

# mathdpt.blog.ir

دپارتمان ریاضی و کامپیوتر  
استعدادهای درخشان مشهد

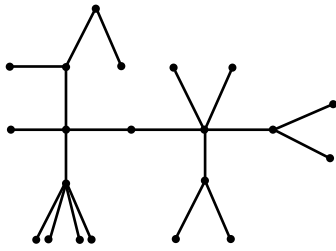
## [ آزمون آمادگی مرحله دوم المپیاد کامپیوتر ]

اردیبهشت ۱۳۹۲

آزمون شماره سه - سبک دو - المپیاد کامپیوتر

۲۰ سوال - ۹۰ دقیقه

« هر چهار پاسخ غلط یک نمره منفی خواهد داشت »



۱- نقشه‌ی چند روستا و راههای میان آنها به صورت مقابل داده شده‌اند.

قرار است چاه آبی در یکی از روستاها برای استفاده مشترک همگی آنها ساخته شود. با توجه به اینکه طول همگی راهها مساوی هستند، چاه در کدام روستا ساخته شود تا مجموع فاصلههای طی شده از همه روستاها به چاه کمینه باشد؟

الف) ۱      ب) ۲      ج) ۵      د) ۴      ه) ۶

۲- برای کدام مقدار  $n$ ، اعداد ۱ تا  $n$  را میتوان طوری به دودسته تقسیم کرد که مجموع اعداد دو دسته برابر باشند؟

الف) ۲۰۱۳      ب) ۲۰۱۴      ج) ۱۳۹۲      د) ۹      ه) ۲۲

۳- سامان و نیما با یکدیگر بازی میکنند، به این صورت که سامان از نیما میخواهد یک عدد چند رقمی به نام  $x$  را انتخاب کند و معکوس آن را،  $\bar{x}$ ، از روی  $x$  بسازد (برای مثال، معکوس  $۹۰۴۰$ ،  $۰۴۰۹$  است). و سپس  $a = x - \bar{x}$  را حساب کنید و علامت آن را نادیده بگیرید. نیما باید یک رقم غیر صفر مانند  $a$  به نام  $p$  را انتخاب کند و آن را به خاطر بسپارد و جمع بقیه رقمهای  $a$  را به سامان بگوید. سامان میتواند از این اطلاعات  $p$  را بدست آورد. اگر مقداری که نیما گفته  $۴۲$  باشد،  $p$  چه عددی است؟

الف) ۱      ب) ۷      ج) ۲      د) ۳      ه) ۹

۴- ۲۹ لامپ داریم که هر کدام به یک کلید متصل است. در آغاز، برخی از لامپها روشن و برخی خاموشاند. ناگهان یک سیم متصل به یکی از لامپها اتصال کوتاه میکند و خراب میشود، فیوز میسوزد و برق قطع میشود. فیوز سوخته، قابل استفاده دوباره نیست و باید تعویض شود. اگر کلید لامپی که اتصال دارد، در وضعیت روشن قرار داشته باشد و فیوز سالمی را جایگزین کنیم، فیوز جدید نیز خواهد سوخت. برای پیدا کردن کلید متصل به اتصال کوتاه چند فیوز جدید لازم است؟

الف) ۳۱      ب) ۱۷      ج) ۱      د) ۱۵      ه) ۳۲

۵- روی یک عدد ۸ بیتی  $a_1 a_2 \dots a_7 a_8$  دو عمل زیر را میتوانیم انجام دهیم.

• شیفت: تغییر آن به  $a_2 a_3 \dots a_7 a_8 a_1$

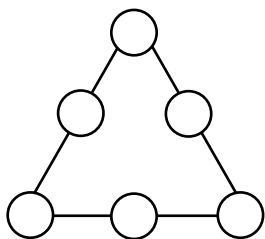
• تبدیل: تغییر آن به  $a_7 a_8 \dots a_1 a_2$  که بیت  $x$  را اگر ۰ باشد، به ۱ و اگر ۱ باشد به ۰ تغییر میدهد.

با چندتا ازین دو عمل میتوانیم  $۱۰۰۰۰۰۱۰$  را به  $۱۱۱۱۰۰۰۰$  تبدیل کنیم؟

الف) ۴      ب) ۵      ج) ۶      د) ۸      ه) ۹

۶- عددهای ۱ تا ۶ را در دایرههای شکل زیر به گونهای قرار میدهیم که مجموع عددها روی هر ضلع برابر  $n$  شود.

