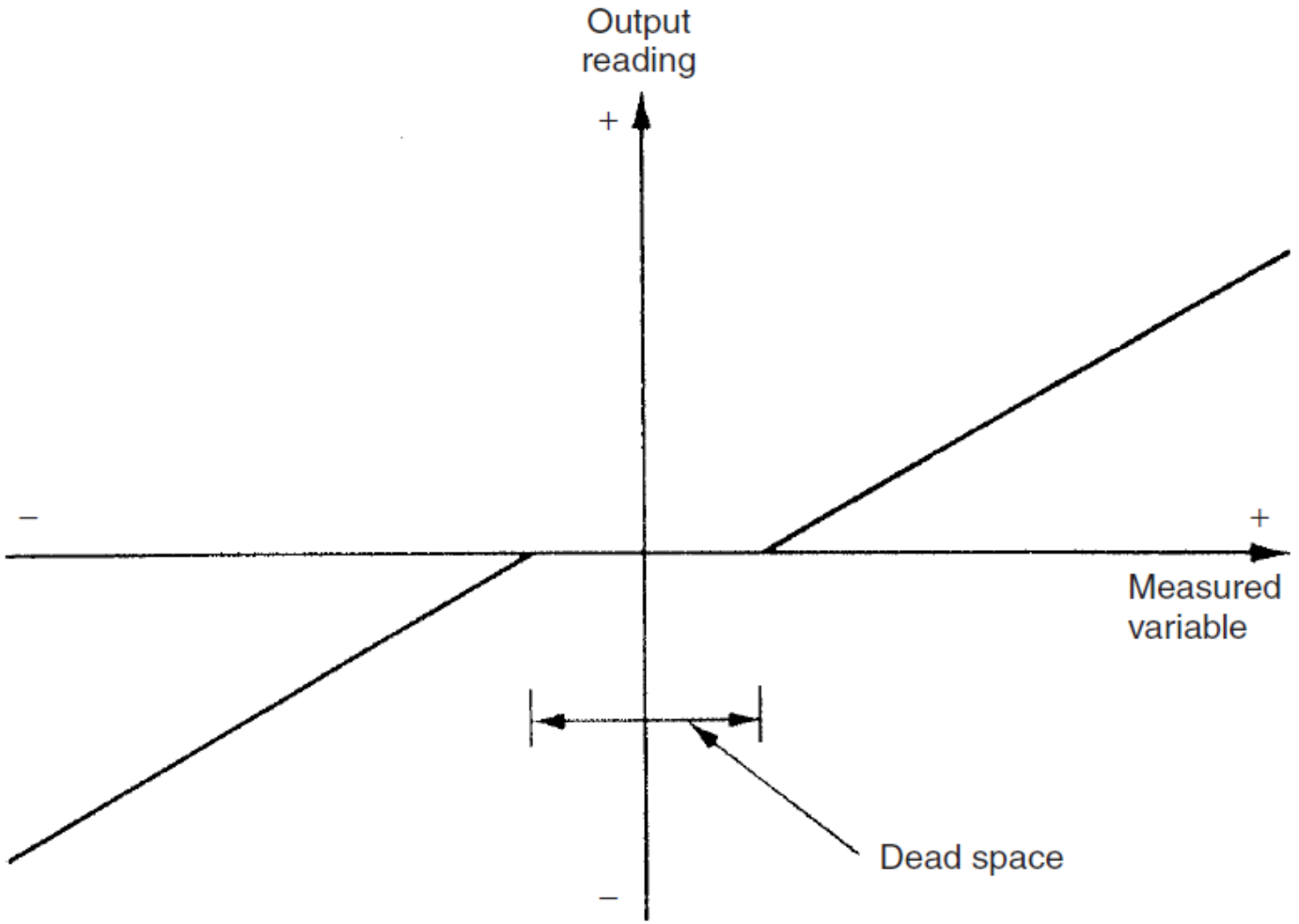
- مثال : برای یک فشارسنج، ۲ بار را ۱۰ درجه نشان می دهد: حساسیت این ابزار 5 degrees/bar (فرض انحراف صفر برای فشار صفر)

-Dead Band (Dead Space)

-رنجی که در آن سنسور به ورودی در آن ناحیه تغییر نمی کند.

