

شبیه‌سازی سیستم حفاظت کاتدی هیبریدی سازه‌های فراساحلی به روش المان مرزی

محمد خوشحال^۱، تقی شهرابی فراهانی^{۲*}، جابر نشاطی^۳، حمید محرمی^۴

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

^۲ استاد بخش مهندسی مواد، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

^۳ استادیار پژوهشگاه صنعت نفت

^۴ دانشیار دانشکده عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

* نویسنده مسئول: tshahrabi34@modares.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۰۱/۲۶ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۰۳/۰۴

چکیده:

ویژگی‌های ساختاری سازه‌های دریایی و محدودیتهای اجرایی سیستم‌های حفاظت کاتدی فداشونده و اعمال جریان بر روی آنها، موجب پیدایش و کاربرد روشی مرکب از هر دو سیستم، تحت عنوان روش حفاظت کاتدی هیبریدی شده است. در این تحقیق مسأله‌ی حفاظت کاتدی هیبریدی و شرایط مرزی حاکم بر آن مطرح شده، سپس نحوه‌ی ایجاد دستگاه معادلاتی که با حل آن توزیع پتانسیل به دست می‌آید، ارائه می‌گردد. برای ایجاد و حل دستگاه معادلات مذکور از روش المان مرزی با در نظر گرفتن المانهای خطی چهارگره‌ای و ایزوپارامتریک روی سطوح سازه و آندها و زبان برنامه‌نویسی فرترن استفاده شده و برای ایجاد رابط کاربری زبان دلفی به کار رفته است. همچنین در انجام عملیات رسم مدل، المان‌بندی و پس‌پردازش از نرم‌افزار GID بهره گرفته شده است. همچنین لازم به ذکر است که عملکرد برنامه‌ی حاضر با حل تعدادی مسأله‌ی انتقال حرارت و مقایسه‌ی نتایج حاصل با نتایج یک نرم‌افزار تجاری المان محدود مورد صحت‌گذاری قرار گرفته است. در پایان چند مسأله‌ی نمونه و نتایج حاصل از اجرای برنامه برای آنها ارائه می‌گردد.

کلمات کلیدی: حفاظت کاتدی، خوردگی، سازه‌ی دریایی، سیستم هیبریدی، شبیه‌سازی، روش المان مرزی.

Simulation of Hybrid Cathodic Protection System on Offshore Structures using boundary element method

M. Khoshhal¹, T. Shahrabi Farahani^{2*}, J. Neshati³, H. Moharrami⁴

¹ M. Sc. Student, Materials Engineering Department, Tarbiat Modares university

² Professor, Materials Engineering Department, Tarbiat Modares university

³ Assistant professor, Research institute of petroleum industry

⁴ Associate Professor, Faculty of civil and Environment Engineering, Tarbiat Modares university

* Corresponding Author: tshahrabi34@modares.ac.ir

Submission: 2014, 04, 15 Acceptance: 2014, 05, 25

Abstract:

Offshore structures' complex and unique designs limit the performance of either sacrificial anode or impressed current cathodic protection. These obstacles lead to development of "Hybrid Cathodic Protection" which is devised to harness both methods benefits. In this study, the potential distribution between the anodes and the structures was determined by finding the solution to relevant systems of mathematical equations based on known boundary conditions. Firstly, BE (boundary element) method by using iso-parametric linear quadrilateral elements on structure and Anodes, was used to define the systems of equations. Then, these equations were solved by a program written in FORTRAN language. Geometrical modeling, mesh generation, pre processing and post processing all were carried out by GID software. To facilitate data input, a user interface was developed in Delphi environment. A comparison between results of this program and a commercial FEM software and verification has been done. Finally, cathodic protection systems for some basic examples were designed by the proposed model and the results were cross checked with reality to show the reliability of the model.

Keywords: Cathodic Protection, Corrosion, Offshore Structure, hybrid system, Simulation, Boundary Element Method.

فهرست علائم:

$\bar{i}$	بردار دانسیته جریان (شار الکتریکی یونهای مثبت) بر حسب A/m^2
iA	بردار دانسیته جریان آندی (شار الکتریکی) بر حسب A/m^2
iC	بردار دانسیته جریان کاتدی (شار الکتریکی) بر حسب A/m^2
ϕ	پتانسیل الکتریکی بر حسب V
$\frac{\partial \phi}{\partial n}$	گرادیان پتانسیل بر حسب ولت بر متر
Ω	دامنه مسأله (آب دریا)
Γ	مرز مسأله
σ	رسانایی الکتریکی دامنه بر حسب $1/\Omega.m$
Γ_A	مرز آندی
Γ_C	مرز کاتدی
Γ_I	مرز عایق
n	بردار قایم برون‌سو بر روی مرز دامنه
p	پتانسیل الکتروشیمیایی آند فداشونده بر حسب V
q	دانسیته جریان آند اعمال جریان بر حسب A/m^2
k	تعداد گره‌های مربوط به آند اعمال جریان
j	تعداد گره‌های مربوط به آند فداشونده
m	تعداد کل گره‌ها
I	دانسیته جریان خوردگی بر حسب A/m^2
I_{corr}	دانسیته جریان خوردگی در حالت تعادل بر حسب A/m^2
E	پتانسیل الکتروشیمیایی بر حسب V
E_{corr}	پتانسیل الکتروشیمیایی خوردگی در حالت تعادل بر حسب V
β_a	بتای آندی نمودار تافل بر حسب $V/decade$
β_c	بتای کاتدی نمودار تافل بر حسب $V/decade$
ϕ_{corr}	پتانسیل الکتریکی خوردگی بر حسب V
Lh_s^k	ماتریس سمت چپ در دستگاه معادلات ایجاد شده به کمک روش المان مرزی
Rh_s^k	ماتریس سمت راست در دستگاه معادلات ایجاد شده به کمک روش المان مرزی

۱- مقدمه

۱-۱- سیستم حفاظت کاتدی هیبریدی

به منظور حفاظت از سازه‌های دریایی نظیر سکوها دو روش کلی برای تأمین جریان لازم برای پلاریزه کردن سطح فلز و حفاظت آن وجود دارد:

الف) حفاظت کاتدی با استفاده از آندهای فدا شونده

ب) سیستم حفاظت کاتدی با اعمال جریان

معمولاً سیستم فدا شونده به دلیل سهولت طراحی، نصب، راه‌اندازی و پایش نسبت به سیستم اعمال جریان کاربرد گسترده‌تری دارد.

لیکن سنگین بودن سیستم آندی در حالت فدا شونده باعث می‌شود که علی‌رغم پیچیدگی طراحی و اجرا، در مواردی استفاده از سیستم اعمال جریان ارجحیت پیدا نماید. با این حال محدودیتها و ویژگی‌های اکثر سازه‌های دریایی موجب پیدایش روشی مرکب از روش آندهای فدا شونده و روش اعمال جریان خارجی، تحت عنوان روش هیبریدی شده است. در مورد سکوها حجمی از سازه که به صورت شناور باقی می‌ماند، بسیار حائز اهمیت است که این موضوع بر روی انتخاب سیستم حفاظت کاتدی می‌تواند مؤثر باشد و معمولاً به منظور کاهش وزن، سیستم هیبریدی به جای سیستم آندهای فداشونده توصیه می‌شود.

حتی در مورد سازه‌هایی که قرار است به طور کلی به روش اعمال جریان مورد حفاظت قرار گیرند، از آنجا که زمان نسبتاً زیادی بین غوطه‌ورسازی اولیه سازه و انجام کامل عملیات حفاظت کاتدی با اعمال جریان وجود دارد معمولاً آندهای فدا شونده‌ای را در مناطق حساس سازه قرار می‌دهند تا این سطوح را پلاریزه نمایند. همچنین این آندها در هنگام قطع سیستم اعمال جریان به منظور ارزیابی و تعمیرات در طول عمر سازه وظیفه‌ی حفاظت از سازه را به عهده خواهند داشت [۱].

در این تحقیق به معرفی پیش‌نیازهای ریاضی و مفهومی برای ایجاد نرم افزار شبیه‌سازی سیستم‌های حفاظت کاتدی قابل اجرا بر روی سازه‌های دریایی که بر پایه‌ی روش المان مرزی قادر به حل مسأله‌ی پتانسیل خارجی و نمایش نتایج آن است، پرداخته می‌شود. لازم به ذکر است که این نرم‌افزار به منظور کنترل طراحی سیستم حفاظت کاتدی پیش از اجرای آن ایجاد شده است.

۱-۲- مدلسازی رایانه‌ای طراحی حفاظت کاتدی سازه‌های فراساحلی

مدلسازی رایانه‌ای و استفاده از روش عددی به منظور طراحی حفاظت کاتدی سازه‌های فراساحلی (Offshore Structures) اولین بار توسط استرومن و کین (Strommen and Kein) در سال ۱۹۸۶ و برپایه‌ی روش تفاضل محدود (Finite Difference Method) صورت گرفته است [۲]. یکی از محدودیت‌های این روش مربوط به عدم امکان تعریف دقیق هندسه‌های پیچیده بوده و بنابراین روش المان محدود جایگزین آن شد و تحقیقات زیادی بر پایه‌ی آن انجام گرفت. از آنجا که در روش‌های مذکور، بخصوص در مسایلی با دامنه‌ی نامحدود، المان‌بندی دامنه الزامی است، برای مسایلی همچون حفاظت کاتدی سازه‌های دریایی، روش المان مرزی که فقط بر روی مرز مسأله احتیاج به المان‌بندی دارد، به عنوان روشی کارآمدتر معرفی

و یا به بیان دیگر $\vec{i} = -\sigma(\frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial y}, \frac{\partial \phi}{\partial z})$ ، که هر دو بیانی از

قانون اهم می‌باشند.

