

به نام خدا



آزمون آزمایشی مرحله دوم

۳۱ فروردین ۱۳۹۲ هجری خورشیدی

گروه چلنجر

- سوالات این آزمون طرح شده نیستند و پرسش‌های ۱ و ۲ و ۴ از آقای فولادی می‌باشد و با کسب اجازه از ایشان در این فایل گنجانده شده است. هم‌چنین نقاشی‌های پرسش‌ها از بنیامین دلشاد می‌باشد.
- وقت پیشنهادی برای این آزمون ۳۰۰ دقیقه است.
- هدف از آزمون آشنایی با ایده‌های آن‌ها بوده و سطح آزمون بالاتر از مرحله دوم می‌باشد. بنابراین در صورت عملکرد نارضایت‌بخش، از خود ناامید نشوید.

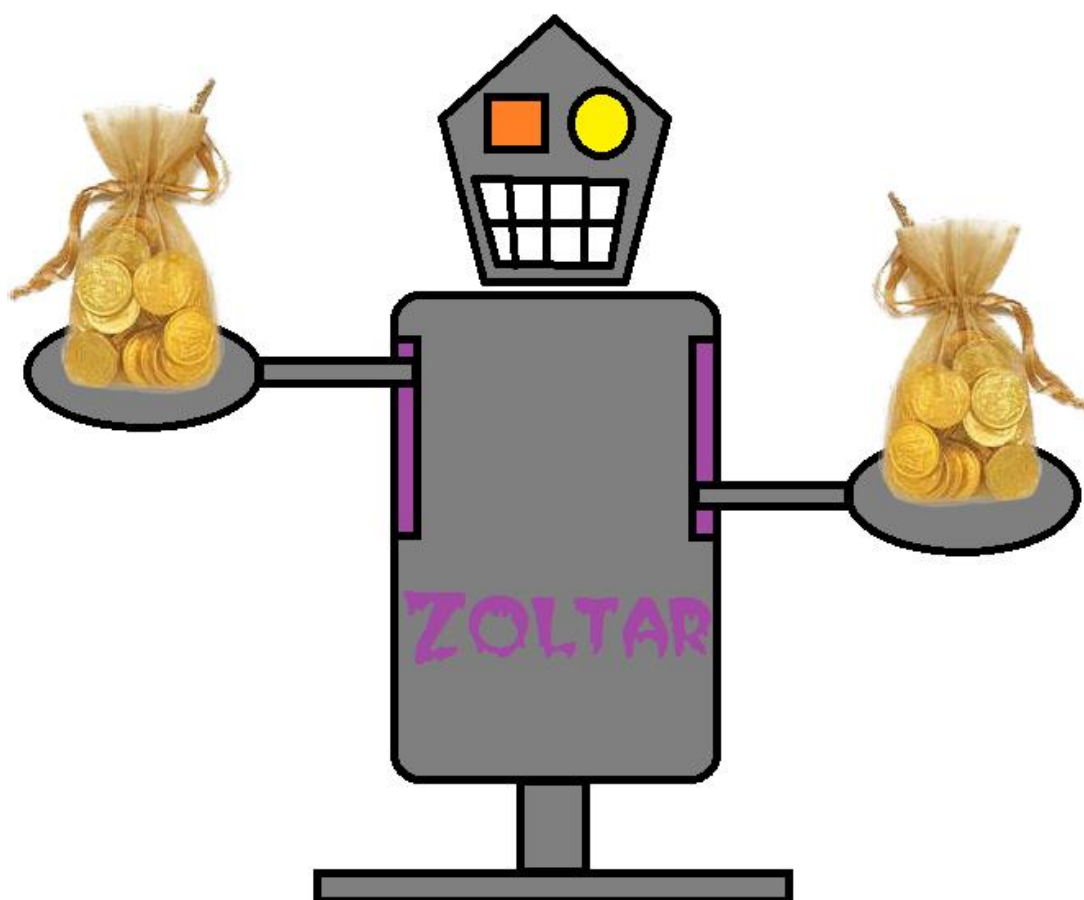
.:Challenger.blog.ir.:

شما، زلتار و سکه‌ها ۲۰ امتیاز

14 سکه دارید. هفت تای آن‌ها اصلی هستند، و وزن 1.000 اونس دارند. هفت تای دیگر تقلبی هستند، و وزن 0.999 اونس دارند. شما نمی‌دانید کدام سکه‌ها اصلی و کدام‌ها تقلبی‌اند. هم‌چنین، با دیدن یا لمس کردن نمی‌توانید اصلی یا تقلبی بودن را تشخیص دهید.

