



نمونه سؤال‌های امتحانی برای پیشرفت درسی در امتحانات
پایان سال (دوم راهنمایی)

درخت تو کبر بادش بگیرد
بر زیر آوری طرح نیلوفری را

سؤال‌های ریاضی

- ۱- اگر داشته باشیم: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، اعضای مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.
الف) زیر مجموعه‌ای از A به نام B که عضوهای آن زوج باشند.
ب) زیرمجموعه‌ای از A به نام C که عضوهای آن کوچک‌تر از ۳ باشند.
با توجه به مجموعه‌های بالا، درستی و نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

ج) $B \subset C$

د) $4 \in A$

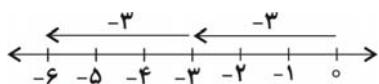
۲- علامت $<=>$ قرار دهید.

الف) $9 \square -9$

ب) $-27 \square -(-17)$

ج) $14 \square -(-14)$

د) $0 \square -3$



۳- متناظر با بردار، یک تساوی ضرب بنویسید.

- ۴- دمای سردخانه‌ای، (-20) درجه است. جسمی را که دمای آن $(+12)$ درجه است، داخل این سردخانه گذاشته‌ایم. این جسم چند درجه سردتر شده است؟
۵- نمایش معمولی عدد زیر را به دست آورید.

$(212)_3 =$

۶- تغییر مبنای زیر را انجام دهید. (با راه حل)

الف) $(213)_4 = ()_1$

ب) $2^5 = ()_2$

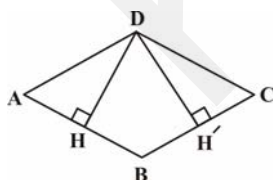
۷- عبارت $\sqrt{36} \times \sqrt{81}$ برابر است با:

۸- مقدار جذرهای زیر را حساب کنید.

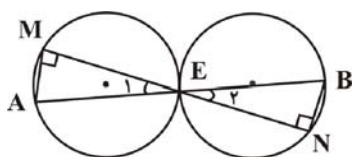
الف) $\sqrt{25 \times 16}$

ب) $\sqrt{43/7}$

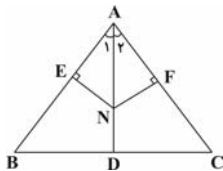
۹- چهارضلعی ABCD لوزی است. چرا دو مثلث ADH و CDH' مساوی هستند؟ دلیل و حالت تساوی را بنویسید.



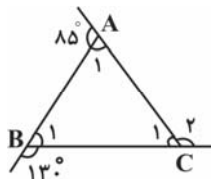
- ۱۰- در شکل زیر دو دایره با هم مساوی‌اند. با توجه به شکل نشان دهید، دو مثلث قائم‌الزاویه AEM و BEN با هم مساوی‌اند. (حالت تساوی را بنویسید.) (EB و AE قطرهای دایره‌ها هستند.)



۱۱- در شکل زیر، AD نیم‌ساز زاویه A است. چرا دو مثلث قائم‌الزاویه ANE و ANF برابرند؟



۱۲- اندازه‌ی زوایای خواسته شده را به دست آورید.



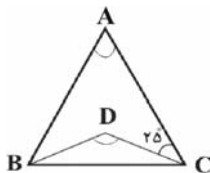
$$\hat{A}_1 =$$

$$\hat{C}_1 =$$

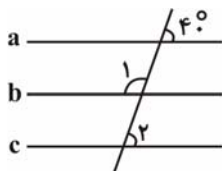
$$\hat{B}_1 =$$

$$\hat{C}_2 =$$

۱۳- در شکل زیر، مثلث ABC متساوی‌الساقین است. اگر BD و CD نیم‌سازهای زاویه‌های B و C باشند، اندازه‌ی زاویه \hat{A} را حساب کنید.



۱۴- با توجه به شکل‌های زیر، اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را بنویسید.



(الف)

$$\hat{1} =$$

$$\hat{2} =$$

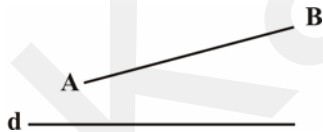
(ب)



$$\hat{C}_1 =$$

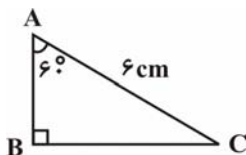
$$\hat{C}_2 =$$

۱۵- روی پاره خط AB نقطه‌ای پیدا کنید که فاصله‌ی آن تا خط d برابر ۱ سانتی‌متر است.