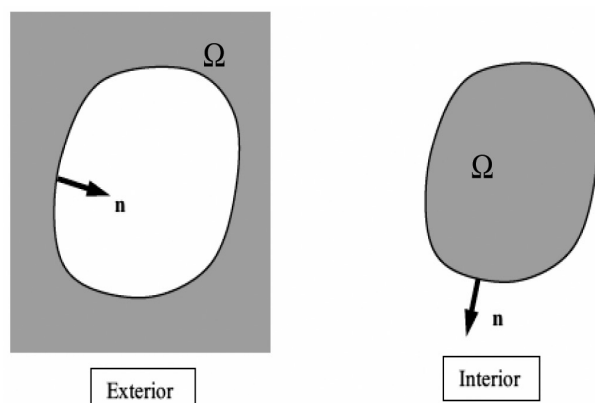
پایستاری بار الکتریکی داخل دامنه، حکم می‌کند که $\text{div}(i)=0$ باشد:

$$\text{div}(-\sigma \text{grad} \phi) = 0 \Rightarrow \nabla \cdot (-\sigma \nabla \phi) = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (2)$$

که Ω دامنه‌ی مسأله بوده و از آنجا که رسانایی آب دریا (σ) معمولاً ثابت در نظر گرفته می‌شود، می‌توانیم برای پتانسیل الکتریکی ϕ معادله‌ی زیر را که به معادله‌ی لاپلاس معروف است به دست آوریم: [۱۵]:

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (3)$$

درجه خوردگی سازه بستگی مستقیم به پتانسیل الکتریکی روی سطح داشته و فرآیند خوردگی در اثر اعمال درست جریان الکتریکی توسط یونهای مثبت از جانب آندها، قابل کنترل و خنثی شدن می‌باشد. هدف از شبیه‌سازی حفاظت کاتدی تعیین توزیع پتانسیل بر سطح سازه می‌باشد و از آنجا که سطح سازه همان مرز دامنه‌ی الکترولیت است، مسأله‌ی پتانسیل در دامنه‌ی الکترولیت تعریف می‌گردد. اگر فرض کنیم محلول خورنده داخل یک دامنه‌ی فیزیکی با نام Ω قرار داشته باشد، این دامنه ممکن است محدود باشد، مانند مخزن حاوی الکترولیت؛ و یا نامحدود اما با مرز بسته، مانند بدنه‌ی زیر دریایی، کشتیها و پایه‌ی سکوها داخل آب دریا. مسأله‌ی پتانسیل در حالت اول از نوع داخلی (Interior Potential Problem) و در حالت دوم از نوع خارجی (Exterior Potential Problem) می‌باشد [۱۶].



شکل ۱- دامنه‌ی مسأله‌ی پتانسیل داخلی و مسأله‌ی پتانسیل خارجی [۱۷]

شده است [۳]. بررسی‌ها نشان داده که روش المان مرزی با دقت زیاد در مسایل حفاظت کاتدی با دامنه‌ی محدود نظیر حفاظت کاتدی داخل مخازن نیز قابل استفاده بوده و در برخی مسایل استفاده‌ی ترکیبی از روشهای المان محدود و المان مرزی مناسب است. از این دست می‌توان به شبیه‌سازی عددی حفاظت کاتدی خطوط لوله توسط بورتلس و دکونینگ اشاره نمود. آنها از روش المان مرزی برای مدلسازی دامنه‌ی خارجی لوله یعنی خاک و از روش المان محدود برای دامنه‌ی داخلی آن استفاده نموده‌اند [۴].

یکی دیگر از مزایای مدلسازی و استفاده از برنامه‌های رایانه‌ای که بخشی از تحقیقات را به خود اختصاص می‌دهد، قابلیت ارزیابی سریع بخشهای مختلف حفاظت شده می‌باشد. در کنار تلاش‌های قابل ملاحظه‌ای که در استفاده از روش المان محدود برای شبیه‌سازی حفاظت کاتدی صورت گرفته، پیشرفتهای شبیه‌سازی سیستمهای حفاظت کاتدی اکثراً بر پایه‌ی روش المان مرزی بوده و توسط برخی شرکت‌های نفتی و دریایی گزارش شده است [۵ تا ۱۲]، که البته فعالیت‌های انجام شده جنبه‌ی تجاری و حتی در برخی موارد جنبه‌ی سیاسی و نظامی پیدا نموده و بعضاً دستیابی به نتایج آنها دشوار است. با بررسی دقیق‌تر تحقیقات پیشین و نیز تحقیقاتی که در داخل کشور انجام شده، ملاحظه می‌شود که اکثر آنها بر روش آندهای فداشونده تمرکز نموده و تا حد زیادی از ساده‌سازی منحنی پلاریزاسیون، که شرط مرزی مهمی در مسایل حفاظت کاتدی به شمار می‌رود، بهره برده‌اند. علاوه بر این استفاده از نرم‌افزارهای تجاری رکن اصلی این تحقیقات را تشکیل داده و در بسیاری از آنها نتایج حاصل از ساخت مدل فیزیکی مسأله، به کمک مدل ریاضی آمده است. در این تحقیق کد المان مرزی برای حل معادله‌ی لاپلاس که دارای هر سه نوع شرط مرزی نیومن، دیریکله و غیرخطی (منحنی پلاریزاسیون) است، در محیط زبان برنامه‌نویسی فرترن نوشته شده و با افزودن رابط‌های کاربری مناسب امکان شبیه‌سازی سیستم حفاظت کاتدی هیبریدی مهیا گردیده است. همچنین مدل ریاضی، شرایط مرزی و تعدادی مثال حل شده از انواع سیستم‌های حفاظت کاتدی ارائه شده است.

۲- مدل ریاضی

با فرض اینکه سرعت آب کم باشد به گونه‌ای که در واکنش‌های الکتروشیمیایی در حال انجام در الکترولیت، هیچگونه مداخله‌ای نداشته باشد، می‌توان معادله‌ی زیر را برای دانسیته‌ی جریان در نظر گرفت [۱۳ و ۱۴]:

$$\vec{i} = -\sigma \nabla \phi \quad (1)$$

$$K_1(p, Q) = \frac{\partial \lambda(p, Q)}{\partial n} \quad (۷)$$

$$K_2(p, Q) = \lambda(p, Q) = \frac{1}{4\pi\sigma} \left[\frac{1}{r(p, Q)} \right] \quad (۸)$$

برای اینکه معادله‌ی انتگرال مرزی کاملاً از نوع مرزی باشد می‌بایست نقطه‌ی داخلی p را به روی مرز انتقال داده (از این به بعد به صورت P نمایش داده می‌شود) که معادله‌ی زیر به دست می‌آید:

$$C(P)\phi(P) + \int_S K_1(P, Q)\phi(Q)dS(Q) = \int_S K_2(P, Q)\frac{\partial \phi(Q)}{\partial n}dS(Q) \quad (۹)$$

که تابع $C(P)$ با احاطه کردن نقطه‌ی مرزی P توسط کره‌ای کوچک به شعاع ε و با گرفتن حد $\varepsilon \rightarrow 0$ از معادله‌ی بالا به دست می‌آید. تابع $C(P)$ به طور صریح قابل دستیابی نمی‌باشد و به طور غیرمستقیم با بکارگیری تعاریف فیزیکی ساده از مسئله‌ی پتانسیل به دست می‌آید. معادله‌ی انتگرال مرزی به دست آمده معادله‌ی انتگرالی است که متغیرهای مرزی مسئله $(\phi$ و $\frac{\partial \phi}{\partial n})$ را به K_1 و K_2 ارتباط می‌دهد. روش معمول انتگرال گیری عددی گوس برای حل عددی انتگرالها به جز آنهایی که تکنیکی دارند به کار می‌رود. برای دقت بیشتر می‌توان از روش انتگرال گیری عددی گوس با تعداد متغیری از نقاط انتگرال گیری استفاده نمود، که در تحقیق حاضر این عمل توسط تابعی که به همین منظور نوشته شده انجام می‌پذیرد. در این تابع بسته به فاصله‌ی دو گره‌ی P و Q از هم در هر جهت مختصاتی المانها، از ۱ تا ۸ نقطه‌ی گوسی ممکن است در نظر گرفته شود. از آنجا که در مرحله‌ی هم گذاری برای تشکیل دستگاه معادلات، نقاط گره‌ای دورتر اثر کمتری بر یک گره (گره P_i) دارند، لذا هرچه این فاصله بیشتر باشد نقطه گوسی کمتری کفایت می‌کند. بدین ترتیب معادله‌ی انتگرال مرزی به جای اینکه نسبت به مرز S نوشته شود، نسبت به مختصات محلی هر المان یعنی ξ و η قابل بازنویسی است:

$$C(P)\phi(P) + \sum_{m=1}^M \sum_{c=1}^8 \phi(Q) \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} K_1(P, Q) N_c(\xi, \eta) J(\xi, \eta) d\xi d\eta = \sum_{m=1}^M \sum_{c=1}^8 \frac{\partial \phi(Q)}{\partial n} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} K_2(P, Q) N_c(\xi, \eta) J(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (۱۰)$$

