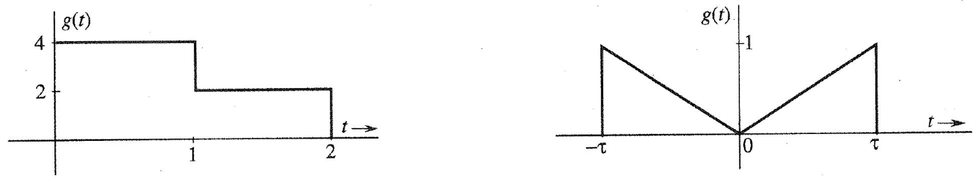
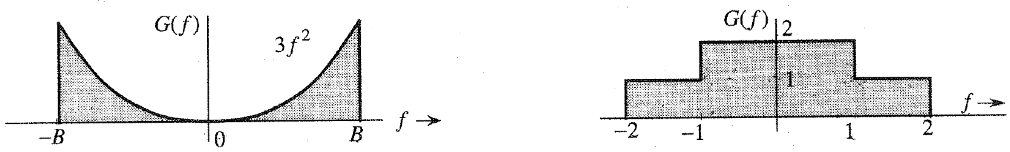
تمرینهای سری دوم اصول سیستم های مخابراتی - دانشگاه مهندسی فناوری های نوین قوچان

۱- تبدیل فوریه سیگنالهای زیر را به ساده ترین شکل ممکن (استفاده از خواص و سایر روشهای غیرمستقیم) بدست آورید.
راهنمایی: سیگنالها را بر حسب تابع $\Pi(.)$ و $\Lambda(.)$ بیان کنید.



(a) (b)

۲- عکس تبدیل فوریه سیگنالهای زیر را به ساده ترین شکل ممکن (استفاده از خواص و سایر روشهای غیرمستقیم) بدست آورید.
راهنمایی: طیفهای داده شده را با کمک تابع $\Pi(.)$ بیان کنید.



(a) (b)

۳- نشان دهید:

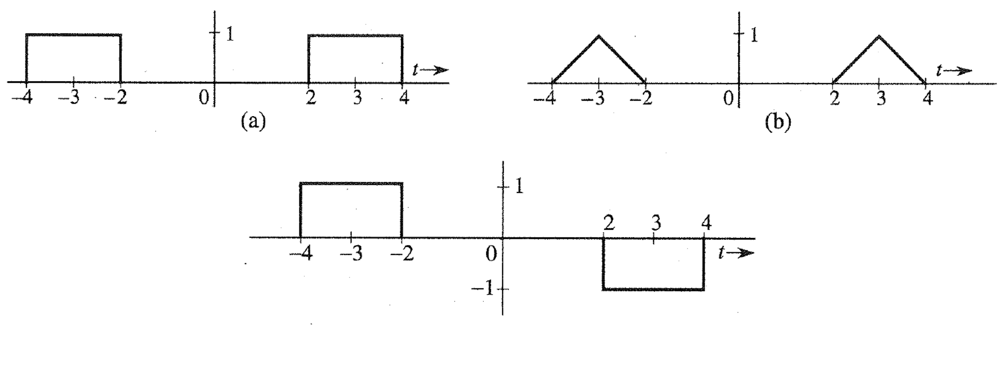
$$\frac{1}{2}[\delta(t)+\frac{j}{\pi t}] \longleftrightarrow u(f) \qquad (۱)$$

$$\delta(t+T)+\delta(t-T) \longleftrightarrow 2\cos 2\pi fT \qquad (۲)$$

$$g(t+T)+g(t-T) \longleftrightarrow 2G(f)\cos 2\pi fT \qquad (۳)$$

$$g(t+T)-g(t-T) \longleftrightarrow 2jG(f)\sin 2\pi fT \qquad (۴)$$

۴- الف) با استفاده از نتایج سوال قبل، تبدیل فوریه سیگنالهای زیر را بیابید.



ب) اگر آخرین سیگنال نشان داده شده در بند قبل در $\cos 2\pi f_0 t$ ضرب شود، مطلوبست رسم شکل سیگنال حوزه زمان و رسم طیف آن.

۵- سیگنال $g(t)=C\cos(2\pi f_0 t+\theta_0)$ را در نظر بگیرید.
الف) نشان دهید داریم:

$$\mathcal{R}_g(\tau) = \frac{C^2}{2}\cos 2\pi f_0 \tau$$
$$S_g(f) = \frac{C^2}{4}[\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)]$$

ب) در حالت کلی نشان دهید اگر $y(t)$ سیگنالی متناوب دارای نمایش سری فوریه به صورت زیر باشد

$$y(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(2\pi n f_0 t + \theta_n)$$

داریم:

$$\mathcal{R}_y(\tau) = C_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty} C_n^2 \cos 2\pi n f_0 \tau$$
$$S_g(f) = C_0^2\delta(f) + \frac{1}{4}\sum_{n=1}^{\infty} C_n^2[\delta(f - nf_0) + \delta(f + nf_0)]$$

۶- سیگنال $y(t) = 20\cos(2\pi 10 t)\cos(2\pi 1000 t) + \cos(2\pi 1010 t)$ را به صورت حاملهای متعامد بیان نمایید.