۱۶- در هر شکل، مقادیر خواسته شده را بنویسید.

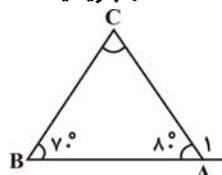
(الف)



$$BA =$$

$$\hat{C} =$$

(ب)



$$\hat{C} =$$

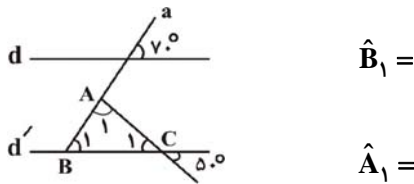
$$\hat{A}_1 =$$



نمونه سؤال‌های امتحانی برای پیشرفت درسی در امتحانات
پایان سال (دوم راهنمایی)

درخت تو کبر بادش بگیرد
بر زیر آوری طرح نیلوفری را

۱۷- در شکل زیر، $d \parallel d'$ می‌باشد. تساوی‌های زیر را کامل کنید.



$\hat{B}_1 =$

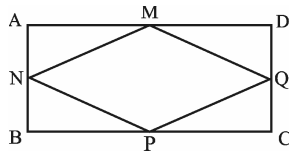
$\hat{A}_1 =$

۱۸- بزرگ‌ترین عدد سه رقمی در مبنای ۵ را بنویسید. (بدون تکرار ارقام)

۱۹- حاصل عبارت زیر، برابر است با:

$\sqrt{\sqrt{9+2} + \sqrt{16}} = ?$

۲۰- چهار ضلعی ABCD یک مستطیل است و M ، N ، P ، Q وسط‌های چهار ضلع آن هستند. چرا چهار ضلعی MNPQ یک لوزی است؟



۲۱- تساوی‌های زیر را کامل کنید.

(ب) $5^3 = ()_5$

(الف) $(1001001)_2 = ()_{10}$

(د) (نمایش عمومی) $(1030)_4 = ()_{10}$

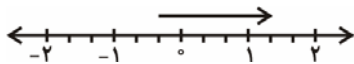
(ج) $(82)_{10} = ()_8$

۲۲- اعداد زیر را به مبنای خواسته شده بپسید.

(ب) $51 = ()_4$

(الف) $(1021)_3 = ()_{10}$

۲۳- با توجه به بردار زیر، تساوی‌های زیر را کامل کنید.



$() + () = ()$

$() - () = ()$

۲۴- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

(الف) $(\frac{3}{14} - \frac{4}{21}) \div (\frac{17}{100} \times \frac{25}{34})$

(ب) $[(-\frac{7}{8}) + (-\frac{5}{12}) - (-1)] \div \frac{7}{16}$

۲۵- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

(ب) $(-2x^3y)^2$

(الف) $[(x^2 \div y^2) \div y^4] \times \frac{y^4}{x}$

۲۶- حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$-\frac{3}{5}(\frac{2}{4} - \frac{1}{6})(\frac{2}{3} - 1 + (\frac{11}{4} \times \frac{4}{3})) =$

۲۷- (الف) عبارت جبری زیر را ساده کنید.

$12a - 7b + 8a + 7b - 4 + 2$

(ب) مقدار عددی عبارت جبری $2a - 3$ ، را به ازای عددهای داده شده، حساب کنید.

a	0	3	-1
$2a - 3$			

۲۸- معادله‌های زیر را حل کنید.

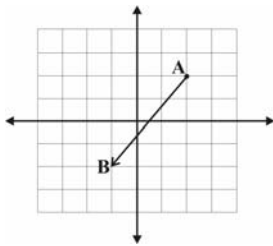
الف) $17 = 9x - 1$

ب) $\frac{2}{5}x = \frac{4}{15}$

۲۹- پروین ۲۸۰ تومان پول داشت. او ۴ خودکار خرید و ۳۲ تومان برایش ماند. قیمت هر خودکار چند تومان است؟ (از راه معادله)
۳۰- علی، ۶ مداد خرید و ۲۷۰ تومان به فروشنده داد. فروشنده ۳۰ تومان به علی پس داد. معلوم کنید، قیمت هر مداد چند تومان شده است؟ (از راه معادله)

۳۱- اگر $E = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $F = \begin{bmatrix} 3 \\ -7 \end{bmatrix}$ باشند، مختصات بردار \overrightarrow{EF} به دست آورید.

