

یادداشت جلسه‌ی سوم

ترکیبیات و احتمال:

– جواب در همه‌ی سؤالات باید به صورت صریح بیان شود و استفاده از نماد Σ مجاز نیست.

منفی یک) اگر دو تاس بیاندازیم احتمال اینکه مجموع عددهای مشاهده شده ۷ باشد چقدر است؟

صفر) در یک تیم فوتبال ۲۰ سفید و ۲۰ سیاه بازی می‌کنند. بازیکنها برای انتخاب هم اتاقی به گروه‌های دوتایی تقسیم می‌شوند. اگر انتخاب‌ها تصادفی باشند، احتمال اینکه هیچ سیاهی با هیچ سفیدی هم اتاقی نشود را بیابید.

یک) اگر ۱۰ زوج متاهل به تصادف دور یک میز گرد بنشینند، احتمال این را حساب کنید که هیچ مردی پهلویش زنش قرار نگیرد.

دو) ممدجون یک رشته‌ی تصادفی ۵ حرفی با حرف‌های $\sigma = \{A, B, C, D\}$ می‌سازد! هر حرف رشته به طور مستقل و با شانس برابر از مجموعه‌ی σ انتخاب شده است. با این فرض که دست‌کم دو A در رشته باشد، احتمال اینکه دست‌کم سه A در رشته باشد را بیابید.

سه) اعضای دنباله‌ی $a_1, a_2, \dots, a_{1395}$ به طور مستقل و تصادفی از مجموعه‌ی $\{1, 2, \dots, 1395\}$ انتخاب شده‌اند. (یعنی a_i به طور مستقل می‌تواند به طور تصادفی یکی از مقادیر ۱ تا ۱۳۹۵ را داشته باشد.) امید ریاضی تعداد اعضای متفاوت مجموعه‌ی $\{a_1, a_2, \dots, a_{1395}\}$ را محاسبه کنید.

چهار) یک قدم‌زن تصادفی در نظر بگیرید که روی $m+1$ نقطه که دور دایره قرار دارند و با شماره‌های $0, 1, 2, \dots, m$ شماره‌گذاری شده‌اند (شکل زیر)، به این ترتیب حرکت می‌کند که در هر مرحله به احتمال مساوی به یکی از خانه‌های مجاور می‌رود و حرکت را تا وقتی ادامه می‌دهد که همه‌ی شماره‌ها را ببیند. نشان دهید اگر قدم‌زن حرکت خود را از نقطه‌ی صفر شروع کند، احتمال اینکه در نقطه‌ی $i \neq 0$ متوقف شود برابر $\frac{1}{m}$ است.

