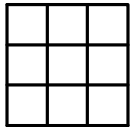


مدت پاسخ‌گویی: ۱۸۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۳۰ سؤال

ویژه‌ی دانش‌آموزان اول، دوم و سوم دبیرستان
فقط صفحه‌ی ۱ تا ۴ و از سؤال ۱ تا ۳۰ را پاسخ دهید.
آزمون دارای نمره‌ی منفی می‌باشد.

۱- به چند طریق می‌توان جدول زیر را با اعداد ۱، ۲ و ۳ پر کرد به طوری که در خانه‌هایی که نسبت به خانه‌ی وسط قرینه هستند اعداد متفاوتی نوشته شود؟

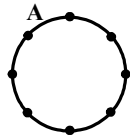


(۱) 6^5
(۲) 3×6^4
(۳) 3^4
(۴) 3^5

۲- مجموعه‌ی $\{9k+5, k \in \mathbb{Z}, 40 \leq k \leq 700\} \cup \{7k+1, k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 1000\}$ چند عضو دارد؟

(۱) ۱۶۶۰ (۲) ۱۶۶۱ (۳) ۱۵۶۶ (۴) ۱۵۶۷

۳- مطابق شکل دایره‌ای به ۸ کمان تقسیم شده است. می‌خواهیم هر بار یک کمان را طوری حذف کنیم که دایره هیچ‌گاه به ۲ قسمت تقسیم نشود و در آخر



کمان A باقی بماند. این کار به چند طریق ممکن است؟

(۱) 6×2 (۲) ۶۴
(۳) $7!$ (۴) ۱۲۸

۴- می‌خواهیم جدولی 2×7 را با استفاده از موزائیک‌هایی با این شکل: استفاده کنیم. این کار به چند طریق ممکن است؟



پر کنیم طوری که دقیقاً یک بار از موزائیک استفاده کنیم.

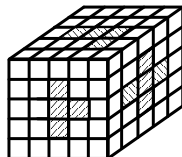


(۱) ۹۱ (۲) ۱۶۸ (۳) ۱۴۷ (۴) ۱۳۸

۵- ۵۰ دانش‌آموز المپیادی در یک صف قرار گرفته‌اند. نفری که در جایگاه i از سمت چپ صف قرار گرفته است، اگر i اول باشد به سمت راست و در غیر این صورت به سمت چپ ایستاده است. دانش‌آموزان برای شرکت در آزمون بسیج همگی با سرعت برابر شروع به حرکت می‌کنند تا از صف خارج شوند. هر ۲ نفری که با هم برخورد می‌کنند بلافاصله تغییر جهت داده و با همان سرعت در جهت مخالف شروع به حرکت می‌کنند. این دانش‌آموزان در مجموع چند بار با هم برخورد می‌کنند؟

(۱) ۴۲۲ (۲) ۳۱۷ (۳) ۵۲۵ (۴) ۳۷۵

۶- مکعب زیر از ۱۲۵ مکعب کوچک تشکیل شده است. مکعب را مطابق شکل از ۳ طرف مانند مکعب‌های مشخص شده، سوراخ کرده‌ایم، و از هر وجه تا وجه روبه‌رو ادامه می‌دهیم. بعد از خارج کردن این مکعب‌ها، چند مکعب باقی می‌ماند؟



(۱) ۶۳ (۲) ۴۷ (۳) ۷۸ (۴) ۶۵

۷- در رودخانه‌ی دوستی ۱۴ سنگ وجود دارد، در ابتدا مبینا روی سنگ ۱ ایستاده، او در هر مرحله می‌تواند خود را به یک یا دو سنگ جلوتر برساند، هم‌چنین اگر روی سنگ‌های ۱ تا ۹ باشد، می‌تواند با یک گام خود را به سنگ ۱۰ برساند، او به چند طریق می‌تواند خود را به سنگ ۱۴ برساند؟

(۱) ۳۳۲ (۲) ۵۴۲ (۳) ۳۷۷ (۴) ۳۵۴

۸- اگر عدد 1392 را به الگوریتم زیر بدهیم، خروجی کدام است؟ ($x = 1392$)

۰- X را از ورودی بخوان.