که M تعداد کل المانها، که N تابع شکل هر گره بوده و (ξ, η) مختصات محلی هر المان می‌باشد. دو بخش انتگرالی در بالا را

بدیهی است در مورد سازه‌های مدفون در خاک مانند خطوط لوله و سازه‌های غوطه‌ور در آب همچون سازه‌های دریایی مسئله‌ی حفاظت کاتدی از نوع مسئله‌ی پتانسیل خارجی و در دامنه‌ی بی‌نهایت تعریف شده، و از نظر ریاضی توسط معادله‌ی لاپلاس قابل بیان است [۱۸]. بنابراین لازم است معادله‌ی لاپلاس با شرایط مرزی مربوط به سطوح آند و کاتد حل شود تا مقادیر پتانسیل بر روی مرز مسئله که همان سطح سازه است، به دست آید. با توجه به هندسه‌ی اینگونه مسایل و نیز غیرخطی بودن تمام یا برخی از شرایط مرزی بدون استفاده از روشهای حل عددی امکان حل معادله و یافتن مجهولات وجود ندارد. در این تحقیق، روش حل عددی المان مرزی (Boundary Element method) که از موفق‌ترین روش‌های حل عددی در این نوع مسایل به شمار می‌رود، مورد استفاده قرار گرفته است.

چنانچه نقطه p داخل دامنه مسئله و نقطه Q روی مرز دامنه فرض شود، جواب پایه‌ای سه بعدی معادله‌ی لاپلاس که بر اساس جواب سه بعدی پتانسیل متمرکز یا چشمه‌ی نقطه‌ای p به دست آمده به صورت زیر است:

$$\lambda(p, Q) = \frac{1}{4\pi\sigma} \cdot \frac{1}{r(p, Q)} \quad (۴)$$

که r فاصله‌ی بین p و Q بوده و جهت بردار آن از p به سمت Q می‌باشد

با فرض وجود دو تابع پیوسته ϕ و λ که مشتقات اول و دومشان نیز پیوسته است با استفاده از اصل دوم قضیه گرین معادله انتگرالی مربوط به سطح ایجاد می‌گردد. پتانسیل مجهول در هر نقطه و جواب پایه‌ای سه بعدی برای معادله لاپلاس می‌باشد. با اعمال اصل دوم قضیه گرین همانطور که در زیر نشان داده شده است معادله از حالت انتگرال حجمی dV به انتگرال سطحی dS تبدیل می‌شود:

$$\int_V (\phi \nabla^2 \lambda - \lambda \nabla^2 \phi) dV = \int_S \left(\phi \frac{\partial \lambda}{\partial n} - \lambda \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) dS \quad (۵)$$

و معادله‌ی انتگرال مرزی که پتانسیل هر نقطه را به پتانسیل و مشتق پتانسیل گره‌ها مربوط می‌کند، به صورت زیر ایجاد می‌شود:

$$\phi(p) + \int_S K_1(p, Q)\phi(Q)dS(Q) = \int_S K_2(p, Q)\frac{\partial \phi(Q)}{\partial n}dS(Q) \quad (۶)$$

که K_1 و K_2 به صورت زیر قابل تعریف هستند:

خارج شدن است (مناطق آندی) و مقدار صفر به معنی عدم وجود شار (مناطق عایق) می‌باشد. بنابراین نمایش ریاضی منطقه‌ی عایق (Γ_I) که جریانی از آن نمی‌گذرد به صورت زیر خواهد بود:

$$n \cdot \vec{i} = -\sigma \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (14)$$

شرط اول: در سطح عایق

شکل ۳ شماتیک گرادیان پتانسیل در داخل دامنه‌ی Ω و نزدیک به سطوح آند (Γ_A) و کاتد (Γ_C) را نشان می‌دهد. علامت گرادیان پتانسیل در نزدیک سطوح بر اساس بردار نرمال به دست آمده است و با توجه به رابطه‌ی (۱۳) شار بار الکتریکی در مناطق آندی، از سطح سازه به آب دریا وارد شده و در مناطق کاتدی از آب دریا به سطح سازه وارد می‌شود.

در سطح آند (Γ_A)، بسته به نوع آند، دانسیته‌ی جریان آندی و یا پتانسیل الکتریکی آن مقداری ثابت بوده، لیکن در سطح کاتد (Γ_C)، رابطه بین دانسیته جریان و اختلاف پتانسیل به وسیله منحنی پلاریزاسیون مشخص می‌گردد [۱۳، ۱۶، ۱۸ و ۱۹]. بنابراین شرایط مرزی در سطح آند و سازه را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \text{Const} \quad \text{شرط دوم: در سطح آند اعمال جریان} \quad (15)$$

$$\phi = \text{Const} \quad \text{شرط سوم: در سطح آند فدا شونده} \quad (16)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = f_c(\phi) \quad \text{شرط چهارم: در سطح سازه} \quad (17)$$

شرط مرزی دوم که از نوع نیومن (Neumann) است، نشان می‌دهد که هر نقطه‌ای از سطح آند اعمال جریان دارای شار الکتریکی ثابتی است حال آنکه بر اساس شرط سوم که یک شرط دیریکله (Dirichlet) محسوب می‌شود، پتانسیل الکتریکی در سطوح آند فداشونده مقداری ثابت می‌باشد. شرط چهارم نیز از روی منحنی پلاریزاسیون سطوح کاتدی منتج شده و چون رابطه‌ی بین پتانسیل و دانسیته جریان یک رابطه‌ی غیرخطی است، بنابراین یک شرط مرزی غیرخطی به شمار می‌رود [۲۰].

برای حل چنین مسائلی با شرط مرزی غیرخطی، تنها راه حل دستگاه معادلات ایجاد شده، بهره‌گیری از روشهای محاسبات عددی است.

با توجه به ماهیت منحنی‌های پلاریزاسیون که معمولاً به صورت توابع اکپانسیل تقریب زده می‌شوند، کاربرد روش تکرار عددی مناسب‌تر است [۲۱]. اینگونه روشها حاصل یک سری تقریب متوالی هستند که با تکرارهای کافی جواب تقریبی که از جواب

می‌توان به صورت توابع $A_{m,c}$ و $B_{m,c}$ در نظر گرفت.

$$C(P)\phi(P) + \sum_{m=1}^M \sum_{c=1}^8 \phi(Q) A_{m,c}(P,Q) = \sum_{m=1}^M \sum_{c=1}^8 \frac{\partial \phi(Q)}{\partial n} B_{m,c}(P,Q) \quad (11)$$

برای ایجاد ماتریسهای دستگاه معادلات خطی می‌بایست هر گره را به عنوان نقطه‌ی P در نظر گرفت:

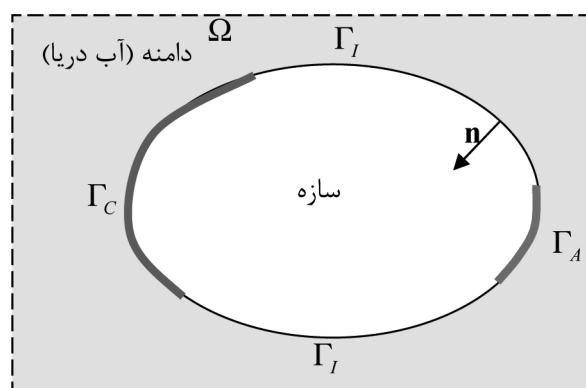
$$[A][\phi] = [B] \left[\frac{\partial \phi}{\partial n} \right] \quad (12)$$

که ماتریسهای A و B به ترتیب شامل توابع $A_{m,c}$ و $B_{m,c}$ می‌باشد.

۳- شرایط مرزی (Boundary Conditions) برای سازه‌ی

غوطه‌ور در آب دریا و استفاده از روش المان مرزی

تصویر شماتیک که در شکل ۲ رسم شده، بخشی از دامنه‌ی نامحدود آب دریا را نشان می‌دهد که سازه‌ای با سطح Γ در آن غوطه‌ور شده و Γ_A ، Γ_C و Γ_I به ترتیب سطوح آندی، کاتدی و عایق سازه می‌باشند. پتانسیل الکتریکی ϕ در این دامنه، در معادله‌ی لاپلاس صدق می‌کند.