$n$  چه مقدارهایی میتواند داشته باشد؟



الف) ۸، ۱۰، ۱۲      ب) ۹، ۱۱، ۱۳

ج) ۱۱، ۱۰      د) ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲

ه) ۹، ۱۲

۷- تعدادی سنگریزه روی میز است. دو نفر به نوبت این بازی را با هم انجام میدهند. هر کس در نوبت خودش اگر  $k$  سنگریزه روی میز باشد، میتواند  $d$  سنگریزه از روی میز بردارد به این شرط که  $k$  بر  $d$  بزرگتر باشد. هر کس با حرکتش باعث شود ۱ سنگریزه باقی بماند برنده میشود. اگر تعداد سنگریزه‌های آغازین در ۱۱ بازی انجام شده به ترتیب ۲، ۳، ...، ۱۲ باشد، در چندتا از این بازیها نفر یکم میتواند به گونهای بازی کند که برنده شود؟

الف) ۴      ب) ۵      ج) ۶      د) ۷      ه) ۸

۸- مجموعه‌ی همهی انسانها را، از آغاز تاریخ تاکنون،  $M$  بنامید. اگر مجموع تعداد فرزندان عضوهای  $M$  برابر  $n$  و مجموع تعداد فرزندان عضوهای  $n$  برابر  $k$  باشد،  $\frac{k}{n}$  به کدام عدد نزدیکتر است؟

الف) ۲      ب) ۴      ج) ۱      د)  $\frac{1}{2}$       ه)  $\frac{3}{2}$

۹- دانش‌آموزان یک کلاس سی نفره در یک آزمون شرکت کرده‌اند. در این آزمون، بالاترین نمره، ۲۰ و پایینترین نمره ۵ بوده است. همچنین میانگین نمره‌ها ۱۲ و نمره‌ی نفر دهم کلاس ۱۵ بوده است. در این کلاس حداکثر چند نفر نمره‌ی کمتر از ۱۰ گرفته‌اند؟

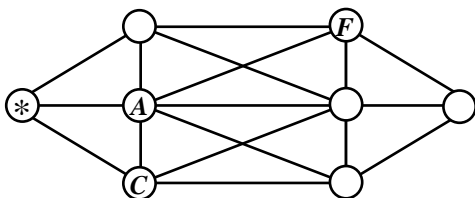
الف) ۱۳      ب) ۱۵      ج) ۱۷      د) ۱۹      ه) ۲۰

۱۰- یک مهره روی صفحه مختصات در نقطه‌های با مختصات نامنفی قرار دارد. اگر مختصات نقطه  $(x, y)$  باشد، در هر گام یک نفر از نقطه‌ی  $(x, y)$  یا نقطه‌ی  $(x, 0)$  به سمت نمره‌ی داه میافتد، مهره را برمی‌دارد، ۹۰ درجه به سمت راست یا چپ می‌چرخد، همان اندازه که آمده است، میرود و اگر در مکانی با مختصات نامنفی بود، مهره را میگذارد، وگرنه مهره را به جای آغازینش برمیگرداند. در طی این عملها مهره‌ها از کدام مختصات میتواند به کدام مختصات رفته باشد؟

الف) از  $(84, 35)$  به  $(91, 49)$       ب) از  $(30, 42)$  به  $(36, 60)$       ج) از  $(9, 12)$  به  $(15, 20)$

د) از  $(0, 5)$  به  $(0, 0)$       ه) از  $(55, 77)$  به  $(7, 11)$

۱۱- حرفهای  $A, B, C, D, E, F, G, H$  را در هشت دایره‌ی شکل زیر، به گونهای قرار دادهایم



که حرفهای قرار گرفته در دو دایره‌های که با یک پاره‌خط به هم متصلاند از نظر الفبایی متوالی نباشند.

در دایره‌های که با \* مشخص شده است، چه حرفی قرار گرفته است؟

الف) این کار امکانپذیر نیست.      ب)  $D$

ج)  $E$       د)  $G$       ه)  $H$

۱۲- یک گروه انسانها شامل ۵ میمون است که میان هر دو میمون رابطهی دوستی یا دشمنی برقرار است. این رابطه دو طرفه است یعنی اگر  $a$  با  $b$  دوست (یا دشمن) باشد،  $b$  با  $a$  دوست (یا دشمن) است. همچنین، میدانیم که دوستِ دوستِ یک میمون و نیز دشمنِ دشمنِ یک میمون با او دوست است. اگر میمون‌ها متمایز نباشند، چند گروه انسانهای گوناگون از لحاظ رابطههای میان گروه میتواند وجود داشته باشد؟

الف) ۱      ب) ۳      ج) ۴      د) ۵      ه) ۸

۱۳- عددهای  $1000, 1200, \dots$  را به این صورت در یک سطر پشت سر هم مینویسم. نخست عدد ۱، سپس، عدد  $1000$ ، عدد ۲، عدد  $999$  و ... برای مثال ۱۸ رقم نخست در این سطر به این صورت هستند:  $1000 \ 1 \ 999 \ 2 \ 998 \ 3 \ 997 \ 4 \ 996 \ 5 \dots$  رقم چهارصد و نود و ششم در این سطر چند است؟

الف) ۱ یا ۹      ب) ۲ یا ۸      ج) ۳ یا ۶      د) ۷ یا ۵      ه) ۴ یا ۸

۱۴- مجموعه‌ی اعداد صحیح ۱ تا ۱۰ چند زیرمجموعه دارد که مجموع عضوهایش عددی زوج است؟