۷- اگر $f_c = 1000$ و $V_{bp}(f)$ بصورت زیر باشد، مطلوبست:

$$V_{bp}(f) = \begin{cases} 1 & 1000 \le |f| < 1100 \\ \frac{1}{2} & 950 \le |f| < 1000 \\ 0 & \text{oth.} \end{cases}$$

الف) رسم $V_{lp}(f)$

ب) تعیین $v_i(t)$، $v_q(t)$ و $v_{lp}(t)$.

۸- سیگنال باند پایه $v_{lp}(t) = v_i(t) + jv_q(t)$ با پهنای باند W و معادل باند میانی آن را بصورت $v_{bp}(t) = v_i(t)\cos(\omega_c t) - v_q(t)\sin(\omega_c t)$ که در آن $W \ll f_c$ است را در نظر بگیرید. اگر انرژی $v_i(t)$ و $v_q(t)$ به ترتیب برابر E_i و E_q باشد.

الف) نشان دهید $\int_{-\infty}^{\infty} v_{bp}(t)dt = 0$

ب) انرژی $v_{lp}(t)$ را بر حسب E_i و E_q بدست آورید.

۹- برای سیگنالهای داده شده چگالی طیفی توان و خودهمبستگی را تعیین نمایید.

الف) $v(t) = A_0 + A_1\sin(\omega_0 t + \phi)$

ب) $v(t) = A_1\cos(\omega_0 t + \phi) + A_2\sin(2\omega_0 t + \phi)$

۱۰- خودهمبستگی $v(t) = Au(t)$ را بدست آورده و سپس با استفاده از آن توان سیگنال و چگالی طیفی را بیابید.

۱۱- نشان دهید داریم:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \text{sinc}^2\left(\frac{kt}{\pi}\right)dt = \frac{\pi}{k}$$

۱۲- نشان دهید برای سیگنالهای حقیقی $g_1(t)$ و $g_2(t)$ داریم:

$$\int_{-\infty}^{\infty} g_1(t)g_2(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} G_1(-f)G_2(f)df = \int_{-\infty}^{\infty} G_1(f)G_2(-f)df$$

۱۳- نشان دهید:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \text{sinc}(2Bt - m)\text{sinc}(2Bt - n)dt = \begin{cases} 0, & m \ne n \\ \frac{1}{2B}, & m = n \end{cases}$$

راهنمایی: برای حالت $m = n$ از نتیجه تمرین ۱۱ استفاده کنید.

۱۴- در دیاگرام بلوکی شکل زیر نویز $n_i(t)$ دارای تابع خودهمبستگی $R_{n_i}(\tau) = \frac{N_0}{2}\delta(\tau)$ بوده که N_0 مقداری ثابت است و نمایش سری فوریه سیگنال ورودی به صورت $x(t) = \frac{1}{2} + \sum_{k=-\infty, k\ne 0}^{\infty} \frac{\sin(k\frac{\pi}{2})}{k\pi} e^{jk\frac{4}{2}\pi Bt}$ داده شده است. اگر $y(t)$ خروجی کانال به ازاء ورودی $x(t)$ و $n_o(t)$ نویز خروجی کانال به ازاء نویز ورودی $n_i(t)$ باشد و داشته باشیم $H(f) = \frac{1}{2}\Pi(\frac{f}{2B})$ باشد،

الف) مطلوبست تعیین $y(t)$، PSD ، خودهمبستگی یا $R_y(\tau)$، و توان آن.
ب) مطلوبست تعیین PSD نویز خروجی، تابع خودهمبستگی آن یا $R_{n_o}(\tau)$، و توان نویز خروجی.

$$x(t)+n_i(t) \longrightarrow \boxed{H(f)} \longrightarrow y(t)+n_o(t)$$

۱۵ - برای سیگنال $s_{bp}(t)=m_1(t)\cos(\omega_c t)+m_2(t)\cos(\omega_c t+\phi)$، $s_i(t)$ ، $s_q(t)$ ، $A(t)$ ، یا $|s_{lp}(t)|$، و $\Phi(t)$ ، یا $\angle s_{lp}(t)$ ، را بیابید. با فرض $|m_2(t)| \ll |m_1(t)|$ ، مقادیر تقریبی $A(t)$ و $\Phi(t)$ را تعیین نمایید.
راهنمایی: برای x کوچک با استفاده از جمله اول بسط تیلور داریم $(1+x)^{\frac{1}{2}} \approx 1+\frac{x}{2}$

موفق باشید / قربان صباغ