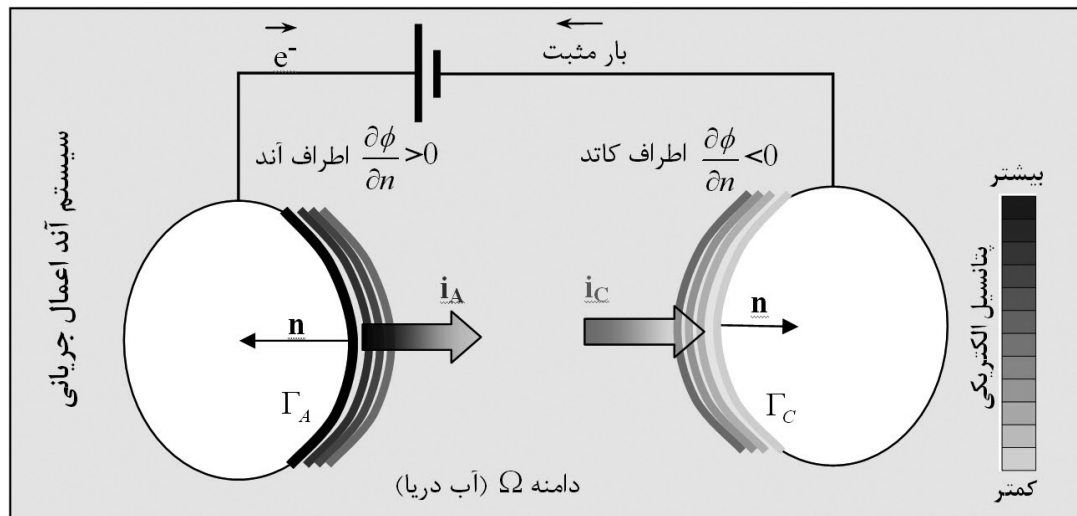


شکل ۲- مساله پتانسیل مرتبط با حفاظت کاتدی اعمال جریان برای جسم غوطه‌ور

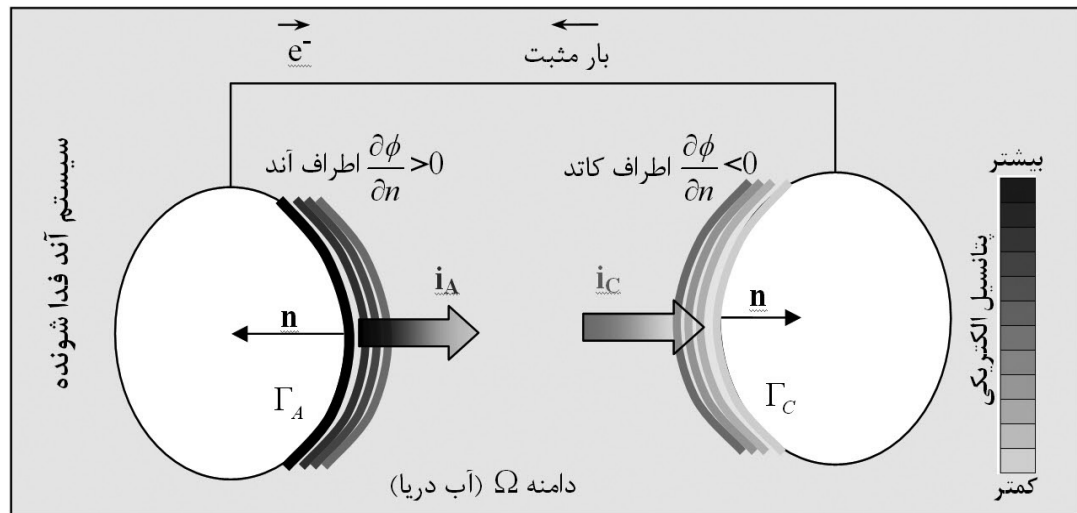
اگر n بردار نرمال برون سو (Outward Normal) بر سطوح دامنه مذکور باشد (شکل ۲)، شار الکتریکی (دانسیته جریان) ورودی به سطح سازه از ضرب داخلی بردار نرمال و بردار شار الکتریکی موجود در دامنه حاصل می‌شود:

$$i_n = n \cdot \vec{i} = -\sigma n \cdot \nabla \phi \quad (13)$$

چنانچه علامت این شار مثبت باشد مفهومی این است که شار الکتریکی به داخل سازه وارد شده (مناطق کاتدی) و در صورتیکه علامتش منفی باشد یعنی شار الکتریکی از سطح سازه در حال



شکل ۳- الف. نمایش شماییک میدان الکتریکی در دامنه‌ی آب دریا در اطراف نواحی آند اعمال جریان و کاتد از سازه



شکل ۳- ب. نمایش شماییک میدان الکتریکی در دامنه‌ی آب دریا در اطراف نواحی آند فداشونده و کاتد از سازه

پلاریزاسیون که به جنس الکتروود و الکترولیت و شرایط آزمایش بستگی دارد به دست می‌آید و عموماً تابعی غیرخطی از پتانسیل (ϕ) است. همانطور که نشان داده شده تنها شرط مرزی غیرخطی مربوط به سطوح کاتد بوده و q و p به ترتیب دانسیته جریان آند اعمال جریان و پتانسیل آند فداشونده می‌باشند.

به طور کلی ممکن است بیان تحلیلی از تابع $f(\phi)$ مقدور نباشد که به همین دلیل معمولاً منحنی پلاریزاسیون آزمایشگاهی به صورت رابطه‌ی دانسیته جریان و پتانسیل رسم و به کار برده می‌شود. در شرایط کاملاً ایده‌آل جریان کاتدی $i_c(\phi)$ توسط رابطه‌ی باتلر-ولمر (Butler-Volmer) بیان می‌گردد و با قرار دادن ضرایب لازم در رابطه‌ی (۱۹) [۲۲] و یا رابطه‌ی (۲۰) [۲۳] تابع منحنی واقعی پلاریزاسیون که توسط معادله‌ی باتلر-ولمر تقریب زده می‌شود، به دست می‌آید.

صحیح اختلافی کمتر از خطای دلخواه دارد، به دست می‌آید. به طور خلاصه مسأله‌ی حفاظت کاتدی هیبریدی، با معادله‌ی لاپلاس با شرایط مرزی در کاتد، آند و سطوح عایق به صورت رابطه‌ی (۱۸) تعریف می‌شود [۱۶]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial n} = f(\phi) & \text{on } \Gamma_{Cathode} \\ \frac{\partial \phi}{\partial n} = q & \text{on } \Gamma_{Imperessed Anode} \\ \phi = p & \text{on } \Gamma_{Sacrificial Anode} \\ \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 & \text{on } \Gamma_{Isolator} \end{cases} \quad (18)$$

$f(\phi)$ تابعی تجربی است که از روی منحنی آزمایشگاهی

استفاده شده است.

نحوه تبدیل مسأله به صورت یک مسأله‌ی المان مرزی و نحوه اعمال شرایط مرزی آن در مرجع [۱۷] تشریح شده است. با انجام مراحل پیاده‌سازی روش المان مرزی نهایتاً به دستگاه معادلاتی مطابق دستگاه (۲۳) خواهیم رسید که باید حل شود. با انتقال مجهولات به یک طرف، خطی سازی تابع $f(\phi)$ و حل دستگاه، پاسخی به دست می‌آید که توزیع پتانسیل و توزیع دانسیته جریان سطح سازه به راحتی قابل استخراج است [۲۹ و ۳۰].

ماتریس‌های Lhs و Rhs ماتریس‌های ضرایب هستند که به هندسه‌ی مسأله بستگی مستقیم دارند و با به کارگیری روش المان مرزی قابل محاسبه هستند [۱۷]. بردار سمت چپ مربوط به مقادیر گرهی پتانسیل الکتریکی و بردار سمت راست مربوط به مقادیر گرهی گرادیان پتانسیل الکتریکی است. مقادیر q و p به ترتیب مربوط به مقادیر معلوم گرهی دانسیته جریان آندهای اعمال جریان و پتانسیل آندهای فداشونده بوده و j ، k و m به ترتیب شماره گره‌های آند اعمال جریان، آند فداشونده و تعداد کل گره‌ها هستند.

بدیهی است شرط مرزی مربوط به سطوح عایق را می‌توان همانند شرط مرزی سطوح آند اعمال جریان فرض نمود و مقدار شار الکتریکی تولید شده توسط آن، q در معادله‌ی (۲۳) برابر صفر خواهد بود. شکل ۴ روندنمای الگوریتم به کار رفته برای حل مسأله‌ی حفاظت کاتدی که موضوع اصلی تحقیق حاضر است، را نشان می‌دهد.

$$I = I_{corr} (\exp(2.303(E - E_{corr})/\beta_a) - \exp(-2.303(E - E_{corr})/\beta_c)) \quad (19)$$

$$I = I_{corr} (10^{(E-E_{corr})/\beta_a} - 10^{(E_{corr}-E)/\beta_c}) \quad (20)$$

بدین ترتیب معادله‌ی غیرخطی که در مسأله‌ی حفاظت کاتدی، شرط مرزی سطوح کاتد است، به دست می‌آید.

