

ساده کردن عبارت های توان دار :

جمع و تفریق اعداد توان دار

به طور کلی قانون خاصی برای جمع و تفریق اعداد تواندار وجود ندارد ولی اگر اعداد تواندار ویژگی های زیر را داشته باشند :

(۱) جمع و تفریق عدد تواندار با پایه و توان یکسان:

مثال :

$$۳^۵ + ۳^۵ + ۳^۵ = ۳ \times ۳^۵ = ۳^۶$$

(۲) جمع و تفریق چند عدد توان دار با پایه های برابر و توان های مختلف :

مثال:

$$۲^{۵۰} + ۲^{۴۹} + ۲^{۴۸} = ۲^{۴۸}(۲^۲ + ۲^۱ + ۲^۰) = ۲^{۴۸}(۴ + ۲ + ۱) = ۲^{۴۸} \times ۷$$

(۳) جمع و تفریق عبارت های توان دار با پایه و توان مختلف :

مثال:

$$\text{الف) } ۲^{۱۶} + ۴^۸ = ۲^{۱۶} + (۲^۲)^۸ = ۲^{۱۶} + ۲^{۱۶} = ۲ \times ۲^{۱۶} = ۲^{۱۷}$$

$$\text{ب) } ۳^{۳۵} + ۹^۱۸ = ۳^{۳۵} + (۳^۲)^{۱۸} = ۳^{۳۵} + ۳^{۳۶} = ۳^{۳۵}(۳^۰ + ۳^۱) = ۳^{۳۵} \times ۴$$

مثال : حاصل عبارت های زیر را به صورت عددی تواندار بنویسید؟

$$\text{الف) } \frac{۳^{۲۰} - ۳^{۱۷}}{۵^{۱۷} + ۵^{۱۹}} =$$

پاسخ:

$$\frac{۳^{۲۰} - ۳^{۱۷}}{۵^{۱۷} + ۵^{۱۹}} = \frac{۳^{۱۷}(۳^۳ - ۳^۰)}{۵^{۱۷}(۵^۰ + ۵^۲)} = \frac{۳^{۱۷}(۲۶)}{۵^{۱۷}(۲۶)} = \frac{۳^{۱۷}}{۵^{۱۷}} = \left(\frac{۳}{۵}\right)^{۱۷}$$

$$\text{ب) } \frac{۵^{۱۷} - ۵^{۱۶} - ۵^{۱۵}}{۳^{۱۷} + ۳^{۱۷} + ۳^{۱۵}} =$$

پاسخ

$$\frac{۵^{۱۷} - ۵^{۱۶} - ۵^{۱۵}}{۳^{۱۷} + ۳^{۱۷} + ۳^{۱۵}} = \frac{۵^{۱۵}(۵^۲ - ۵^۱ - ۵^۰)}{۳^{۱۵}(۳^۲ + ۳^۲ + ۳^۰)} = \frac{۵^{۱۵}(۱۹)}{۳^{۱۵}(۱۹)} = \frac{۵^{۱۵}}{۳^{۱۵}} = \left(\frac{۵}{۳}\right)^{۱۵}$$

کاربرد توان :

نوشتن اعداد بعد از تجزیه به صورت تواندار :

همانطور که اشاره شد می توان اعداد را پس از تجزیه به صورت تواندار نوشت

مثال:

$$۴۸ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳ = ۲^۴ \times ۳$$

$$۱۰۸ = ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳ \times ۳ = ۲^۲ \times ۳^۳$$

با توجه به تجزیه می توان حاصل ضرب اعداد را به صورت تواندار نوشت:

مثال:

$$۷۵ \times ۲۷ \times ۲۵ =$$

$$۷۵ = ۵ \times ۵ \times ۳ = ۵^۲ \times ۳$$

$$۲۷ = ۳ \times ۳ \times ۳ = ۳^۳$$

$$۲۵ = ۵ \times ۵ = ۵^۲$$

$$۷۵ \times ۲۷ \times ۲۵ = ۵^۲ \times ۳ \times ۳^۳ \times ۵^۲ = ۵^۴ \times ۳^۴ = ۱۵^۴$$

مثال :

$$۵۱ \times ۳۴ =$$

$$۵۱ = ۳ \times ۱۷$$

$$۳۴ = ۲ \times ۱۷$$

$$۵۱ \times ۳۴ = (۳ \times ۱۷) \times (۲ \times ۱۷) = ۳ \times ۲ \times ۱۷^۲$$

عبارت های جبری و توان :

در این قسمت بین توان و آنچه درباره ی عبارت های جبری آموختیم ارتباط برقرار میکنیم

مثال :

$$\text{الف) } 3a^2b(2a + 3b) =$$

$$3a^2b(2a + 3b) = (3a^2b \times 2a) + (3a^2b \times 3b) = 6a^3b + 9a^2b^2$$

$$\text{ب) } 2ab^3c^2(a^2 + 3b + 4c^2) =$$

$$2ab^3c^2(a^2 + 3b + 4c^2) = (2ab^3c^2 \times a^2) + (2ab^3c^2 \times 3b) + (2ab^3c^2 \times 4c^2) =$$

$$2a^3b^3c^2 + 6ab^4c^2 + 8ab^3c^4$$

تعیین ب.م.م و ک.م.م

ب.م.م : حاصل ضرب پایه های مشترک با کمترین توان

ک.م.م : حاصل ضرب پایه های مشترک و غیر مشترک با بیش ترین توان

مثال :

ب.م.م و ک.م.م هر جفت از اعداد زیر را به صورت حاصل ضربی از اعداد توان دار بنویسید:

$$\text{الف) } 5^7 \times 7^5 \text{ و } 5^3 \times 3^5$$

پاسخ:

$$\text{ب.م.م} = 5^3$$

$$\text{ک.م.م} = 5^7 \times 3^5 \times 7^5$$

$$\text{ب) } 14 \times 18 \times 21 \text{ و } 15 \times 51 \times 72$$

$$۱۴ \times ۱۸ \times ۲۱ = ۲ \times ۷ \times ۲ \times ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۷ = ۲^۲ \times ۳^۳ \times ۷^۲$$

$$۱۵ \times ۵۱ \times ۷۲ = ۳ \times ۵ \times ۳ \times ۱۷ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳ = ۲^۳ \times ۳^۴ \times ۵ \times ۱۷$$

اعداد حاصل:

$$۲^۲ \times ۳^۳ \times ۷^۲ \quad \text{و} \quad ۲^۳ \times ۳^۴ \times ۵ \times ۱۷$$

$$\text{م.م.ب.} : ۲^۲ \times ۳^۳$$

$$\text{م.م.ک.} = ۲^۳ \times ۳^۴ \times ۵ \times ۷^۲ \times ۱۷$$

تمارین :

صفحه ۱۱۰ و ۱۱۱ کتاب تکمیلی در قسمت تمرین دفتر