خوش‌بختانه، ربات وزن‌کن زلتار می‌تواند اندازه‌گیری بسیار دقیقی را برای شما انجام دهد. شما می‌توانید هر تعداد سکه را در دو دست زلتار بگذارید، و زلتار کار زیر را انجام خواهد داد:

- اگر وزن‌های دو دستش برابر بودند، زلتار به شما می‌گوید و همه‌ی سکه‌ها را برمی‌گرداند.
 - اگر سکه‌های یکی از دست‌ها سنگین‌تر از سکه‌های دست دیگر بود، زلتار یکی از سکه‌ها را به تصادف برمی‌دارد، به شما می‌گوید کدام دست سنگین‌تر بوده‌است، و بقیه‌ی سکه‌ها را برمی‌گرداند.
- آرمان شما پیدا کردن یک سکه‌ی اصلی است که زلتار بر نداشته باشد. آیا می‌توان به این آرمان دست یافت؟



سیاه و سفید ۲۰ امتیاز

هر یک از عددهای $1, 2, 3, \dots, n$ با سیاه یا سفید رنگ شده‌اند. در هر گام، می‌توان هم‌زمان رنگ سه عدد a, b, c را که $a + c = 2b$ ، تغییر داد. برای چه n هایی هم‌واره می‌توان رنگ همه‌ی عددها را سفید کرد؟

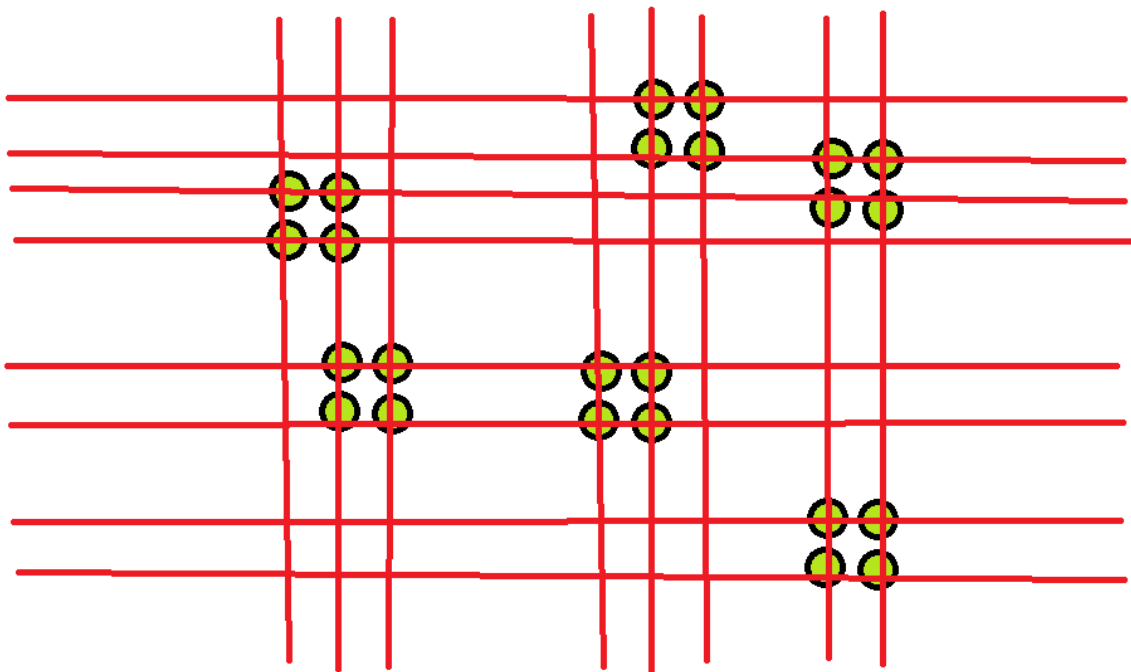


جواد و رخ‌ها ۲۵ امتیاز

یک صفحه مختصات دکارتی در اختیار داریم. یک مجموعه متحد یک مجموعه شامل 4 رخ است که به ترتیب در خانه‌های (i, j) ، $(i, j + 1)$ ، $(i + 1, j)$ و $(i + 1, j + 1)$ باشند و i, j عضو اعداد صحیح باشند. از رخ u می‌توان با مسیری از رخ‌ها به رخ v رفت اگر در طول مسیر هر رخ به غیر از v ، رخ بعدی‌اش را تهدید کند. (دو رخ هم‌دیگر را تهدید می‌کنند اگر در یک سطر یا یک ستون باشند).