۳۲- در دستگاه مقابل:



الف) مختصات نقاط A و B را بنویسید.

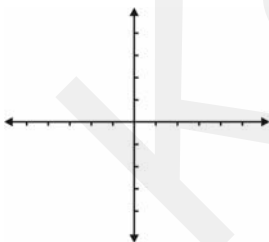
$A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$

ب) مختصات بردار \overrightarrow{AB} را بنویسید.

ج) جمع متناظر با بردار \overrightarrow{AB} را بنویسید.

د) نقطه‌ی $M = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ را مشخص کنید و بردار \overrightarrow{AM} را رسم کنید.

۳۳- در دستگاه مختصات روبه‌رو:

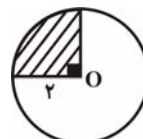
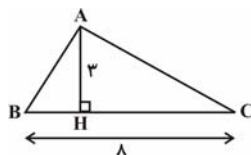


الف) نقاط $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$ را مشخص کنید.

ب) بردار \overrightarrow{AB} را رسم و مختصات آن را بنویسید. $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$

ج) جمع متناظر با بردار \overrightarrow{AB} را بنویسید.

۳۴- در شکل‌های زیر، مساحت بخش هاشورخورده‌ی دایره و مساحت مثلث رسم شده را حساب کنید. (مقیاس‌ها، سانتی‌متر است.)



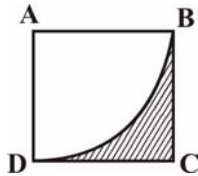
۳۵- دایره‌ای به ۳ بخش برابر تقسیم شده است. اگر شعاع این دایره ۶ سانتی‌متر باشد، مساحت هر بخش را پیدا کنید.



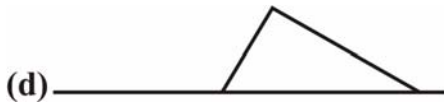
نمونه سؤال‌های امتحانی برای پیشرفت درسی در امتحانات
پایان سال (دوم راهنمایی)

درخت تو کبر بادش بگیرد
بر زیر آوری طرح نیلوفری را

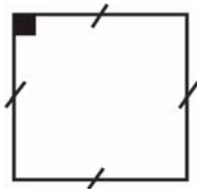
۳۶- در شکل زیر اگر مساحت مربع ABCD برابر ۶۴ سانتی‌متر مربع باشد، مساحت بخش هاشورخورده را حساب کنید.
(راهنمایی: ناحیه‌ی ABD از مربع، ربع دایره‌ای به شعاع ضلع مربع می‌باشد.)



۳۷- الف) قریب‌نهی شکل داده شده را نسبت به خط d رسم کنید.



ب) شکل زیر چند محور تقارن دارد و مرکز تقارن آن کجاست؟

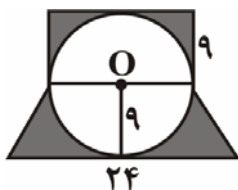


۳۸- منبعی است به شکل استوانه که شعاع قاعده‌ی آن ۲ متر و ارتفاع آن ۵ متر است. گنجایش منبع چند لیتر است؟ ($\pi = 3/14$)

(هر متر مکعب، ۱۰۰۰ لیتر است.)

۳۹- منبع پر از آبی است به شکل استوانه که شعاع قاعده‌ی آن ۳ متر و ارتفاع آن ۲ متر است. اگر در هر دقیقه، ۹۰ لیتر آب از آن

خارج شود، چند دقیقه طول می‌کشد، تا این منبع خالی شود؟ ($\pi = 3/14$)



۴۰- مساحت قسمت رنگی را حساب کنید.