۱- Y را برابر صفر قرار بده و تا وقتی X از صفر بیش تر است کارهای زیر را انجام بده.

(۱-۱) b را برابر باقی مانده ی X بر ۲ قرار بده.

(۱-۲) b را برابر ۱-b قرار بده.

(۱-۳) Y را برابر $y \times 2 + b$ قرار بده.

(۱-۴) X را برابر خارج قسمت X بر ۲ قرار بده.

۲- Y را به عنوان خروجی برگردان.

۱۳۹۲ (۴)

۶۵۵ (۳)

۱۹۳۰ (۲)

۱۱۷ (۱)

۹- یک جدول 5×5 داریم که با اعداد ۱، ۲ و ۳ پر شده است. در ابتدا در خانه ی پایین سمت چپ آن هستیم و در هر مرحله می توانیم به راست یا بالا برویم تا به خانه ی بالا سمت راست برسیم می خواهیم مجموع اعدادی که از آن ها عبور می کنیم ماکسیموم شود و با شرط این که ماکسیموم یک ۳ در مسیر ببینیم.

۳	۲	۱	۲	۱
۱	۲	۲	۱	۳
۱	۱	۳	۱	۲
۲	۲	۲	۳	۲
۱	۱	۲	۳	۱

۱۴ (۱)

۱۵ (۲)

۱۷ (۳)

۱۶ (۴)

۱۰- دو مجموعه A و B داریم که می توانیم به هر کدام اعداد ۱ تا ۱۰ را بدهیم به چند روش می توان این کار را کرد که $1 \leq |A \cap B| \leq 2$ ؟

۵۱۲ (۴)

$4^{10} - 3^{10} + 5 \times 2^{10}$ (۳)

$10! \left(\binom{10}{2} \times 3^8 + \binom{10}{9} \times 3^9 \right)$ (۱)

۱۱- به چند طریق می توان جدول زیر را با اعداد صحیح پر کرد به طوری که عدد نوشته شده در هر مربع مقسوم علیه مربع های بعدی باشد؟

۱					$3^4 \times 2^4$ $\times 5$
---	--	--	--	--	--------------------------------

۲۲۰ (۲)

$\binom{50}{4}$ (۱)

$\binom{12}{3} \times \frac{9!}{4!4!}$ (۴)

$5 \times 35 \times 35 \times 4$ (۳)

۱۲- پدر عرفان به او ۳۱ سکه داد و به او گفت که در بین این سکه ها ۲ سکه با وزن b تقلبی و ۲۹ سکه با وزن a و سالم وجود دارد و از او خواست که با کمک یک ترازوی ۲ کفه ای به او بگوید که سکه های تقلبی سبک ترند یا سکه های سالم؟

عرفان با حداقل چند بار استفاده از این ترازو می تواند جواب پدر را بدهد؟

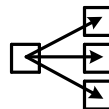
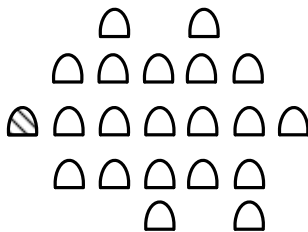
۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۳- بر روی رودخانه ای تعدادی سنگ چیده شده است. قورباغه ای می خواهد از یک طرف رودخانه به طرف دیگر برود. او هر بار می تواند به یکی از سنگ های راست، بالا راست، یا پائین راست سنگ فعلی که روی آن قرار دارد (در صورت وجود) بپرد. او به چند طریق می تواند به آن طرف رودخانه برسد اگر در شروع حرکت روی سنگ سیاه قرار داشته باشد؟



حرکت مجاز:

۳۵ (۴)