فصل اول: اصول اندازه گیری

مشخصات دستگاه اندازه گیری



فصل اول: اصول اندازه گیری
مشخصات دستگاه اندازه گیری

Resolution رزولوشن

-کمترین تغییر لازم در ورودی که می تواند در خروجی مشاهده شود.

- به عنوان مثال: برای یک پتانسیومتر 0.5 درجه

- گاهی به صورت درصدی از Full scale (FS) بیان می شود.

- مثال: برای یک سنسور زاویه full scale 270 درجه که رزولوشن 0.5 درجه دارد : 0.181%

(100 * 0.5) / 270

- رزولوشن در سیستم های دیجیتال به صورت تعداد بیت دیتای خروجی که به صورت LSB (least significant bit)

– قدرت تفکیک یک مبدل A/D n بیتی ۲ به توان n است.

– خروجی دائمی (continuous) رزولوشن بینهایت دارد.

فصل اول: اصول اندازه گیری
مشخصات دستگاه اندازه گیری

-کالیبراسیون : مجموعه عملیاتی که تحت شرایط مشخص میان نشان دهی یک دستگاه یا سیستم اندازه گیری یا مقدار یک سنجه مادی یا ماده مرجع و مقدار متناظر آن که از استانداردهای اندازه گیری حاصل می شود، رابطه ای برقرار میکند.

– کالیبراسیون اجازه می دهد که میزان تصحیح لازم را نسبت به نشاندهی تعیین کنیم .

-ضرورت کالیبراسیون ؟

-کدام دستگاهها باید کالیبره شوند ؟

- اهداف اصلی کالیبراسیون؟ =< وجود اداره استاندارد

-به طور خلاصه: کالیبراسیون تعیین خطاست

-- شرایط محیطی تاثیر گذار بر کالیبراسیون

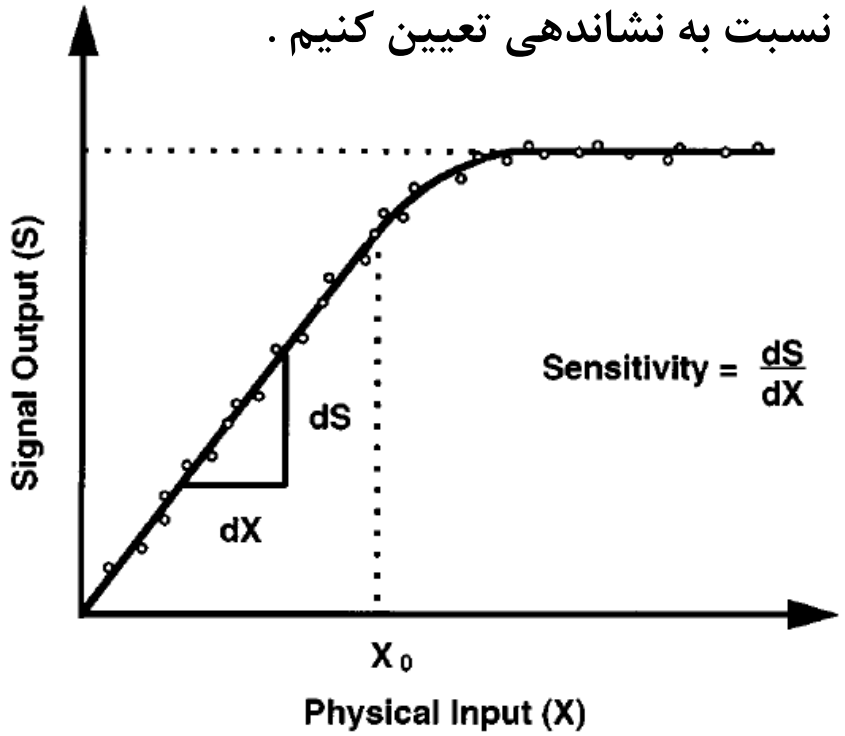


FIGURE 1.3 Calibration curve example.