پاسخ سؤال‌های ریاضی

$B = \{2, 4\}$

۱- الف) مجموعه B شامل اعضای زوج مجموعه A است:

$C = \{1, 2\}$

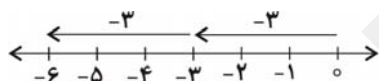
ب) مجموعه C شامل اعضای کوچک‌تر از ۳، متعلق به مجموعه A است:

ج) $B \subset C$ نادرست:

د) $4 \in A$ درست:

۲- الف) $9 < 9$ (ب) $-27 > -(-17)$ (ج) $-(-14) = 14$ (د) $-3 < 0$

۳- طول هر کدام از دو بردار شکل زیر (-3) می‌باشد. ضرب متناظر با بردار برابر است با: $2 \times (-3) = (-6)$



۴- وقتی جسمی را داخل سردخانه قرار می‌دهیم، دمای جسم با دمای سردخانه برابر می‌شود. پس دمای جسم از $(+12)$ به (-20)

رسیده است.

$-20 - (+12) = -20 - 12 = -32$

پس ۳۲ درجه سردتر شده است.

۵- ابتدا جدول نمایش عدد ۲۱۲ در دسته‌های سه تایی را رسم می‌کنیم.

یکه	سه تایی	نه تایی
۲	۱	۲

$\Rightarrow (212)_3$

حالا برای به دست آوردن نمایش معمولی این عدد (نمایش ده‌دهی)، تعداد دسته‌ها را در مقدار آن‌ها ضرب می‌کنیم و حاصل را

جمع کرده تا به جواب برسیم.

$(212)_3 = (2 \times 9) + (1 \times 3) + (2 \times 1) = 18 + 3 + 2 = 23$

۶- الف)

$$\Rightarrow (213)_4$$

یکی	چهارتایی	شانزده تایی
۳	۱	۲

$$(213)_4 = (2 \times 16) + (1 \times 4) + (3 \times 1) = 32 + 4 + 3 = 39$$

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

ب)

$$\begin{array}{r} 32 \quad | \quad 2 \\ - 2 \quad | \quad 16 \\ \hline 12 \\ - 12 \\ \hline 0 \\ \text{یکی} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \quad | \quad 2 \\ - 16 \quad | \quad 8 \\ \hline 0 \\ \text{دوتایی} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \quad | \quad 2 \\ - 8 \quad | \quad 4 \\ \hline 0 \\ \text{چهارتایی} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad | \quad 2 \\ - 4 \quad | \quad 2 \\ \hline 0 \\ \text{هشت تایی} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad | \quad 2 \\ - 2 \quad | \quad 1 \\ \hline 0 \\ \text{شانزده تایی} \end{array}$$

سی و دو تایی ۱

$$2^5 = (100000)_2$$

۷- ابتدا جذر عدد ۸۱ را به دست می آوریم.

$$\sqrt{36} \times \sqrt{81} = \sqrt{36 \times 9} = 6 \times 3 = 18$$

$$\sqrt{25 \times 16} = 5 \times 4 = 20$$

۸- الف)

$$\begin{array}{r} \sqrt{43/7} \sim 6/6 \\ 7/7 \quad | \quad 12 \\ - 7/2 \quad | \quad 0/6 \\ \hline 0/5 \end{array}$$

ب)

$$43/7 = 36 + 7/7$$

۹- در لوزی هر چهار ضلع با هم و زوایای روبه‌رو با هم مساوی هستند. حال با توجه به این ویژگی لوزی، در دو مثلث $\triangle ADH$

و $\triangle CDH'$ می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} \text{اضلاع لوزی } AD = CD \\ \hat{A} = \hat{C} \\ \hat{N} = \hat{H}' = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle CDH' = \triangle ADH \quad (\text{به حالت وتر و یک زاویه حاده})$$

دو زاویه روبه‌رو به هم در لوزی

۱۰- زاویه‌های \hat{E}_1 و \hat{E}_τ با هم مساوی‌اند، چون متقابل به رأس هستند.

لذا برای دو مثلث $\triangle AEM$ و $\triangle BEN$ می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{E}_1 = \hat{E}_\tau \\ \hat{M} = \hat{N} = 90^\circ \\ AE = EB \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{متقابل به رأس} \\ \text{زوایای قائمه} \\ \text{قطرهای دو دایره مساوی} \end{array} \Rightarrow \triangle AEM = \triangle BEN \quad (\text{به حالت وتر و یک زاویه حاده})$$