۱۱۴ (۳)

۹۱ (۲)

3×4^4 (۱)

۱۴- به چند روش می توان سنگ های با وزن های ۱ تا ۵ را روی هم چید و برج درست کرد به طوری که برج از هیچ جا فرو نریزد؟

یک برج تنها در حالتی فرو می ریزد که یک سنگ روی سنگی قرار گیرد که حداقل ۲ واحد از آن کوچک تر است. (به طور مثال: اگر سنگ ۳ روی سنگ ۲ قرار گیرد برج فرو نمی ریزد اما اگر روی سنگ ۱ قرار گیرد برج فرو می ریزد.)

۱۴ (۴)

$5! - \binom{5}{2}$ (۳)

۱۶ (۲)

۲۴ (۱)

** با توجه به الگوریتم زیر به سؤال‌های ۱۵ تا ۱۷ پاسخ دهید:

۱- اگر $b < a \leftarrow b$ را یک واحد زیاد کن.

۲- $c = c - b$

۳- اگر c برابر صفر نبود برو به یک.

۱۵- اگر در هنگام شروع برنامه $a = ۸۰$ ، $b = ۰$ و $c = ۲۴۱۵$ باشد، در پایان برنامه مقدار b کدام است؟

(۱) ۶۹ (۲) ۷۰ (۳) ۸۰ (۴) برنامه متوقف نمی‌شود.

۱۶- اگر در هنگام شروع برنامه $a = ۷$ و $c = ۶۰$ باشد به ازای چند مقدار مثبت b برنامه پایان می‌یابد؟

(۱) ۱ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۵

۱۷- اگر $a = ۱۰$ ، $b = ۶$ و $c = ۳۵۰$ برنامه در مرحله چندم تمام می‌شود؟

(۱) ۳۵ (۲) ۳۶ (۳) ۳۴ (۴) برنامه متوقف نمی‌شود.

۱۸- ۱۶ مهره قرمز و ۱۶ مهره آبی داریم. با استفاده از ۱۶ مهره از بین این ۳۲ مهره به چند طریق می‌توان یک جدول ۴×۴ را پر کرد طوری که در هر سطر مهره‌های قرمز کنار هم باشند؟

(۱) $۱۲^۴$ (۲) $۱۱^۴$ (۳) $۹^۴$ (۴) $\binom{۵}{۲}^۴$

۱۹- ۴ گونی پر از مهره داریم. می‌دانیم در هر گونی ۱۰۲۴ مهره از یک نوع وجود دارد و می‌دانیم تمام مهره‌های داخل یک گونی از یک وزن هستند اما مهره‌های گونی‌های مختلف وزن‌های متفاوتی دارند و همچنین می‌دانیم وزن مهره‌ها ۱، ۲، ۳ و ۴ است اما نمی‌دانیم هر نوع مهره در کدام گونی است. پدر سارا به او یک ترازوی ۲ کفه‌ای و یک ترازوی یک کفه‌ای داد و از او خواست در کم‌ترین زمان مشخص کند که هر مهره در کدام گونی است! هر بار استفاده از ترازوی ۲ کفه‌ای ۱ دقیقه و هر بار استفاده از ترازوی ۱ کفه‌ای ۳ دقیقه وقت می‌گیرد. کم‌ترین زمان که سارا بتواند نوع مهره‌ها را مشخص کند چه قدر است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۷ (۴) ۳

۲۰- بعد از این که سارا وزن مهره‌ها را مشخص کرد پدرش به او ۱۰ مهره با وزن‌های ۱ تا ۱۰ جایزه داد! اما چون او خواهر و برادر ندارد تصمیم گرفت یک بازی تک نفره با این مهره‌ها انجام دهد! به این صورت که ۱۰ مهره را به صورت شانسی روی یک صف می‌چیند. در هر مرحله هر مهره‌ای که بین ۲ مهره با وزن بیش‌تر از خودش قرار داشته باشد را از صف خارج می‌کند تا جایی که دیگر نتواند این کار را انجام دهد. اگر در پایان ۲ مهره باقی بماند او برنده و در این صورت بازنده است. به ازای چند چینش اولیه‌ی مهره‌ها سارا می‌تواند برنده‌ی بازی باشد؟

