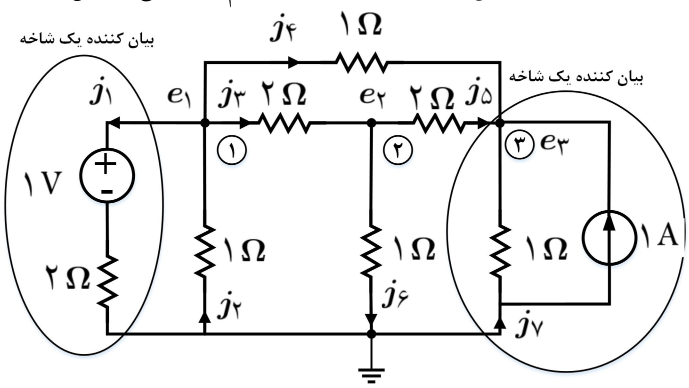
امتحانات نیم‌سال دوم ۹۷ – ۹۶			دانشگاه آزاد اسلامی واحد شهریار
نام درس: مدارهای الکتریکی ۲	مدت زمان امتحان: ۹۰ دقیقه	مبنای نمره کل: ۱۰۰	
مشخصه درس:	نام و نام‌خانوادگی دانشجو:	نمره فعالیت کلاسی:	
نام و نام‌خانوادگی استاد: بهروز آدینه	شماره دانشجویی:	نمره میان‌ترم:	
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۴/۰۴	رشته‌تحصیلی‌ومقطع: کارشناسی‌ناپیوسته‌برق	نمره پایان نیمسال:	
ساعت امتحان: ۱۱:۰۰	شماره صندلی:	نمره کل:	
امتحان جزوه باز ☐ جزوه بسته ☑	دانشجو مجاز به استفاده از ماشین حساب می‌باشد ☑ نمی‌باشد ☐		

سوال	نمره

در جدول زیر چیزی ننویسید.

سوال ۱	سوال ۲	سوال ۳	سوال ۴	جمع
۲۸	۲۲	۲۵	۲۵	۱۰۰

سوال ۱: در مدار شکل زیر معادلات گره را به فرم ماتریسی نمایش دهید و ولتاژ گره ۱ را تعیین نمایید.



حل: در این مدار داریم:

$$n = n_t - 1 = 4 - 1 = 3, \quad b = 7$$

ماتریس‌های مورد نیاز:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}_{3\times 7} \quad G = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{7\times 7}$$

$$v_s = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{7\times 1} \quad j_s = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{7\times 1} \quad A^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}_{7\times 3}$$

$$Y_n = AGA^T = \begin{bmatrix} 3 & -0.5 & -1 \\ -0.5 & 2 & -0.5 \\ -1 & -0.5 & 2.5 \end{bmatrix}_{3\times 3} \quad i_s = AGv_s - Aj_s = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{3\times 1}$$

$$\Rightarrow Y_n e = i_s \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & -0.5 & -1 \\ -0.5 & 2 & -0.5 \\ -1 & -0.5 & 2.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

نمره	سوال

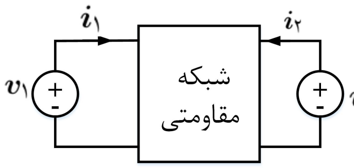
برای حل معادلات گره و بدست آوردن ولتاژ گره‌ها از روش کرامر استفاده می‌کنیم:

$$e_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0.5 & -0.5 & -1 \\ 0 & 2 & -0.5 \\ 1 & -0.5 & 2.5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -0.5 & -1 \\ -0.5 & 2 & -0.5 \\ -1 & -0.5 & 2.5 \end{vmatrix}} = \frac{4.625}{11.125} = 0.42$$

سوال ۲: در شبکه مقاومتی خطی تغییرناپذیر با زمان شکل ،زیر اطلاعات زیر داده شده است:

آزمایش اول $\begin{cases} v_1(t) = 30t, \quad v_2(t) = 0 \\ i_1(t) = 5t, \quad i_2(t) = 3t \end{cases}$

آزمایش دوم $\begin{cases} \hat{v}_1(t) = 30t + 60, \quad \hat{v}_2(t) = 60t + 15 \\ \hat{i}_1(t) = ? \end{cases}$