-۱۱

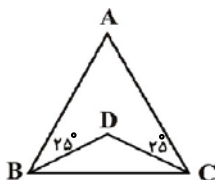
$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ AN = AN \\ \hat{E} = \hat{F} = 90^\circ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{نیم‌ساز زاویه‌ی } \hat{A} \\ \text{در هر دو مثلث، مشترک} \\ \text{زوایای قائمه} \end{array} \Rightarrow \triangle ANE = \triangle ANF \text{ (به حالت وتر و یک زاویه‌ی حاده)}$$

-۱۲

$$\begin{aligned} \hat{A}_1 &= 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = 95^\circ \\ \hat{B}_1 &= 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 = 50^\circ \\ \triangle ABC : \hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 &= 180^\circ \\ 95^\circ + 50^\circ + \hat{C}_1 &= 180^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 = 180^\circ - 145^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 = 35^\circ \\ \Rightarrow \hat{C}_1 + \hat{C}_2 &= 180^\circ \Rightarrow \hat{C}_2 = 180^\circ - 35^\circ = 145^\circ \end{aligned}$$

۱۳- چون مثلث ABC متساوی‌الساقین است، زاویه‌های \hat{B} و \hat{C} با هم برابرند. هم‌چنین چون CD نیم‌ساز زاویه‌ی \hat{C} است؛ در نتیجه

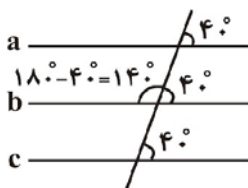
هر دو قسمت این زاویه، برابر 25° می‌باشد.



$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{C} \\ \hat{C} = 50^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B} = 50^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + 50^\circ + 50^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - 100^\circ \Rightarrow \hat{A} = 80^\circ$$

(۱۴-الف)



$$\hat{1} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ \text{ (زاویه‌ی نیم‌صفحه)}$$

$$\hat{2} = 40^\circ \text{ (خطوط موازی و مورب)}$$

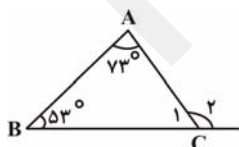
ب) مجموع زوایای داخلی مثلث ABC، باید 180° باشد. لذا زاویه‌ی \hat{C}_1 از این طریق به دست می‌آید:

$$73^\circ + 52^\circ + \hat{C}_1 = 180^\circ$$

$$\hat{C}_1 = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$$

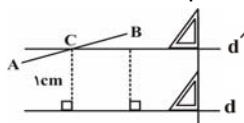
$$\hat{C}_1 = 55^\circ$$

با توجه به این مطلب که زاویه‌ی \hat{C}_2 زاویه‌ی خارجی مثلث ABC است و اندازه‌ی هر زاویه‌ی خارجی مثلث، برابر با مجموع زاویه‌ی داخلی غیر مجاور آن می‌باشد، می‌توان نوشت:



$$\hat{C}_2 = \hat{A} + \hat{B} = 52^\circ + 73^\circ = 125^\circ \Rightarrow \hat{C}_2 = 125^\circ$$

۱۵- ابتدا عمودی بر خط d رسم کرده، سپس در فاصله‌ی یک سانتی‌متری، عمودی بر خط جدید، رسم می‌کنیم. محل برخورد خط d'

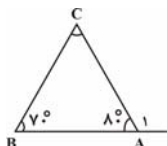


با پاره‌خط AB، نقطه‌ی مورد نظر است. (نقطه‌ی C)

-۱۶

$$\Delta ABC : \hat{B} + \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ \Rightarrow \hat{C} = 30^\circ \text{ (الف)}$$

$$BA = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm} \leftarrow \text{در مثلث قائم‌الزاویه، ضلع مقابل به زاویه‌ی } 30^\circ \text{، نصف وتر است.}$$



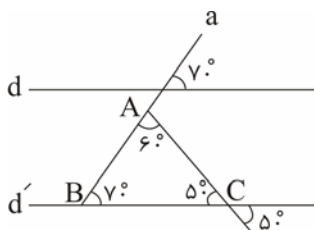
$$\Delta ABC : \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - (80^\circ + 70^\circ) = 30^\circ \text{ (ب)}$$

$$\hat{A}_1 = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

۱۷- خط d با خط d' موازی است ($d \parallel d'$) بنابراین زاویه‌ی \hat{B}_1 با زاویه‌ی 70° برابر است.

$$\hat{B}_1 = 70^\circ$$

زاویه‌ی 50° و \hat{C}_1 متقابل به رأس بوده و بنابراین $\hat{C}_1 = 50^\circ$. حال در مثلث ABC می‌توان نوشت:



$$\hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 180^\circ$$

$$\hat{A}_1 + 70^\circ + 50^\circ = 180^\circ$$

$$\hat{A}_1 = 180^\circ - 120^\circ$$

$$\hat{A}_1 = 60^\circ$$

۱۸- می‌دانیم که ارقام ۰، ۱، ۲، ۳ و ۴ در مبنای ۵ قرار دارد. حالا جدولی می‌کشیم که در مبنای ۵ باشد و سه رقم داشته باشد.

