الف)

برای یافتن ω_0 باید نیروی الکتریکی ناشی از برهم‌کنش بین پروتون و الکترون را محاسبه کنیم و آن را برابر نیروی مرکزگرای وارد بر الکترون قرار دهیم.

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{R^2} = m_e\omega_0^2 R$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{m_e R^3}}$$

م)

طبق راهنمایی آخر سوال، میدان مغناطیسی ناشی از جریان ثابت دایره‌ای شکل i به صورت زیر بدست می‌آید.

$$B_e = \frac{\mu_0 i}{4\pi} 2\pi R \frac{R}{(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

اگر فرض $z \gg R$ را اعمال کنیم، عبارت بالا به رابطه‌ی زیر ساده می‌شود.

$$B_e = \frac{\mu_0 i R^2}{2z^3}$$

از طرفی می‌دانیم برای جریان ناشی از حرکت الکترون، رابطه‌ی $i = \frac{q}{t} = \frac{e\omega_0}{2\pi}$ برقرار است. با جایگذاری i در رابطه‌ی بالا، میدان مغناطیسی ناشی از حرکت الکترون برابر عبارت زیر می‌شود.

$$B_e = \frac{\mu_0 e\omega_0 R^2}{4\pi z^3}$$

ی)

از برابر قرار دادن پاسخ قسمت قبل با عبارتی که در سوال داده شده است، به رابطه‌ی زیر برای m می‌رسیم.

$$m = \frac{e\omega_0 R}{2}$$

د)

می‌دانیم تعداد الکترون‌هایی که در جهت ساعت‌گرد و در جهت پادساعت‌گرد می‌چرخند با هم برابر هستند، پس

$$M = ۰$$

ظ)

مشخص است که در این حالت، رابطه‌ی زیر برای الکترون‌ها برقرار است.

$$m_e \omega^۲ R = \frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰} \frac{e^۲}{R^۲} \pm eR\omega B_۰$$

که علامت $+$ برای الکترون‌های است که در جهت پادساعت‌گرد و علامت $-$ برای الکترون‌هایی که در جهت ساعت‌گرد می‌چرخند. با مراجعه به قسمت‌های قبل و انجام کمی عملیات ریاضی و دقت به اینکه $\Delta\omega \ll \omega_۰$ می‌باشد، داریم

$$m_e R(\omega^۲ - \omega_۰^۲) = \pm eR\omega B_۰$$

$$m_e R(\omega - \omega_۰)(\omega + \omega_۰) = \pm eR\omega B_۰$$

$$m_e R(\Delta\omega)(۲\omega_۰) = \pm eR\omega_۰ B_۰$$

$$\Delta\omega = \pm \frac{eB_۰}{۲m_e}$$

ر)

می‌دانیم مقدار emf القایی از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$$\mathscr{E} = \frac{\Delta(n\Phi)}{\Delta t} = \frac{\Delta n}{\Delta t}\Phi$$

که در آن

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{\omega_۰ R}{۲\pi R} = \frac{\omega_۰}{۲\pi}$$

می‌باشد. در نتیجه

$$\mathscr{E} = \frac{\omega_{\cdot}}{۲\pi} \times B_{\cdot}\pi R^{۲} = \frac{۱}{۲}\omega_{\cdot}B_{\cdot}R^{۲}$$

ف)

با استفاده از نتیجه‌ی قسمت (ظ) و (ر) و انجام کمی عملیات ریاضی داریم

$$\begin{aligned}\Delta K &= \Delta\left(\frac{۱}{۲}m_e\omega^{۲}R^{۲}\right)\\ &= m_eR^{۲}\omega\,\Delta\omega\\ &\approx m_eR^{۲}\omega_{\cdot}\,\Delta\omega\\ &= m_eR^{۲}\omega_{\cdot}\left(\frac{eB_{\cdot}}{۲m_e}\right)\end{aligned}$$

در نتیجه

$$\Delta K = e\mathscr{E}$$

ط)

می‌دانیم $\Delta M = N\Delta m$ می‌باشد؛ که در آن N برابر تعداد کل اتم‌های ماده است. پس نخست مقدار Δm را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta m = \Delta\left(\frac{e\omega_{\cdot}R}{۲}\right) = \frac{eR}{۲}\Delta\omega = \frac{e^{۲}R^{۲}B_{\cdot}}{۴m_e}$$

در نتیجه

$$\Delta M = \frac{e^{۲}R^{۲}NB_{\cdot}}{۴m_e}$$