فصل اول: اصول اندازه گیری
مشخصات دستگاه اندازه گیری

Hysteresis effects

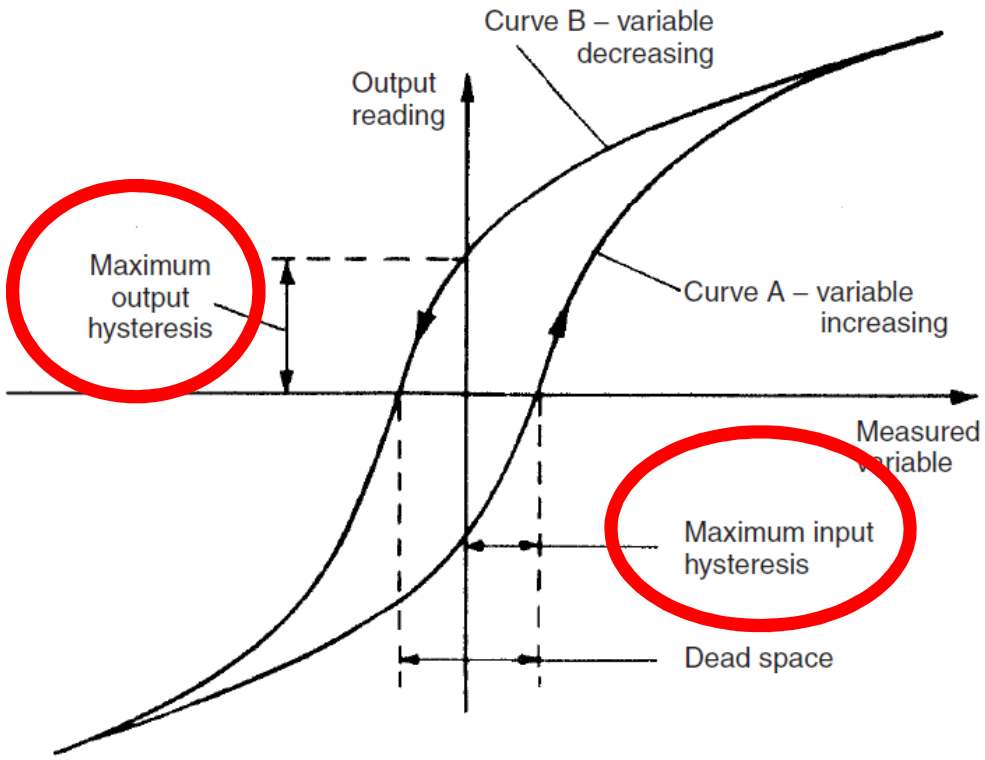


Fig. 2.8 Instrument characteristic with hysteresis.

وقتی مقدار خروجی به ازای یک ورودی ثابت تابعی از جهت رو به افزایش و یا رو به کاهش باشد، مبدل دارای هیسترزیس است.

مثال یک سنسور جابجایی وقتی از چپ به راست اندازه گیری می نماید و وقتی از راست به چپ اندازه گیری می نماید برای هر mm به ترتیب 20 و 10 میلی ولت خروجی می دهد.

فصل اول: اصول اندازه گیری
مشخصات دستگاه اندازه گیری

Hysteresis effects

-مثال ها:

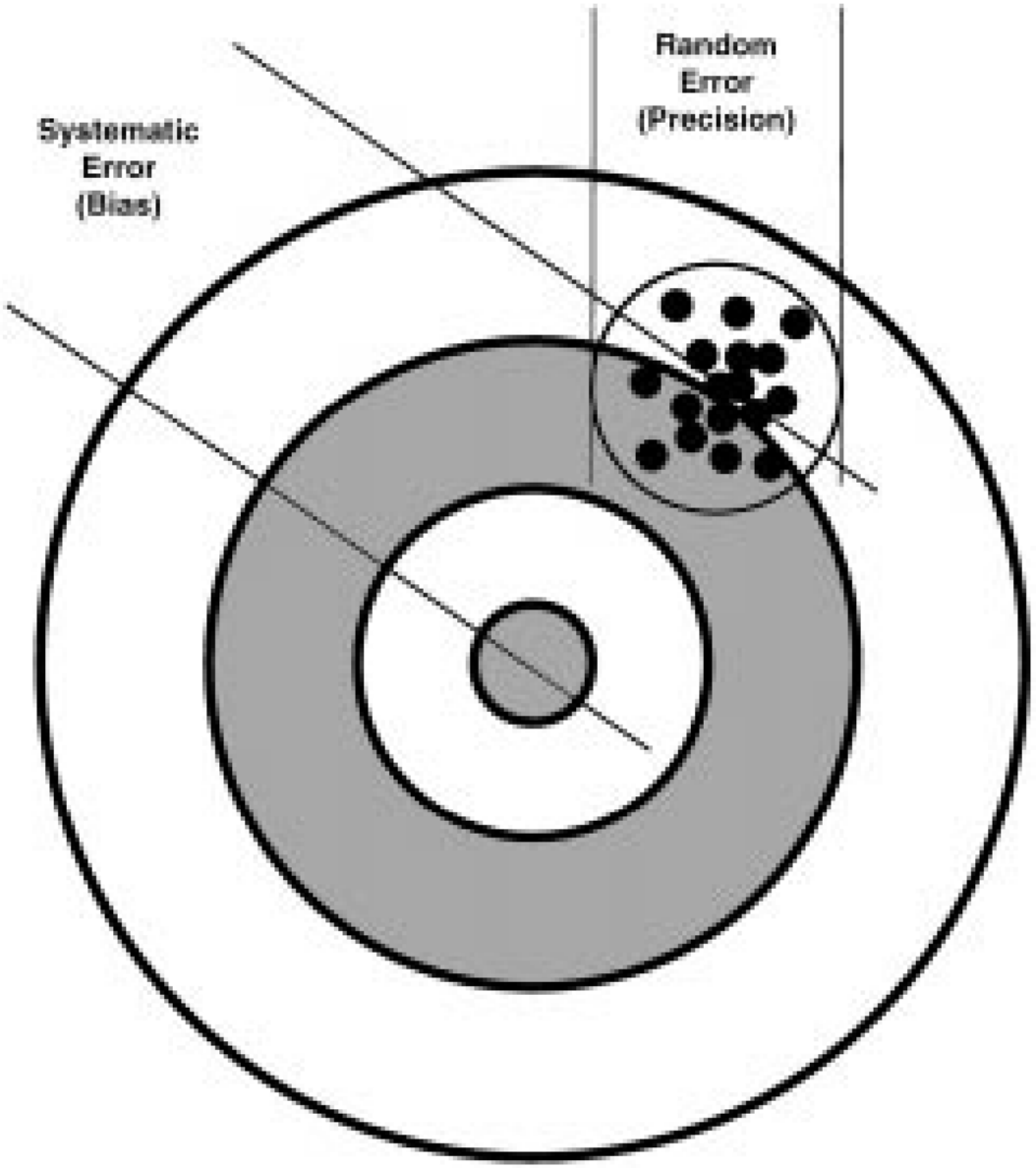
-- لقی در چرخدنده ها

- پس ماند مغناطیسی

- محاسبه : معمولا به صورت اختلاف حداکثر در خروجی ، تقسیم بر خروجی حداکثر به درصد

فصل اول: اصول اندازه گیری

مشخصات دستگاه اندازه گیری



- خطای سیستماتیک
- خطای رندم

فصل اول: اصول اندازه گیری
مشخصات دستگاه اندازه گیری

- مشخصه های استاتیکی : مربوط به رابطه ی بین ورودی و خروجی عناصر در شرایطی که مبدل حالت گذرا را طی کرده باشد !!
- مشخصه های دینامیکی مربوط به حالت گذرای مبدل می باشند.
- از آنجایی که مبدل همواره در حال بیان تغییرات ورودی در خروجی می باشد، تقریبا مبدل به ندرت در حالت استاتیکی قرار می گیرد و معمولا در حالت دینامیکی قرار دارد.
- مشخصه های دینامیکی معمولا از دو طریق پاسخ زمانی و پاسخ فرکانسی مورد تحلیل قرار می گیرد.
- برای پاسخ زمانی از ورودی هایی چون پله، شیب و ضربه استفاده می نماییم.
- برای پاسخ پله، پارامترهایی چون Rise time, Time constant, Dead time
- اگر درجه دوم باشد: Damping ratio, Resonant freq., Settling time, Percent of overshoot
-

فصل اول: اصول اندازه گیری
مشخصات دستگاه اندازه گیری

- نویز و تداخل
- در یک سیستم واقعی، انتقال کمیت اندازه گیری شده به سیستم به دلیل نویز یا اختلال های نا خواسته می تواند تحت تاثیر قرار بگیرد.
- نویز و تداخل همیشه به دلایل مختلف می توانند وجود داشته باشند.
- مثال گیرنده آلتراسونیک
- به طور کلی انواع تداخل