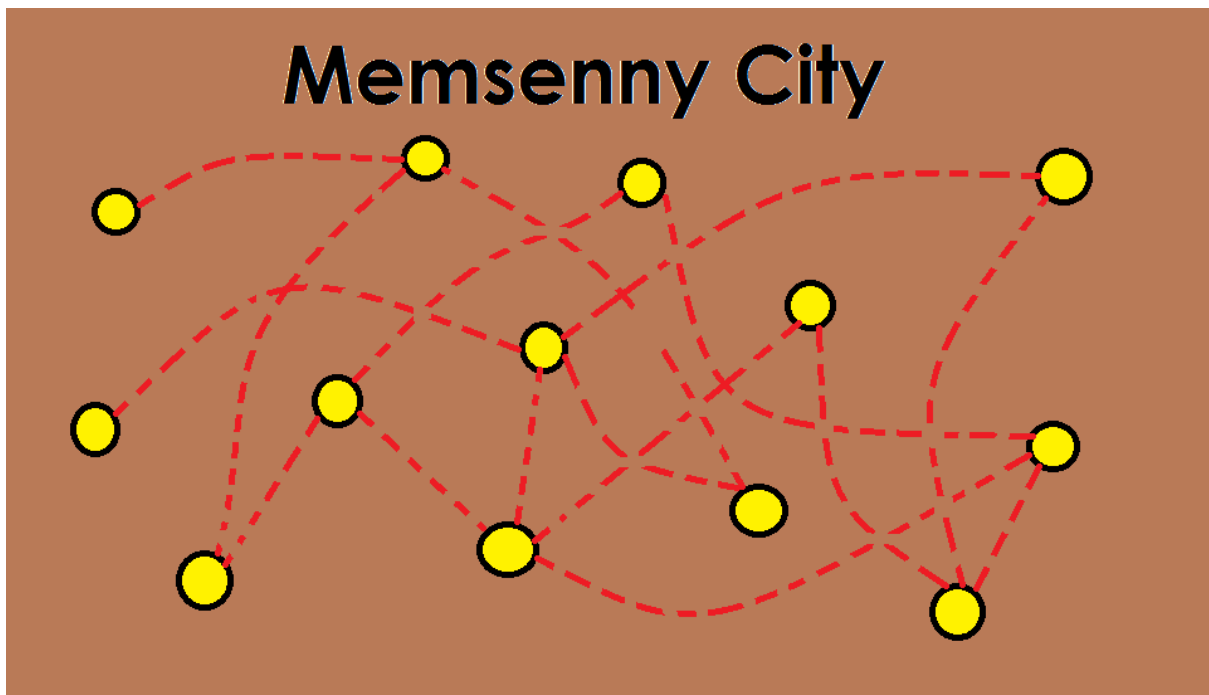
جواد n مجموعه متحد را جوری در صفحه قرار می‌دهد که هیچ‌خانه‌ای شامل دست کم دو رخ نباشد و از هر رخی بتوان به رخ دیگر رفت.

ثابت کنید به ازای هر مقسوم علیه $4n$ مانند x می‌توان رخ‌ها را به گونه‌ای به دسته‌های x تایی افزایش داد به گونه‌ای که در هر دسته، از هر رخ به هر رخ دیگری مسیر وجود داشته باشد.



ممسنی ۳۵ امتیاز

بنیامین و جهان دو باستان‌شناس هستند که درباره‌ی شهر ممسنی کاوش می‌کنند. بنیامین یک نقشه از ممسنی کهن پیدا کرده‌است، ولی آن را به جهان نشان نمی‌دهد. جهان نام‌های تقاطع‌های ممسنی کهن را می‌داند، ولی از وضعیت خیابان‌های میان آن‌ها هیچ آگاهی‌یی ندارد. او بسیار مشتاق است هر چه زودتر از وضعیت خیابان‌های میان تقاطع‌ها آگاهی یابد، و بنیامین با او توافق می‌کند که با هر یک دلار کوتاه‌ترین فاصله میان دو تقاطع گزیده‌شده توسط جهان را بگوید. اگر ممسنی کهن n تقاطع و m تا خیابان داشته باشد، بیشترین پولی که جهان ممکن است مجبور باشد پردازد، چه اندازه است؟ (توجه کنید که جهان از تعداد شهرها باخبر است ولی از تعداد خیابان‌ها خبری ندارد!)



کامیاب باشید!