(۱) $۲ \times ۸!$ (۲) $۱۰!$ (۳) $۲^۵$ (۴) $۸!$

۲۱- چند عدد ۱۰ بیتی از ۰ و ۱ وجود دارد به طوری که دقیقاً ۳ تا «۱» در آن وجود داشته باشد؟

(۱) $\binom{۹}{۷}$ (۲) $\binom{۱۱}{۷}$ (۳) $\binom{۱۰}{۳}$ (۴) $\binom{۹}{۵}$

۲۲- به یک جایگشت $sa - V!$ هر گاه بتوان آن را به ۲ تکه تقسیم کرد طوری که در یک تکه دنباله‌ای اکیداً صعودی و در دیگری دنباله‌ی اکیداً نزولی داشته باشیم. مثلاً دنباله‌ی $\langle ۱۲۳۵۴ \rangle$ دنباله‌ی وی‌ساست زیرا می‌توان آن را به ۲ زیردنباله‌ی $\langle ۱۲۳۵ \rangle$ (شاخص چپ و صعودی) و $\langle ۵۴ \rangle$ (شاخصی راست و نزولی) تقسیم کرد. به همین ترتیب دنباله‌ی $\langle ۵۳۱۲۴۶ \rangle$ هم یک دنباله‌ی وی‌ساست. چند دنباله‌ی وی‌سا با اعداد ۱ تا ۶ وجود دارد به-طوری که اختلاف تعداد اعضای شاخه‌ی سمت چپ و راست حداکثر ۲ باشد؟

(۱) ۳۵ (۲) ۱۰۰ (۳) ۸۰ (۴) ۱۱۲

۲۳- π زوج خوشبخت دور یک میز گرد برای صرف ناهار نشسته‌اند! که برخی از آن‌ها همیشه راست می‌گویند و بقیه همیشه دروغ. تعداد زنان دروغ‌گو با مردان دروغ‌گو برابر است. در جواب پرسش سمت راست شما چه کسی نشسته است همگی پاسخ دادند یک مرد. π کدام می‌تواند باشد؟

(۱) ۸۱ (۲) ۱۹۲ (۳) ۱۳ (۴) ۵

۲۴- اعداد ۱ تا ۹۲ را دور یک دایره نوشته‌ایم. الگوریتم زیر را روی اعداد انجام می‌دهیم تا در پایان فقط یک عدد روی دایره باشد.
اگر عدد انتخابی X باشد:

- X را حذف کن.
- به X عدد بعدی دور دایره هر کدام یک واحد اضافه کن. (ممکن است به یک عدد چند بار اضافی شود).
- عدد $X+1$ ام دور دایره را انتخاب کن.

اگر اولین عدد انتخابی ۵ باشد، آخرین عددی که روی دایره می‌ماند کدام است؟

- (۱) ۴۲۷۳ (۲) ۴۱۸۱ (۳) ۴۲۷۸ (۴) ۴۱۸۶

۲۵- اعداد ۱ تا ۱۰۰۰ دور یک دایره نوشته شده‌اند. ۲ نفر بازی زیر را روی این اعداد انجام می‌دهند. در هر مرحله یک نفر می‌تواند یک عدد را انتخاب کرده و آن را با مجموع ارقام آن عدد جایگزین کند و این کار به ترتیب دنبال می‌شود تا جایی که کسی نتواند عددی را با عددی جدید جایگزین کند.