۱- اثر محیطی

۲- اختلالات ذاتی قطعات

۳- اثر مقاومت زمین در مدارهای الکتریکی

۴- تداخل های خارجی از میدان مغناطیسی و الکتریکی

فصل اول: اصول اندازه گیری
مشخصات دستگاه اندازه گیری

-نویز

-اثرات محیطی

۱- دما : مهم ترین عامل دریفت در سیستم های اندازه گیری

- گرمای ناشی از قطعات

- افزایش ابعادی در اثر گرما در سیستم های مکانیکی

- مثال تغییر طول سلف، وابستگی ولتاژ بیس امیتر به دما، اختلاف دما در پایه های مقاومت در مدار

۲- رطوبت : باعث ایجاد جریان نشتی و کاهش امپدانس در ورودی یا خروجی، ایجاد پیل الکتریکی و ایجاد ولتاژ گالوانیک با استفاده از محیط اسیدی روغن لحیم و یا ...

۳- فشار هوا: تغییر در خاصیت دی الکتریک ها

فصل اول: اصول اندازه گیری
مشخصات دستگاه اندازه گیری

- **اتصال زمین در مدارات**

- **منفی در مدارات با زمین (earth یا ارت) متفاوت است !!**
- **همه سیم ها مقاومت دارند و در فواصل زیاد یا ولتاژهای زیاد این مقاومت ظاهر خواهد شد.**
- **اتصال زمین در فواصل زیاد از یک نقطه موجب اختلاف پتانسیل و اختلال خواهد شد.**
- **هر هادی با پتانسیل متناوب در کنار هادی دیگر در اثر کوپلاژ ولتاژ القا می نماید.**
- **حتی اگر ولتاژ متناوب نباشد کلیدها و رله ها در محیط صنعتی موجب القای نویز در هنگام قطع و وصل می شوند.**

فصل اول: اصول اندازه گیری
مشخصات دستگاه اندازه گیری

- مثال ۲-۸ ساونی: سه مقاومت ۷۲/۳ و ۲/۷۳ و ۰/۶۱۲ با هم سری شده اند. مقدار مقاومت نهایی؟
- $R = R1+R2+R3 = 75/642$
- اما به دلیل مشخص نبودن مقدار دو مقاومت اول مقدار صحیح مقاومت مجموع برابر ۷۵/۶ است. (تعداد ارقام با معنا)

فصل اول: اصول اندازه گیری
مشخصات دستگاه اندازه گیری

- مثال ۲-۱۷ از ساونی : ناحیه مرده در یک دماسنج، ۰/۱۲۵ درصد کل بازه است. درجه بندی از ۴۰۰ تا ۱۰۰۰ درجه است. چه تغییر دمایی قبل از آشکار شدن می تواند صورت گیرد؟

- $\text{Span} = 1000 - 400 = 600$

- $\text{Dead Space} = \frac{0.125}{100} \times 600 = 0.75$

فصل اول: اصول اندازه گیری
مشخصات دستگاه اندازه گیری

- مثال ۲- ۱۸: یک ولت سنج با قاب گردان،مقیاس ثابتی با ۱۰۰ درجه تقسیم دارد و تا ۰/۱ درجه تقسیم را می توان حد زد. عدد نامی بازه ۲۰۰ ولت است. رزولوشن ولت سنج چقدر است؟

- مقدار هر درجه = ۲۰۰ / ۱۰۰ = ۲ ولت

- میزان رزولوشن یا تفکیک پذیری =۰/۱×۲ = ۰/۲ ولت

فصل اول: اصول اندازه گیری
خطاهای اندازه گیری

- هر اندازه گیری همراه خطا خواهد بود. اعتبار یک اندازه به میزان خطای آن است.
- انواع خطا:
- الف) خطای استاتیکی مطلق (خطای مطلق)
  - اختلاف خروجی دستگاه و مقدار واقعی $\varepsilon_a = A_m - A_t$
- ب) خطای استاتیکی نسبی: خطای مطلق به تنهایی بیانگر میزان خطا نیست. مثلا در ۱۸۰ ولت، خطای ۲ ولت زیاد نیست ولی در ۵ ولت خطای ۲ ولت قابل قبول نخواهد بود.