بیست و پنج تایی	پنج تایی	یکی
۴	۳	۲

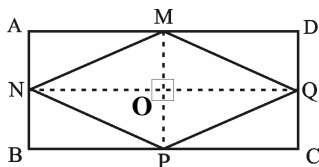
بزرگ‌ترین عدد سه رقمی در مبنای ۵ = $(432)_5 = 4 \times 25 + 3 \times 5 + 2 = 122$

-۱۹

$$(\sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4) \Rightarrow \sqrt{\sqrt{9} + 2 + \sqrt{16}} = \sqrt{3 + 2 + 4} = \sqrt{9} = 3$$

-۲۰

MP و NQ را رسم می‌کنیم تا یک‌دیگر را در نقطه‌ی O قطع کنند. این دو پاره خط بر هم عمود بوده و یک‌دیگر را نصف می‌کنند. در واقع این دو پاره خط، قطرهای چهار ضلعی MNPQ هستند و همان طوری که می‌دانیم، چهار ضلعی که اقطار آن بر هم عمود بوده و یک‌دیگر را نصف کنند، لوزی است. لذا چهار ضلعی MNPQ، یک لوزی می‌باشد.



$$(1001001)_2 = (73)_1$$

(الف-۲۱)

$$(1001001)_2 = 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 64 + 8 + 1 = 73$$

(ب)

$$53 = (203)_5$$

$$\begin{array}{r|l} 53 & 5 \\ -5 & 10 \\ \hline & 3 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 10 & 5 \\ -10 & 2 \\ \hline & 0 \end{array}$$

(ج)

$$(82)_1 = (122)_8$$

$$\begin{array}{r|l} 82 & 8 \\ -8 & 10 \\ \hline & 2 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 10 & 8 \\ -8 & 2 \\ \hline & 2 \end{array}$$

(د)

$$\begin{array}{c|c|c|c} 1 & 0 & 3 & 0 \\ \hline 64 & 16 & 4 & 1 \end{array}_4$$

$$1 \times 64 + 0 \times 16 + 3 \times 4 + 0 \times 1 = 64 + 12 = 76$$

$$(1021)_3 = (1 \times 27) + (0 \times 9) + (2 \times 3) + (1 \times 1) = 27 + 0 + 6 + 1 = 34 = (34)_1$$

(الف-۲۲)

یکی	سه تایی	۹ تایی	۲۷ تایی
۱	۲	۰	۱

(ب) برای نوشتن عددی با نمایش معمولی در مبنای ۴، از روش تقسیم‌های متوالی استفاده می‌کنیم.

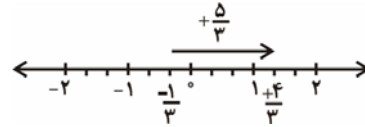
$$51 = (303)_4$$

$$\begin{array}{r|l} 51 & 4 \\ -4 & 12 \\ \hline & 11 \\ -8 & \\ \hline & 3 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 12 & 4 \\ -4 & 3 \\ \hline & 0 \end{array}$$

-۲۳

$$\left(-\frac{1}{3}\right) + \left(+\frac{5}{3}\right) = \left(+\frac{4}{3}\right)$$

$$\left(+\frac{4}{3}\right) - \left(+\frac{5}{3}\right) = +\frac{4}{3} - \frac{5}{3} = -\left(\frac{5}{3} - \frac{4}{3}\right) = -\left(+\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{1}{3}\right)$$