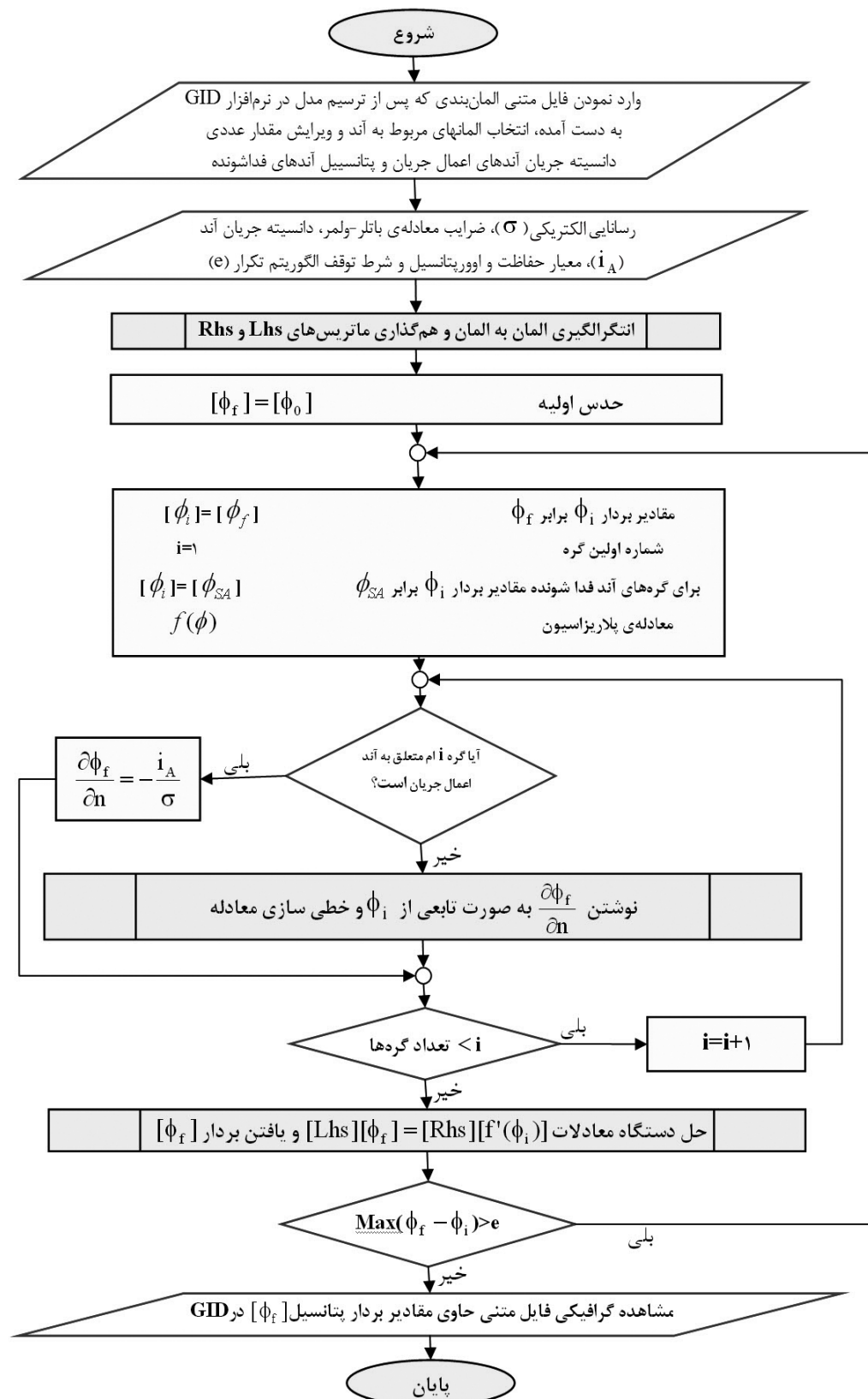
نکته‌ی حائز اهمیت این است که با توجه به روابط (۱۹) و (۲۰) مشاهده می‌شود که چنانچه اختلاف پتانسیل الکتروشیمیایی $(E - E_{corr})$ به سمت مقادیر منفی حرکت کند، دانسیته‌ی جریان خوردگی مقداری منفی‌تر خواهد داشت و مفهومش این است که سطح مورد نظر بیشتر تحت حفاظت کاتدی قرار می‌گیرد. برای اینکه دانسیته جریان را به پتانسیل الکتریکی تبدیل کنیم کافیت از تغییر متغیر $\phi = -E$ [۲۴] استفاده نموده و بدین ترتیب تابع گرادیان پتانسیل الکتریکی $f(\phi)$ بر حسب پتانسیل الکتریکی مطابق رابطه‌ی (۲۱) و یا (۲۲) برای استفاده در کدنویسی آماده است.

لازم به ذکر است که در حالتی که سطح کاتد پلاریزه نشود، می‌توان شرط پتانسیل ثابت را برای آن در نظر گرفت (شرط مرزی دیریکله) اما در غیر اینصورت به خاطر طبیعت غیرخطی شرط مرزی در کاتد، برای رسیدن به جواب به کارگیری یک روش تکرار (Iterative procedure) الزامی است. به عنوان مثال برای حل عددی مسائل حفاظت کاتدی از روشهای کلاسیک تکرار، نظیر تقریب متوالی (Successive approximation) یا تکرار ساده (Simple iteration) [۲۵] و روش نیوتن-رافسون [۲۶ و ۲۷ و ۲۸]

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = f(\phi) = -\frac{I(E)}{\sigma} = -\frac{I_{corr} (\exp(2.303(\phi_{corr} - \phi)/\beta_a) - \exp(-2.303(\phi_{corr} - \phi)/\beta_c))}{\sigma} \quad (21)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = f(\phi) = -\frac{I(E)}{\sigma} = -\frac{I_{corr} (10^{(\phi_{corr}-\phi)/\beta_a} - 10^{(\phi-\phi_{corr})/\beta_c})}{\sigma} \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} Lhs \end{bmatrix}_{m \times m} = \begin{bmatrix} \phi_1 = ? \\ \vdots \\ \phi_k = ? \\ \phi_{k+1} = p_{k+1} \\ \vdots \\ \phi_{k+j} = p_{k+j} \\ \phi_{k+j+1} = ? \\ \vdots \\ \phi_m = ? \end{bmatrix}_{m \times 1} = \begin{bmatrix} Rhs \end{bmatrix}_{m \times m} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial n} = q_1 \\ \vdots \\ \frac{\partial \phi_k}{\partial n} = q_k \\ \frac{\partial \phi_{k+1}}{\partial n} = ? \\ \vdots \\ \frac{\partial \phi_{k+j}}{\partial n} = ? \\ f(\phi_{k+j+1}) \\ \vdots \\ f(\phi_m) \end{bmatrix}_{m \times 1} \quad (23)$$



شکل ۴- روندنمای الگوریتم حل مسأله‌ی حفاظت کاتدی

۴- نتایج و بحث

مرزی به صورت مسأله‌ی انتقال حرارت امکان مقایسه‌ی جواب آن با جواب حاصل از نرم‌افزارهای تجاری انتقال حرارت که در بازار موجود هستند، مهیا گردید. بدین ترتیب صحت عملکرد نرم‌افزار المان مرزی با حل مسأله‌ی انتقال حرارت هم‌ارز مسأله‌ی حفاظت کاتدی و مقایسه‌ی جواب آن با جواب نرم‌افزار تجاری ANSYS مورد بررسی قرار گرفته است [۳۰].

جدول ۱ مقایسه‌ی یک به یک پارامترهای مسأله‌ی انتقال حرارت و مسأله‌ی حفاظت کاتدی و میزان شباهت آنها را به همدیگر نشان می‌دهد.

با نظر به اینکه نرم‌افزار تجاری حفاظت کاتدی برای صحنه‌گذاری نرم‌افزار ایجاد شده در دسترس نبود، برای انجام مرحله‌ی صحنه‌گذاری، از تشابه روابط ریاضی حفاظت کاتدی و مسأله‌ی انتقال حرارت استفاده شد. جدول ۱ مقایسه‌ای را بین این دو مسأله فیزیکی - الکتروشیمیایی که هر دو توسط معادله‌ی ریاضی لاپلاس بیان می‌شوند نشان می‌دهد. در این جدول سعی شده است که معادله‌های حفاظت کاتدی با پارامترهای مختلف، که در مدل انتقال حرارت تشعشی تعریف می‌شود، آورده شود. با تعریف مسأله المان

جدول ۱- مقایسه مدل ریاضی حفاظت کاتدی با مدل ریاضی انتقال حرارت مشابه با آن [۳۰]

