

به نام خداوند خورشید و ماه
جز او را مدان کردگار سپهر
به دانش گرای و بدو شو بلند
ز دانش در بی‌نیازی بجوی
ز نادان بنالد دل سنگ و کوه
توانا بود هر که دانا بود

که دل را به نامش خرد داد راه
فروزنده‌ی ماه و ناهید و مهر
چو خواهی که از بد نیایی گزند
و گر چند سختیت آید به روی
ازیرا ندارد بر کس شکوه
ز دانش دل پیر برنا بود

فردوسی

آزمون تئوری دوازدهم

یک‌شنبه ۲۴ دی ۱۳۹۱ (دین‌روز) - ۳ ساعت

پرشش نخست: آب‌خوردن^۱

فرض کنید n یک عدد طبیعی باشد. یک جدول با ۱ سطر و n ستون داریم که یک بوزومقره و یک کلیسه در خانه‌ی نخست آن قرار گرفته‌اند. این دو موجود طبق این قوانین حرکت می‌کنند:

- هر یک از دو موجود در هر ثانیه حداکثر یک پرش انجام می‌دهد.
- طول پرش بوزومقره ۸ و طول پرش کلیسه ۷ است.
- هر موجود در هر ثانیه تعداد خانه‌های جلویش را می‌شمارد و اگر حداقل به اندازه‌ی طول پرشش خانه وجود داشته باشد، می‌پرد.

შპს კალპესე



در غیر این صورت به خانه‌ی بعدی می‌خزد.

بزرگ‌ترین n را بیابید که به ازای آن، کلیسه زودتر از بوزومقره به خانه‌ی n ام می‌رسد.

پرشش دوم: ادبیات بوزومقرگی

زبان بوزومقره‌ها n کلمه دارد که طول هر کلمه‌ی آن حداکثر ۱۰ قورقور (حرف) است. بعضی از این کلمات با هم «قربت معنایی» دارند. قربت معنایی کلمه‌ی i ام با کلمه‌ی j ام را با $G_{i,j}$ نمایش می‌دهیم که یک عدد صحیح است. اگر در جمله‌ای کلمه‌ی i ام قبل از کلمه‌ی j ام ظاهر شود «عمق معنی» آن جمله به اندازه‌ی $G_{i,j}$ افزایش می‌یابد. نکته‌ی جالبی که وجود دارد این است که به ازای هر سه کلمه‌ی دلخواه می‌دانیم $G_{i,j} + G_{j,k} = G_{i,k}$. کلیسه به تازگی وارد شهر بوزومقره‌ها شده است و هنوز به زبان آن‌ها تسلط ندارد. به همین دلیل فقط می‌تواند جمله‌ها را بشنود و یادداشت کند ولی نمی‌تواند تشخیص دهد که نقطه‌ی پایان یک کلمه کجاست. (یعنی جمله‌ها را به صورت دنباله‌ای از قورقورها می‌نویسد.) او دیروز جمله‌ای متشکل از m قورقور شنید و آن را یادداشت کرد. حال کلیسه می‌خواهد بداند عمیق‌ترین معنایی که می‌توان از این جمله برداشت کرد چه قدر عمق دارد.

آ) الگوریتمی از $O(mn^2)$ ارائه دهید که عمق را محاسبه کند.

ب) الگوریتمی از $O(mn)$ ارائه دهید که عمق را محاسبه کند.

پ) الگوریتم قسمت قبل را طوری تغییر دهید که نحوه‌ی تقسیم جمله به کلمات برای رسیدن به عمیق‌ترین معنای ممکن را نیز به دست آورد.

پرشش سوم: نظریه‌ی زبان کلیسگی^۲

زبان کلیسه‌ها n حرف دارد. در این زبان یک دنباله از حرف‌ها یک کلمه نامیده می‌شود اگر و تنها اگر بین هر جفت حرف یکسان، هیچ جفت حرف یکسان دیگری وجود نداشته باشد.

نشان دهید طول کلمات این زبان محدود است و طول بلندترین کلمه‌ی ممکن و تعداد کلماتی که بیش‌ترین طول ممکن را دارند را بیابید.