-۲۴

$$\text{الف) } \left(\frac{3}{14} - \frac{4}{21}\right) \div \left(\frac{17}{100} \times \frac{25}{34}\right) = \left(\frac{9-8}{42}\right) \div \left(\frac{1}{10} \times \frac{25}{34}\right) = \left(\frac{1}{42}\right) \div \left(\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{42} \times \frac{8}{1} = \frac{4}{21}$$

$$\text{ب) } \left[\left(-\frac{7}{8}\right) + \left(-\frac{5}{12}\right) - (-1)\right] \div \frac{7}{16} = \left[-\frac{7}{8} - \frac{5}{12} + 1\right] \div \frac{7}{16} = \left[\frac{-21-10+24}{24}\right] \times \frac{16}{7} = \left(\frac{-7}{24}\right) \times \frac{16}{7} = -\frac{2}{3}$$

-۲۵

$$\text{الف) } x^2 \div y^2 = \frac{x^2}{y^2} \Rightarrow \left[\frac{x^2}{y^2} \div y^4\right] = \left[\frac{x^2}{y^2} \times \frac{1}{y^4}\right] = \frac{x^2}{y^6}$$

$$\text{عبارت اصلی: } \frac{x^2}{y^6} \times \frac{y^4}{x} = \frac{x}{y^2}$$

$$\text{ب) } (-2x^3y)^2 = (-2)^2 \times (x^3)^2 \times (y)^2 = 4 \times x^6 \times y^2 = 4x^6y^2$$

-۲۶

$$-\frac{3}{5} \left(\frac{2}{4} - \frac{1}{6} \right) \left(\frac{2}{3} - 1 + \left(\frac{11}{4} \times \frac{4}{3} \right) \right) = -\frac{3}{5} \left(\frac{6-2}{12} \right) \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{3} + \frac{11}{3} \right) = -\frac{3}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{10}{3} = -\frac{2}{3}$$

-۲۷

(الف)

$$12a - 7b + 8a + 7b - 4 + 2 = (12a + 8a) - (7b - 7b) - (4 - 2) = 20a - 2$$

(ب)

a	o	3	-1
2a - 3	(2 × 0) - 3 = -3	(2 × 3) - 3 = 6 - 3 = 3	2 × (-1) - 3 = -2 - 3 = -(2 + 3) = -5

-۲۸

$$\text{الف) } -9x - 1 = 17 \Rightarrow -9x = 17 + 1 = 18 \Rightarrow x = -\frac{18}{9} \Rightarrow x = -2$$

$$\text{ب) } \frac{2}{5}x = \frac{4}{15} \Rightarrow x = \frac{4}{15} \div \frac{2}{5} = \frac{4}{15} \times \frac{5}{2} \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

-۲۹

بهای خودکار = k

$$4k + 32 = 280 \Rightarrow 4k = 280 - 32 = 248 \Rightarrow k = 62 \text{ تومان، بهای هر خودکار}$$

-۳۰

b = قیمت هر مداد

$$270 = 6b + 30$$

$$270 - 30 = 6b$$

$$240 = 6b$$

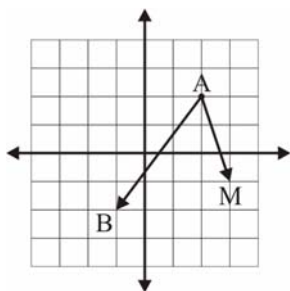
$$\frac{240}{6} = b$$

b = ۴۰ قیمت هر مداد، تومان

-۳۱

برای به دست آوردن مختصات هر بردار، مختصات انتهای بردار (نقطه‌ی F) را منهای مختصات نقطه‌ی ابتدای بردار (نقطه‌ی E) می‌کنیم. یعنی:

$$\vec{EF} = \begin{bmatrix} ۳ \\ -۷ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۴ \\ -۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳-۴ \\ -۷-(-۲) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱ \\ -۵ \end{bmatrix}$$

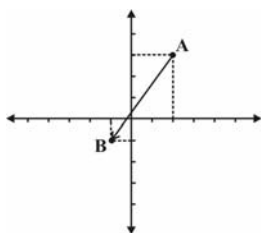


۳۲- الف) $A = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۲ \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -۱ \\ -۲ \end{bmatrix}$

ب) $\vec{AB} = \begin{bmatrix} -۳ \\ -۴ \end{bmatrix}$

ج) $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۳ \\ -۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱ \\ -۲ \end{bmatrix}$

د) نقطه‌ی $M = \begin{bmatrix} ۳ \\ -۱ \end{bmatrix}$ روی دستگاه مختصات رسم شده است. از روی دستگاه مختصات به راحتی می‌توان مقدار بردار \vec{AM} را



نیز به دست آورید. $\vec{AM} = \begin{bmatrix} ۱ \\ -۳ \end{bmatrix}$

۳۳- الف) نقاط A و B روی شکل مشخص شده‌اند.

