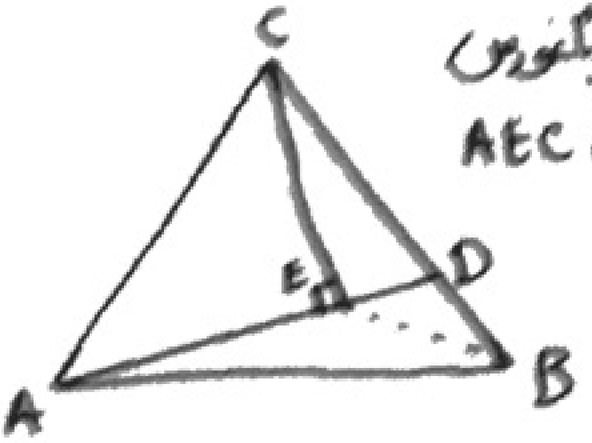
صفحهٔ ۸۴ کتاب تکمیلی هشتم، مسئلهٔ ۱۳

فرضیات:

$AC=\sqrt{6}\ ,\ BC=3,\ AE=\sqrt{3},\ DE=1,\ A\hat{D}B=120^\circ,\ CE\perp AD$



قضیه فیثاغورس در مثلث AEC: $AE^2+CE^2=AC^2 \Rightarrow (\sqrt{3})^2+CE^2=(\sqrt{6})^2$

$\Rightarrow CE=\sqrt{3}.$

پس مثلث ACE قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین است. بنابراین:

$$A\hat{C}E=E\hat{A}C=45.$$

قضیه فیثاغورس در مثلث CED می‌گوید:

$$(CE)^2+(DE)^2=(CD)^2 \rightarrow (\sqrt{3})^2+1^2=CD^2$$

$$\Rightarrow CD=2.$$

چون بنا به فرض مسئله $BC=3$ و $BC=BD+CD$ پس $BD=1$.

بنابراین مثلث $D\hat{E}B$ متساوی‌الساقین است. چون (بنا به فرض) $A\hat{D}B=120^\circ$، پس: $D\hat{E}B=D\hat{B}E=30^\circ$.

از طرفی چون $A\hat{D}B=120^\circ$، پس $A\hat{D}C=60^\circ$ و چون مثلث $C\hat{D}E$ قائم‌الزاویه است پس: $D\hat{C}E=30^\circ$.

بنابراین در مثلث CEB دو زاویهٔ برابر داریم: $D\hat{B}E=D\hat{C}E=30^\circ$. در نتیجه $CE=BE=\sqrt{3}$.

از طرفی چون $CE=AE=\sqrt{3}$، پس مثلث AEB نیز متساوی‌الساقین است و $E\hat{A}B=E\hat{B}A=15^\circ$ (چرا؟!). بنابراین:

$B\hat{A}C=B\hat{A}E+E\hat{A}C=15^\circ+45^\circ=60^\circ;\quad A\hat{B}C=15^\circ+30^\circ=45^\circ\ ,\ A\hat{C}B=45^\circ+30^\circ=75^\circ.$