اگر در انتها تعداد اعداد فرد بیش‌تر باشد نفر اول ببرد استراتژی برد با کیست اگر تعداد اعداد فرد بیش‌تر باشد نفر دوم ببرد استراتژی برد با کیست؟

- (۱) اول / اول (۲) اول / دوم (۳) دوم / اول (۴) دوم / دوم

۲۶- کیل هفت مهره دارد که می‌خواهد آن‌ها را به یک‌دیگر بچسباند و یک برج درست کند. ۷ مهره شکل‌های یکسان اما وزن‌های متفاوتی دارند که وزن هر مهره روی آن نوشته شده است. او هر بار می‌تواند ۲ مهره انتخاب کرده آن‌ها را به هم بچسباند و مهره جدیدی درست کند. وزن مهره جدید برابر مجموع ۲ مهره سازندهی آن می‌شود. هم‌چنین در هر مرحله اگر ۲ مهره با وزن X و Y را به هم بچسباند به اندازهی $X \times Y$ تومان باید برای چسباندن آن‌ها هزینه‌ی چسب را بردارد.

اگر وزن مهره‌ها در ابتدا ۳، ۲، ۶، ۲، ۴، ۲، ۷ باشد، کم‌ترین هزینه‌ای که او می‌تواند این کار را انجام دهد چه قدر است؟

- (۱) ۲۵۸ (۲) ۳۳۷ (۳) ۲۷۷ (۴) ۲۸۷

۲۷- اگر مربع‌های زیر را با علائم ضرب، جمع، تقسیم و منها پر کنیم چند عدد صحیح مختلف ساخته می‌شود؟ به طور مثال اگر در هر ۳ مربع علامت جمع را بگذاریم عدد ۶ به دست می‌آید.

$$۲ \quad \square \quad ۲ \quad \square \quad ۲ =$$

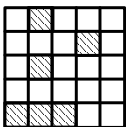
مثال: $۲ + ۲ + ۲ = ۶$

- (۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۶

۲۸- به چند طریق می‌توان جدول ۲×۸ را با تعدادی گوی پر کرد طوری که هیچ ۲ گویی مجاور نباشند؟ (خانه‌ها مجاور ضلعی هستند).

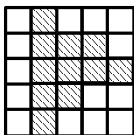
- (۱) ۱۳۹۳ (۲) ۹۸۵ (۳) ۳۸ (۴) ۴۸

۲۹- سهیل در سطر اول یک جدول ۵×۵ ایستاده است. او می‌خواهد به سطر پنجم برسد. او می‌تواند در هر حرکت به سمت بالا، راست یا چپ حرکت کند و هم‌چنین نمی‌تواند به خانه‌های تکراری و خانه‌هایی که در آن‌ها چاله وجود دارد که در شکل سیاهند برود. سهیل در اولین خانه از سطر پنجم که رسید می‌ایستد. او به چند طریق می‌تواند به یکی از خانه‌های سطر پنجم برسد اگر در هنگام شروع به دلخواه روی یکی از خانه‌های سطر اول ایستاده باشد؟



- (۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۲ (۴) ۲۴

۳۰- در هر مرحله می‌توانیم یک مربع روی شکل زیر بگذاریم به شرطی که تمام خانه‌های آن روی جدول سیاه باشد حداقل چند مربع لازم است تا کل خانه‌های سیاه توسط یک مربع پوشانده شود؟



- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۵ (۴) ۴

پاسخ تشریحی مرحله اول آزمون المپیاد در سایت رزمندگان

به نشانی WWW.Razmandegan.org.ir جهت دسترسی داوطلبان موجود می‌باشد. در صورت هرگونه پیشنهاد و یا انتقاد با شماره

تلفن: ۰۲۱- ۸۸۸۴۵۷۵۰ (دفتر باشگاه دانش‌پژوهان بسیج) و یا ایمیل info@Razmandegan.org.ir تماس حاصل فرمایید.

با آرزوی موفقیت برای شما عزیزان

کاورنامه به آدرس: WWW.Razmandegan.org.ir ظرف ۷۲ ساعت بعد از برگزاری آزمون