مورد مقایسه	مدل ریاضی حفاظت کاتدی به روش اعمال جریان بر سازه‌ی غوطه‌ور در آب دریا	مدل ریاضی تحلیل حرارتی در شرایط پایا Steady-State Thermal Analysis
ثابت و متغیرهای اصلی	ϕ پتانسیل الکتریکی - (Volt) i دانسیته جریان (شار الکتریکی) - (Amp/m^2) σ رسانایی الکتریکی - ($1/\text{ohm.m}$)	T دما (Kelvin) q شار حرارتی (Watt/m^2) k رسانایی حرارتی ($\text{Watt}/\text{Kelvin.m}$)
معادله حاکم بر دامنه	معادله لاپلاس $\nabla^2 \phi = 0$	معادله لاپلاس $\nabla^2 T = 0$
دامنه	آب دریا با مرز بسته که همان سطح سازه است	جسمی که در نرم‌افزار مدل شده است
روش عددی	با توجه به بی‌نهایت بودن دامنه روش المان مرزی انتخاب شده است.	Ansys به روش المان محدود عمل می‌کند (بنابراین مجبور به معرفی یک مرز به عنوان بی‌نهایت و المان‌بندی دامنه بین سطح سازه و این مرز می‌باشیم)
ارتباط شار با مجهول	$i = -\sigma \frac{\partial \phi}{\partial n}$	$q = -k \frac{\partial T}{\partial n}$
شرایط مرزی	سطوح آند $i = -\sigma \frac{\partial \phi}{\partial n} = i_A$ سطوح کاتد $i = -\sigma \frac{\partial \phi}{\partial n} = i_C = f(\phi)$ سطوح عایق $i = -\sigma \frac{\partial \phi}{\partial n} = i_I = 0$	سطوح مولد شار حرارتی $q = -k \frac{\partial T}{\partial n} = q_H$ سطوح دارای تشعشع $q = -k \frac{\partial T}{\partial n} = q_R = \epsilon \sigma (T^4 - T_0^4)$ سطوح عایق $q = -k \frac{\partial T}{\partial n} = q_I = 0$
ثابت و متغیرهای شرایط مرزی	n بردار یکه برون‌سو و قایم بر سطح دامنه است i_A دانسیته جریان آندی و یک عدد ثابت است i_C دانسیته جریان کاتدی بوده و توسط تابع غیر خطی از نوع $A \exp(B\phi)$ تعریف می‌شود که A و B اعدادی ثابت می‌باشند که بستگی به منحنی پلاریزاسیون سازه در آب دریا دارند. i_I دانسیته جریان سطوح عایق که صفر است	n بردار یکه برون‌سو و قایم بر سطح دامنه است q_0 شار حرارتی که سطح مولد به مدل می‌دهد بوده و یک عدد ثابت است. q_R شار حرارتی که در اثر تشعشع از سطوح مورد نظر ایجاد می‌شود. ϵ ضریب انتشار و σ ثابت استفان-بولتزمن مقادیری ثابت هستند. T_0 دمای محیط است. q_I شار حرارتی گذرنده از سطوح عایق که صفر است

بر روی کلیه سطوح مرزی وجود خواهد داشت.

• شبیه‌سازی حفاظت کاتدی با استفاده از آند اعمال جریان (شکل ۶) در این حالت برای المان‌های مربوط به سطوح آند دانسیته جریان ثابتی در نظر گرفته می‌شود و با وارد نمودن شاخصه‌های منحنی پلاریزاسیون (تعیین تابع $f(\phi)$)، اعمال روش تکرار عددی و حل دستگاه (۱۴)، امکان نمایش توزیع پتانسیل و یا توزیع دانسیته جریان به دست آمده بر روی کلیه سطوح مرزی وجود خواهد داشت.

• شبیه‌سازی سیستم حفاظت کاتدی هیبریدی (شکل ۷) همانطور که مشاهده می‌شود پتانسیل سطوح سازه در نزدیکی آندهای اعمال جریان از حد حفاظت منفی‌تر شده و در نزدیک آندهای فداشونده زیر حد حفاظت قرار دارد. برای از بین بردن مناطق بالای حد حفاظت کاهش دانسیته جریان آندهای اعمال جریان و یا دور کردن آنها از سطح بررسی می‌شود. در شکل ۸ مشاهده می‌شود که با دور نمودن آندهای اعمال جریان مناطق بالای حد حفاظت حذف شده اما بر مناطق زیر حد حفاظت افزوده می‌شود.

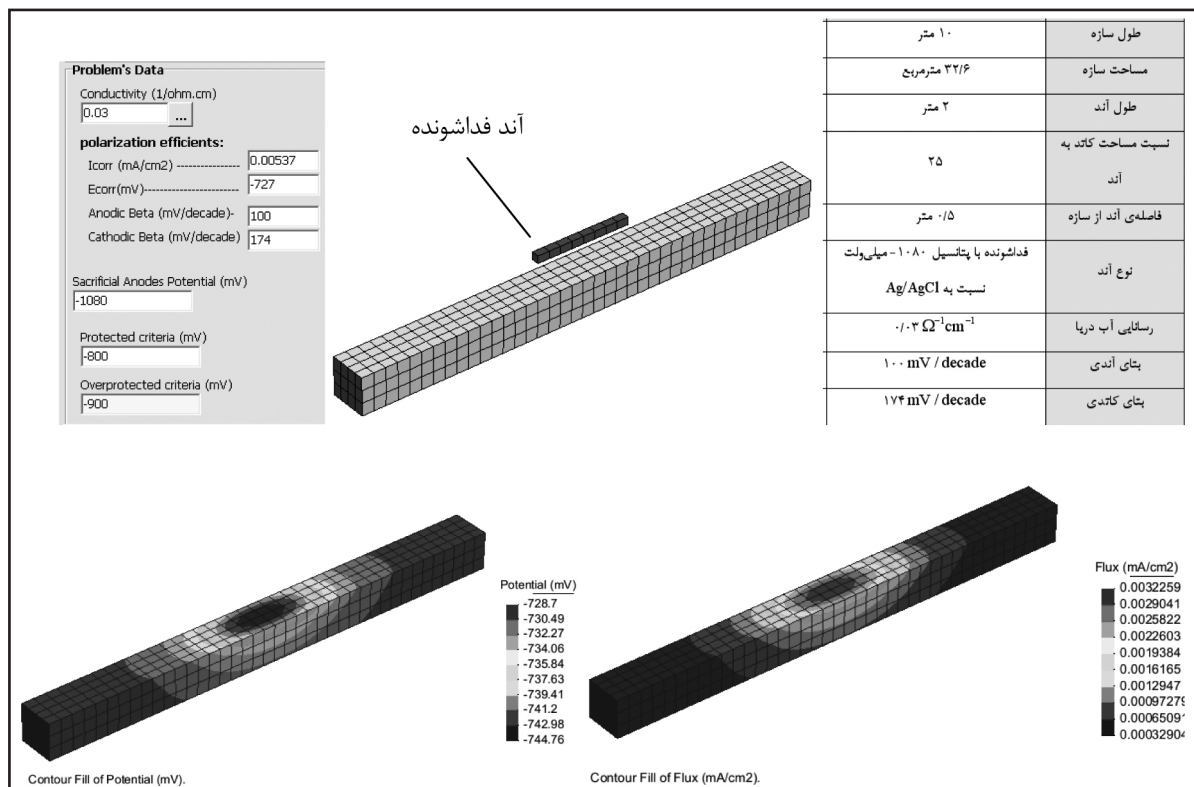
با توجه به شرایط موجود بر این مثال به نظر می‌رسد استفاده از آندهای فداشونده رسیدن به پتانسیل مطلوب را ارضا نمی‌نماید. از اینرو با آند اعمال جریان جایگزین می‌شوند. شکل ۵ نمونه‌ای از حفاظت کاتدی بهینه با استفاده از آندهای اعمال جریان با اعمال ۶ میلی آمپر بر سانتی متر مربع را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که کلیه سطوح در

همانطور که جدول ۱ به اختصار نشان می‌دهد، مسایل مورد بحث تا حد زیادی با هم یکسان هستند. شرط مرزی تشعشع که یک معادله‌ی غیرخطی به شمار می‌رود، برای مدل حرارتی به این دلیل انتخاب شد، که شرط مرزی حاکم بر سطوح کاتد، غیرخطی است. به جز انتخاب نوع روش عددی تنها اختلاف دو مسأله در نوع غیرخطی بودن این شرط مرزی است.