الف) ۵۱۳      ب) ۲۵۶      ج) ۵۱۲      د) ۱۲۷      ه) ۱۲۸

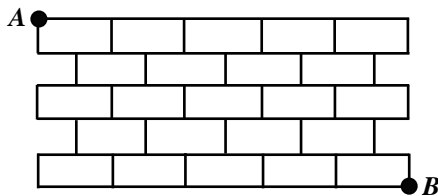
۱۵- یک جدول  $5 \times 5$  را منظم می‌گوییم اگر در هر خانه‌اش یک عدد نوشته شده باشد و در ۲۵ خانه‌اش همگی عددهای ۱ تا ۲۵ آمده باشند. یک جدول  $5 \times 5$  را خوشسطر می‌گوییم اگر حاصلضرب ۵ عدد واقع در هر سطرش نه بر ۳۴ و نه بر ۳۸ بخشپذیر باشد. به همین صورت، یک جدول  $5 \times 5$  را خوشستون می‌گوییم اگر حاصلضرب ۵ عدد واقع در هر ستونش نه بر ۳۴ و نه بر ۳۸ بخشپذیر باشد. چند جدول گوناگون  $5 \times 5$  منظم داریم که هم خوشسطر باشد و هم خوشستون؟

الف) ۲۵!      ب)  $(12! \cdot 13!)$       ج) ۵!      د)  $12! \cdot 10! \cdot 13!$       ه) ۱!

۱۰

۱۶- چهار راننده هر کدام یک خودرو دارند. این چهار نفر به چند روش میتوانند خودروهای خود را با هم عوض کنند، به طوری که هیچکدام از آنها خودروی خود را نزنند؟

الف) ۴      ب) ۶      ج) ۱۸      د) ۹      ه) ۷



۱۷- در شکل مقابل، می‌خواهیم با پیمودن کوتاهترین مسیر روی خطهای شبکه

از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B برویم. این کار به چند روش امکانپذیر است؟

الف) ۱۱      ب) ۲۸

ج) ۳۲      د) ۴۴      ه) ۵۶

۱۸- یک رشته‌ی مخصوص به این صورت تعریف میشود:

•  $a$  یک رشته‌ی مخصوص است.

• اگر  $S$  یک رشته‌ی مخصوص باشد، آنگاه  $Sa$  و  $Sbb$  نیز یک رشته‌ی مخصوص است.

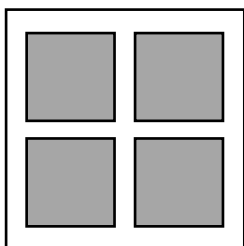
تعداد رشته‌های مخصوص با دقیقاً ۸ حرف چندتا است؟

الف) ۲      ب) ۸      ج) ۱۲      د) ۲۱      ه) ۳۲

۱۹- اگر نمایش عدد دودویی عدد  $W$  را از راست به چپ بنویسیم و صفرهای سمت چپ آن را حذف کنیم،  $W^R$  به دست می‌آید. برای مثال، اگر

$W = (110010)_2 = 50$ ، آنگاه  $W^R = 10011 = 19$ . اگر  $W$  برابر  $12$  باشد،  $W^R$  باشد،  $W$  حداقل چند رقم دارد؟

الف) ۸      ب) ۹      ج) ۱۱      د) ۱۲      ه) هیچکدام



۲۰- شکل مقابل را در نظر بگیرید.

می‌خواهیم تعدادی نقطه‌ی اولیه در قسمت سفید شکل انتخاب کنیم به طوری که بتوان هر نقطه‌ای در قسمت سفید را با یک پاره‌خط راست، که از قسمت سیاه شکل نمی‌گذرد به دستکم یکی از نقاط اولیه متصل کرد. کمینه‌ی تعداد نقاط اولیه چندتا است؟

الف) ۲      ب) ۳      ج) ۴      د) ۵      ه) ۷

سوال	آ	ب	ج	د	هـ
۱		<input checked="" type="checkbox"/>			
۲			<input checked="" type="checkbox"/>		
۳				<input checked="" type="checkbox"/>	
۴			<input checked="" type="checkbox"/>		
۵		<input checked="" type="checkbox"/>			
۶				<input checked="" type="checkbox"/>	
۷			<input checked="" type="checkbox"/>		
۸	<input checked="" type="checkbox"/>				
۹					<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰	<input checked="" type="checkbox"/>				
۱۱				<input checked="" type="checkbox"/>	
۱۲				<input checked="" type="checkbox"/>	
۱۳	<input checked="" type="checkbox"/>				
۱۴			<input checked="" type="checkbox"/>		
۱۵		<input checked="" type="checkbox"/>			
۱۶				<input checked="" type="checkbox"/>	
۱۷					<input checked="" type="checkbox"/>
۱۸				<input checked="" type="checkbox"/>	
۱۹					<input checked="" type="checkbox"/>
۲۰		<input checked="" type="checkbox"/>			