ب) با توجه به شکل و رسم بردار \vec{AB} داریم:

$$\vec{AB} = \begin{bmatrix} -۱ \\ -۱ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱-۲ \\ -۱-۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۳ \\ -۴ \end{bmatrix}$$

ج) مختصات نقطه‌ی B = مختصات بردار \vec{AB} + مختصات نقطه‌ی A

$$\begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۳ \\ -۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱ \\ -۱ \end{bmatrix}$$

-۳۴

مساحت مثلث، سانتی‌متر مربع $S_{\Delta ABC} = \frac{AH \times BC}{۲} = \frac{۳ \times ۸}{۲} = \frac{۲۴}{۲} = ۱۲$

مساحت $\frac{۱}{۴}$ دایره (بخش رنگی)، سانتی‌متر مربع $S = \frac{۱}{۴} \times R^2 \times ۳/۱۴ = \frac{۱}{۴} \times ۳/۱۴ \times ۲^2 = ۳/۱۴$

-۳۵

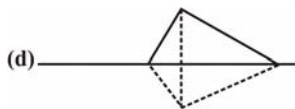
سانتی‌متر مربع $S = \frac{۱}{۳} \times \pi R^2 = \frac{۱}{۳} \times ۳/۱۴ \times ۶^2 = ۱۲ \times ۳/۱۴ = ۳۷/۶۸$

-۳۶

شعاع دایره (ضلع مربع)، سانتی متر $AB = \sqrt{64} = 8$

سانتی متر مربع $= \pi r^2 = 8 \times 8 \times 3/14 = 200/96$ مساحت دایره

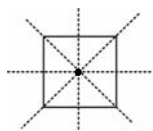
سانتی متر مربع $= 64 - (\frac{1}{4} \times 200/96) = 64 - 50/24 = 13/76$ مساحت بخش رنگی



(d)

-۳۷

(الف)



ب) شکل مربع است چون چهار ضلع با هم برابر و دو به دو عمودند و ۴ محور تقارن دارد.

نکته: مرکز تقارن مربع، محل برخورد دو قطر آن است.

۳۸- قاعده‌ی منبع استوانه‌ای شکل، دایره‌ای به شعاع ۲ متر است. پس: ارتفاع \times مساحت قاعده = حجم استوانه

متر مربع $= \pi \times (2)^2 = 4 \times 3/14 = 12/56$ مساحت دایره‌ای به شعاع ۲m = مساحت قاعده

متر مکعب $= 12/56 \times 5 = 62/8$ گنجایش (حجم) منبع

لیتر $= 62/8 \times 1000 = 62800$ گنجایش منبع \Rightarrow

۳۹- ابتدا حجم منبع را به دست می‌آوریم.

ارتفاع \times مساحت قاعده = حجم منبع

$\times 2 = \pi r^2$ حجم منبع

متر مکعب $= 3/14 \times (3)^2 \times 2 = 18 \times 3/14 = 56/52$ حجم منبع

باید گنجایش منبع را به لیتر تبدیل کنیم.

لیتر $= 56/52 \times 1000 = 56520$ حجم منبع

طول می‌کشد تا منبع خالی شود، دقیقه $= 56520 \div 90 = 628$

۴۰- ابتدا مساحت ذوزنقه‌ی ABCD و مستطیل ABFE را به دست آورده، سپس مساحت دایره به شعاع ۹ را از مجموع

مساحت‌های ذوزنقه و مستطیل کم می‌کنیم تا مساحت قسمت رنگی به دست آید.

مساحت مستطیل $= 9 \times 18 = 162$

مساحت ذوزنقه $= \frac{1}{2} \times 9 \times (24 + 18) = 189$

مساحت دایره $= 3/14 \times 9^2 = 254/34$

(مساحت دایره) - (مساحت ذوزنقه + مساحت مستطیل) = مساحت قسمت رنگی

$= (162 + 189) - (254/34) = 351 - 254/34 = 96/66$