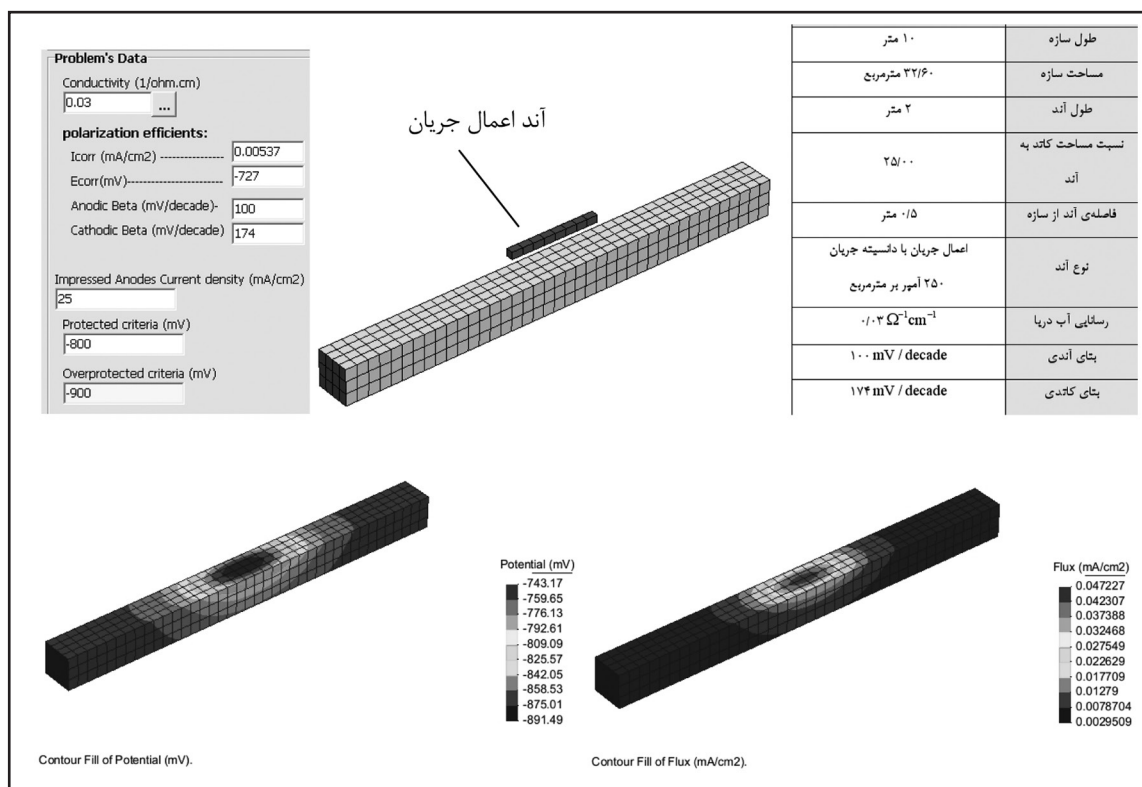
برای ایجاد امکان مقایسه‌ی بهتر لازم شد که برنامه حفاظت کاتدی با اندکی تغییر به برنامه تعیین توزیع دما تبدیل شود تا بتوان یک مدل ریاضی واحد را توسط برنامه‌ی حاضر و نرم‌افزار ANSYS تحلیل و مقایسه نمود [۳۰].

نرم‌افزار ایجاد شده پس از مدل‌سازی هندسی سیستم در نرم‌افزار GID، قابلیت تعیین و نمایش توزیع پتانسیل و یا دانسیته جریان در انواع سیستم‌های حفاظت کاتدی برای مسایل پتانسیل خارجی با هندسه‌های گوناگون و با هر تعداد سطح مرزی، را داراست. در زیر به پاره‌ای از آنها اشاره می‌گردد.

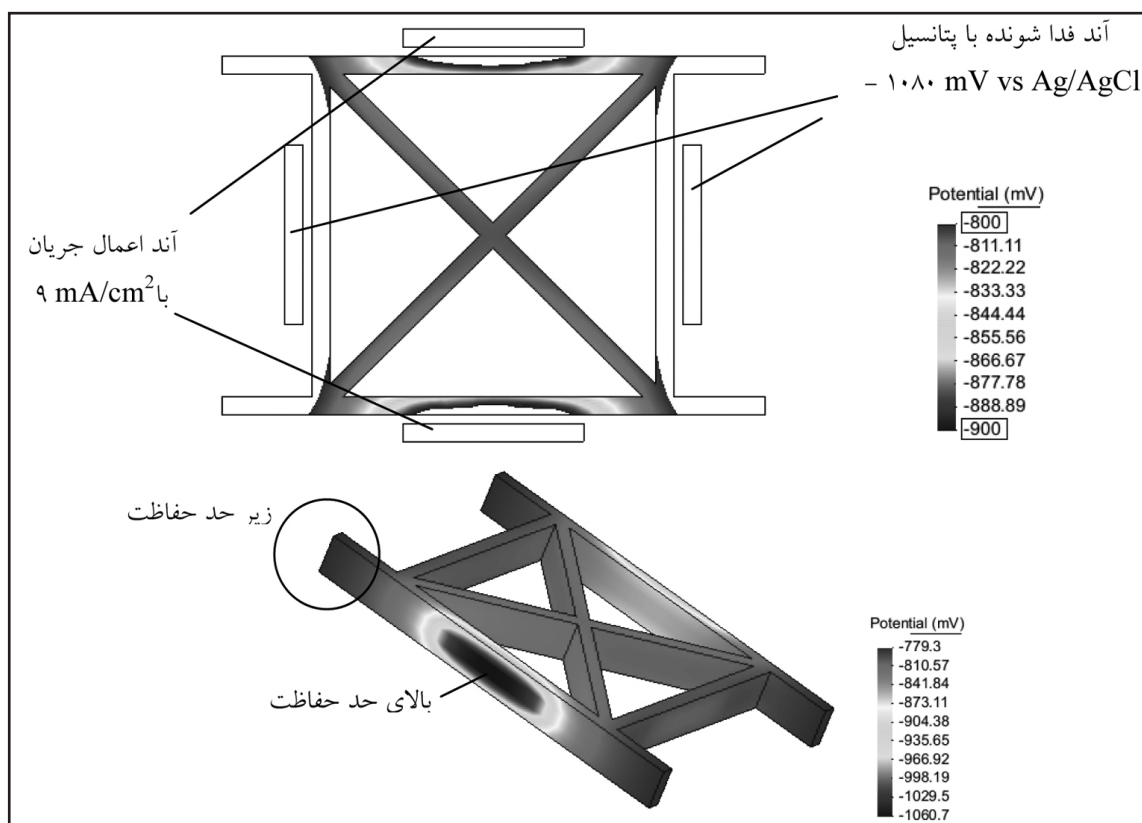
• شبیه‌سازی حفاظت کاتدی با استفاده از آند فدا شونده (شکل ۵) در این حالت برای المان‌های مربوط به سطوح آند پتانسیل ثابتی در نظر گرفته می‌شود و با وارد نمودن شاخصه‌های منحنی پلاریزاسیون (تعیین تابع $f(\phi)$)، اعمال روش تکرار عددی و حل دستگاه (۱۴)، امکان نمایش توزیع پتانسیل و یا توزیع دانسیته جریان به دست آمده



شکل ۵- مدل هندسی یک نمونه سیستم حفاظت کاتدی فداشونده به همراه نتایج حاصله



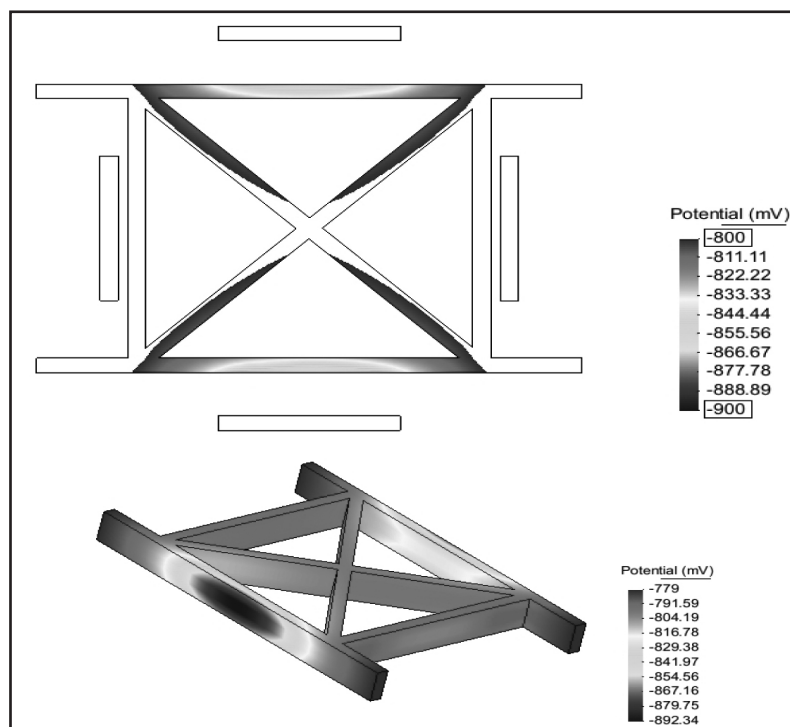
شکل ۶- مدل هندسی یک نمونه سیستم حفاظت کاتدی اعمال جریان به همراه نتایج حاصله



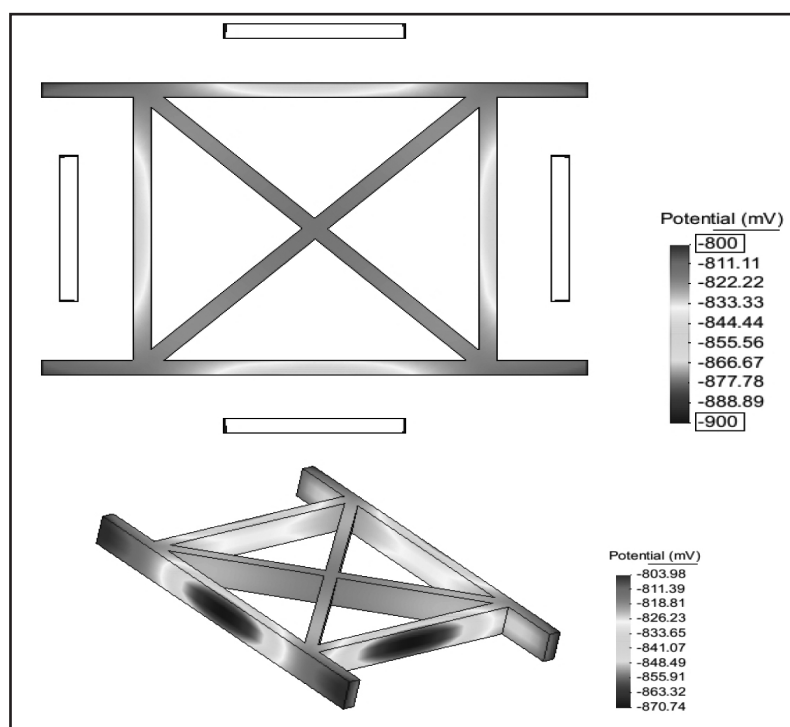
شکل ۷- مناطق حفاظت شده یک نمونه سیستم حفاظت کاتدی هیبریدی

هر یک به تنهایی و یا در کنار همدیگر می‌توانند در توزیع پتانسیل به دست آمده دخیل باشند. لیکن در اینجا یکی از حالاتی که منجر به توزیع پتانسیل بهینه می‌شود در نظر گرفته شده است.