پس خطا را نسبت به کل بازه بیان می نماییم: $\varepsilon_r = \frac{A_m - A_t}{A_t}$

فصل اول: اصول اندازه گیری
خطاهای اندازه گیری

- ج) خطای تضمین شده یا محدود:
  - به قدر مطلق حداکثر خطا میگوییم که توسط سازنده تضمین شده که خطا از آن تجاوز نمی نماید.
  - که A_n مقدار نامی است. $\varepsilon_G = |A_t - A_n|$
  - در نتیجه معمولا به صورت مقابل بیان می شود : $A_t = A_n \pm \varepsilon_G$

- د) خطای تضمین شده نسبی: $\varepsilon_{G,r} = \left|\frac{A_t - A_n}{A_n}\right|$

- در نتیجه به صورت مقابل بیان می شود: $A_t = A_n(1 \pm \varepsilon_{G,r})$

فصل اول: اصول اندازه گیری
خطاهای اندازه گیری

- معمولا خطا به صورت درصدی از کل بازه یا FSO (Full Scale Output) بیان میشود.
- منشا خطاها:
  - الف) خطاهای انسانی: کم تجربگی، خطای دید، بی دقتی و ...
  - ب) خطاهای ذاتی دستگاه : مربوط به ویژگی های خود دستگاه اندازه گیری و ساختمان آن است. خطای ناشی از دمای محیط، تغییر فرکانس، اصطکاک داخلی دستگاه و ...
  - ج) خطاهای ناشی از تداخل: میدانهای الکتریکی و مغناطیسی در مخیط، وجود نویز . حالت های گذرای کلید زنی و ... (این خطا با محافظت مناسب قابل رفع است.)
  - د) خطاهای کاربردی : استفاده ناصحیح از دستگاه، مثال استفاده از ولتمتر و آمپر متر برای اندازه گیری مقاومت بزرگ: که به دلیل خطای داخلی آمپر متر بهتر است قبل از ولتمتر در مدار قرار گیرد تا خطای آن در اندازه گیری ولتاژ مشاهده نگردد.

فصل اول: اصول اندازه گیری
خطاهای اندازه گیری

- تحلیل خطاهای اندازه گیری:
- الف) خطای مجموع دو کمیت:
- که در آن x,y,z کمیت های مختلف

$$If \rightarrow z = x + y \longrightarrow dz = dx + dy$$

$$\Rightarrow \frac{dz}{z} = \frac{dx}{z} + \frac{dy}{z}$$

$$\frac{dz}{z} = \frac{x}{z}\frac{dx}{x} + \frac{y}{z}\frac{dy}{y}$$

- از آنجایی که : dz/z تقریبا همان ε_z

پس می توان خطا را به صورت مقابل بیان نمود:

$$\pm\frac{\varepsilon_z}{} = \pm\frac{x}{z}\varepsilon_x \pm\frac{y}{z}\varepsilon_y$$

$$\varepsilon_{r,z} = \max(\pm\frac{x}{z}\varepsilon_x \pm\frac{y}{z}\varepsilon_y)$$

فصل اول: اصول اندازه گیری
خطاهای اندازه گیری

- ب) خطای تفاضل دو کمیت: کاملا واضح است که خطای مجموع و خطای تفریق دو کمیت کاملا یکسان است.
- ج) حطای حاصل ضرب دو کمیت:
  - اگر دو کمیت به صورت z=x.y ضرب شوند:

$$\ln z = \ln x + \ln y$$

$$\frac{dz}{z} = \frac{dx}{x} + \frac{dy}{y}$$

$$\varepsilon_z = \max(\pm\varepsilon_x \pm \varepsilon_y)$$

- د) خطای حاصل تقسیم دو کمیت:
  - واضح است که خطای تقسیم همانند خطای ضرب محاسبه می گردد.