محدوده‌ی حد حفاظت که مابین ۸۰۰- و ۹۰۰- میلی‌ولت نسبت به الکتروود مرجع کلرید نقره در نظر گرفته شده، قرار دارد. بدیهی است تغییر دادن پارامترهای دیگر نظیر تغییر جنس آند فداشونده، تغییر ابعاد آندها، استفاده از آندهای بیشتر و دور و نزدیک کردن آندها از سطح



شکل ۸- حذف مناطق بالای حد حفاظت با دور کردن آندهای اعمال جریان



شکل ۹- توزیع پتانسیل بهینه با استفاده از ۴ آند اعمال جریان

نتیجه‌گیری

شبیه‌سازی به منظور طراحی و تحلیل حفاظت کاتدی بر روی سازه‌های جدید کاربردی است. بهینه نمودن اندازه‌ی آند و فاصله‌ی آن از سطح سازه، انتخاب نوع آند، تعداد و نحوه‌ی توزیع آندها همگی توسط مدل‌سازی رایانه‌ای پیشنهادی قابل بررسی است و از برنامه‌ی حاضر می‌توان برای بهینه‌سازی طراحی حفاظت کاتدی انواع سازه‌ها، کشتی‌ها و امثال آنها در ترکیب با یک الگوریتم بهینه‌سازی مناسب بهره جست.

نرم‌افزار ایجاد شده قادر به حل مسایل حفاظت کاتدی در دامنه‌ی خارجی به روش المان مرزی است. با انتخاب روش المان مرزی، برای مدل‌سازی هندسی کافیت سازه و آندها رسم شوند و المان‌بندی فقط بر روی سطوح آنها انجام شود. برای حل مسأله‌ی حفاظت کاتدی در سیستم هیبریدی کافیت شرایط مرزی مربوط به سیستم‌های فداشونده و اعمال جریان در کنار همدیگر قرار گیرند.

مراجع

- [1] General principles of cathodic protection in sea water, BSI, EN 12473:2000.
- [2] Cao Sheng-shan, Wang Qing-zhang and Zhang Man-ping, Numerical modelling for offshore platform cathodic protection-local system, Chinese Journal of Oceanology and Limnology, Science Press, co-published with Springer-Verlag GmbH, Volume 13, Number 3 / September, 1995.
- [3] j.x.Jia, G.Song, A. Atrens, D.St John, J. Baynham and G. Chandler, Evaluation of the BEASY program using linear and piecewise linear approaches for the boundary conditions, Material and Corrosion, No.11,2004.
- [4] L. Bortels and J. Deconinck, Numerical simulation of the cathodic protection of pipeline networks under various stray current interferences, in modeling of cathodic protection systems, WIT press, 2005.
- [5] Telles, J.C.F., Mansur, W.J., Wrobel, L.C. and Marinho, M.G., Numerical simulation of a cathodically protected semisubmersible platform using the PROCAT system, Corrosion, 46, 1990, Pp. 513-518.
- [6] Cicognani, P., Gasparoni, F., Mazza, B. and Pastore, T., Application of the boundary element method to offshore cathodic protection modeling, Journal of the Electrochemical Society, 137, 1990, Pp.1689-1695.
- [7] Finolly, G. and Gernay, A., Application of the boundary element method to cathodic protection design of vessels, Boundary Elements X, Springer-Verlag, Berlin, 1988.
- [8] Surkein, M.B., pfister, J.A.S., Taylor, M., Osvoll, H. and Strommen, R.D., Cathodic protection design analysis and review of electrical isolation requirements, Material Performance, 32, 1993, Pp. 25-30.
- [9] Les, S.H., Townley, D.W. and Eshum, K.O., A boundary element model of cathodic well casing protection, Journal of computational Physics, 107,1993, Pp. 338-347 .
- [10] DeGiorgi, V.G. and Hamilton, C.P., Coating integrity effects on impressed current cathodic protection system parameters, Boundary Elements XVII, Computational Mechanics Publications, Southampton, 1995.
- [11] DeGiorgi, V.G., Thomas III, E.D. and Lucas, K.E., Scale effects and verification of modeling of ship cathodic protection systems, Engineering Analysis with Boundary Elements, 22,1995, Pp. 41-49.
- [12] Orazem, M.E., Esteban, J.M., Kennelley, K.J. and Degerstedt, R.M., Mathematical model for cathodic protection of an underground pipeline with coating holidays, part 2-Case studies of parallel anode cathodic protection systems, Corrosion, Vol. 53, 1997, Pp. 427-436.
- [13] Wrobel, L. C. and Aliabadi, "The Boundary Element Method, Vol 1, applications in Thermo-Fluids and Acoustics, John Wiley & Sons, LTD.
- [14] K.Amaya, Mathematical modeling for corrosion analysis, modeling of cathodic protection systems, Advances in boundary Elements Vol.12, WITPress, 2005

[۱۵] محرمی، ح.، شهرابی فراهانی، ت. و شورابی، ح.، بهینه‌سازی سیستم حفاظت کاتدی در سازه‌های دریایی، نشریه استقلال، سال ۲۶، شماره ۱ ص ۴۹-۶۳، شهریور ۱۳۸۶.

- [16] W. Sun, Guangwei Yuan and Y. Ren, Iterative algorithms for impressed cathodic protection systems. INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING, Vol. 49, 2000, Pp.751-768.
- [17] Gernot Beer, Ian Smith and Christian Duenser, The boundary element method with programming for Engineers and scientists, springer, 2008.
- [18] Kakuba, G.. the Impressed Current Cathodic Protection System, 2005
- [۱۹] مارس. ج. فونتانا، ترجمه دکتر احمد ساعتچی، مهندسی خوردگی، ویرایش سوم، چاپ پنجم، دانشگاه صنعتی اصفهان، ۱۳۸۴.
- [20] Optimisation of the cathodic protection system design of military ships according to two requirements: cathodic protection and Electromagnetic silencing, Ministere De La Defense, France. (www.leg.ensieg.inpg.fr)
- [۲۱] جرال، ویتلی؛ ترجمه علی محمد پورپاک؛ محاسبات عددی؛ آنالیز عددی کاربردی برای رشته‌های مهندسی و علوم همراه با ۳۰۰ برنامه‌ی کامپیوتری به زبان‌های C، PASCAL، FORTRAN، MATLAB شامل ۳۰۰ مساله با جواب، ویراست دوم، چاپ پنجم؛ تهران: سازمان انتشارات جهاد دانشگاهی (دانشگاه تهران)، ۱۳۸۳.
- [22] Basics of Electrochemical Corrosion Measurement, Getting Started with Electrochemical Corrosion Measurement, Gamry Instruments © 1997-2005, <http://www.gamry.com>
- [23] SoftCorrTM III, Corrosion Measurement Software Instruction Manual, Copyright © 1997 EG&G INSTRUMENTS CORPORATION.
- [24] K.Amaya & S.Aoki., Optimum design of cathodic protection using the Boundary Element Method, Tokyo, japan, WIT Transactions on Engineering Sciences, Vol48, 2005.
- [25] Munn RS, Clark JH. Use of numerical techniques and microcomputers to predict corrosion rates on underground metallic structures. Corrosion 1979, 126, Pp. 2057-2063.
- [26] Steven Hou L, Sun W. Numerical methods for optimal control of impressed cathodic protection system. International Journal for Numerical Methods in Engineering 1994, 37, Pp. 2779-2796.
- [27] Sun W. The optimal control of cathodic protection in ship building. Applied Mathematical Modelling 1996; 20, Pp. 823 - 828.
- [28] Zamani NG. Computer aided design cathodic protection system. Contractor Report, CR=86=419, Defence Research Establishment Atlantic, Canada, 1986.
- [29] C.A.Brebbia and J.Dominguez, Boundary elements An Introductory Course, second edition, WITPress, 1992.
- [۳۰] خوشحال-م، شبیه‌سازی طراحی بهینه حفاظت کاتدی به روش اعمال جریان بر سکوی دریایی فراساحلی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد به راهنمایی دکتر تقی شهبازی فراهانی و دکتر سیامک سراج‌زاده، دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۸۷.