فصل اول: اصول اندازه گیری
خطاهای اندازه گیری

- مثال : برای اندازه گیری یک مقاومت از یک ولتمتر با مقاومت داخلی Rv و یک آمپرمتر با مقاومت داخلی Ra استفاده شده است. عدد ولتمتر و آمپرمتر به ترتیب 50 v و 4 mA بوده است. اگر خطای تضمین شده ولتمتر 0.3% و آمپرمتر 0.7% باشد، بدست آورید خطای اندازه گیری مقاومت را وقتی آمپرمتر قبل از ولتمتر و بعد از ولتمتر باشد:
- الف) با صرف نظر از اثر بارگذاری
- ب) با منظور کردن اثر بارگذاری

فصل اول: اصول اندازه گیری
خطاهای اندازه گیری

- الف) مقاومت مجهول Rx :

$$R_x = \frac{V}{I} = \frac{50}{4} = 12.5K\,\Omega$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{r,R_x} = \max(\pm\varepsilon_{rV} \pm \varepsilon_{rA}) = |\pm 0.3| + |\pm 0.7| = 1$$

- عملا تفاوتی بین محل آمپر متر وجود ندارد !!
- ب) با در نظر گرفتن اثر بارگذاری:
- ابتدا فرض می کنیم آمپرمتر قبل از ولتمتر باشد:
- مقادیر اندازه گیری شده توسط ولتمتر و آمپرمتر :

$$V = V_R$$

$$I = I_R + \Delta I_V$$

- پس مقدار مقاومت اندازه گیری شده خواهد شد:

$$R_{x,m} = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{V_R}{I = I_R + \Delta I_V} = \frac{V_R}{I_R} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\Delta I_V}{I_R}}$$

فصل اول: اصول اندازه گیری
خطاهای اندازه گیری

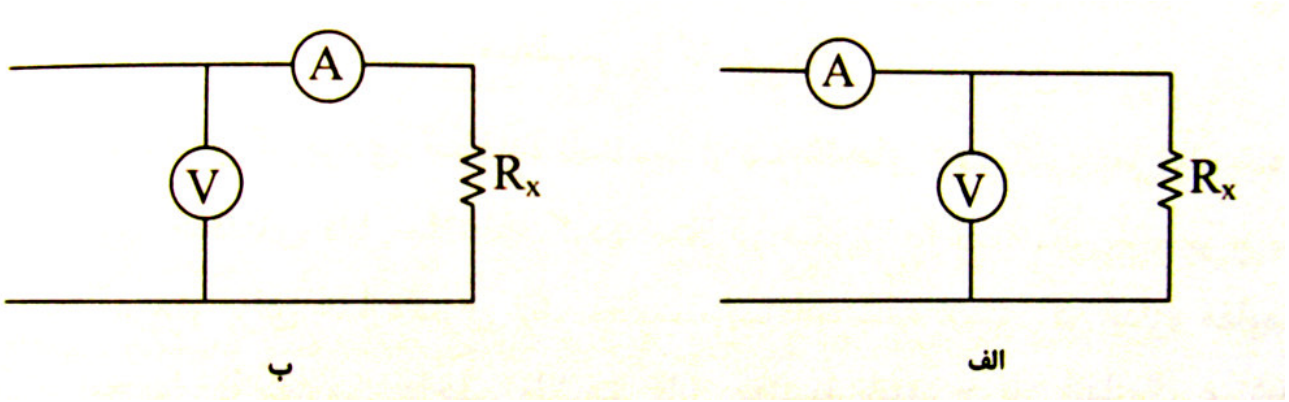
- می دانیم که :

$$\frac{\Delta I_v}{I_R} = \frac{R_x}{R_v} \Rightarrow R_x \ll R_V$$

- پس با صرف نظر کردن از عبارت مربوطه خواهیم داشت:

$$R_{x,m} \approx \frac{V_R}{I_R}\left(1-\frac{R_x}{R_V}\right) = R_x\left(1-\frac{R_x}{R_V}\right)$$

- در نتیجه مقدار اندازه گیری شده کمتر از مقدار واقعی خواهد بود.



فصل اول: اصول اندازه گیری
خطاهای اندازه گیری

- حال اگر آمپرمتر را پس از ولتمتر قرار دهیم، در نتیجه ولتمتر مجموع ملتاژ آمپرمتر و ملتمتر را نشان خواهد داد:

$$V = V_R + \Delta V_A$$
$$I = I_R$$

- در نتیجه:

$$R_{x,m} = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{V_R + \Delta V_A}{I_R} = R_x \left(1 + \frac{R_A}{R_X}\right)$$

- میبینیم که مقاومت اندازه گیری شده افزایش می یابد.