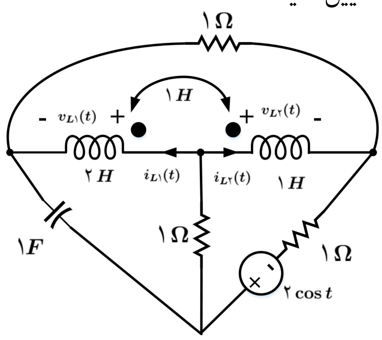


مطلوبست محاسبه $\hat{i}_1(t)$.

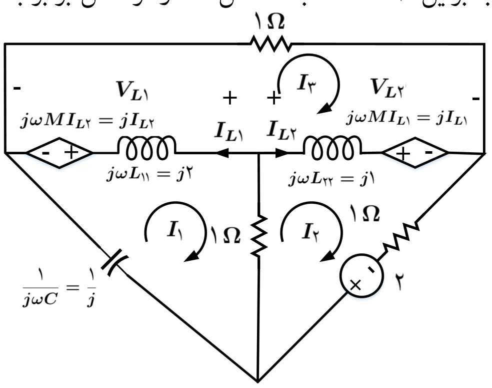
حل:

$$\begin{aligned} & v_1(-\hat{i}_1) + v_2(-\hat{i}_2) = \hat{v}_1(-i_1) + \hat{v}_2(-i_2) \Rightarrow \\ & 30t \times (-\hat{i}_1) + 0 = (30t + 60) \times (-5t) + (60t + 15) \times (-3t) \Rightarrow \\ & -30\hat{i}_1 = -150t^2 - 300t - 180t^2 - 45t \Rightarrow \\ & -30\hat{i}_1 = -330t - 345 \Rightarrow \hat{i}_1(t) = 11t + 11.5 \end{aligned}$$

سوال ۳: با فرض اینکه مدار شکل زیر در حالت دائمی سینوسی است. جریان مش ۱ (مش سمت چپ) مدار را در حوزه زمان تعیین کنید.



با توجه به جهت‌های انتخاب شده، به دلیل اینکه هر دو جریان از سر نقطه‌دار وارد سلف‌ها می‌شوند، علامت M مثبت است. بنابراین، $M = 1$. با دانستن مقدار فرکانس برابر با $\omega = 1$ مدل مدار در حوزه فازور به صورت شکل زیر خواهد بود.



نمره	سوال

$$Z_m I = E_s \quad (m=3)$$

$$\begin{bmatrix} 1+j2+\frac{1}{j1} & -1 & -j2 \\ -1 & 1+1+j1 & -j1 \\ -j2 & -j1 & 1+j1+j2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} jI_{L2} \\ 2-jI_{L1} \\ jI_{L1}-jI_{L2} \end{bmatrix}$$

$$I_{L1} = I_3 - I_1, \quad I_{L2} = I_2 - I_3$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1+j & -1 & -j2 \\ -1 & 2+j & -j \\ -j2 & -j & 1+j3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j(I_2-I_3) \\ 2-j(I_3-I_1) \\ j(I_3-I_1)-j(I_2-I_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} jI_2-jI_3 \\ 2-jI_3+jI_1 \\ j2I_3-jI_1-jI_2 \end{bmatrix}$$

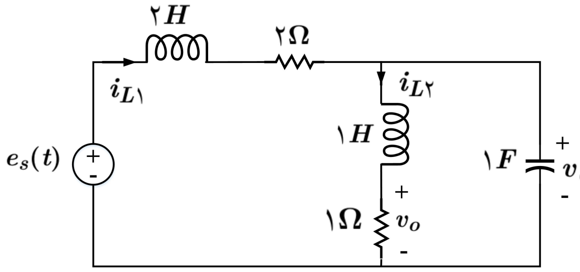
$$\begin{bmatrix} 1+j & -1-j & -j2+j \\ -1-j & 2+j & -j+j \\ -j2+j & -j+j & 1+j3-j2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1+j & -1-j & -j \\ -1-j & 2+j & 0 \\ -j & 0 & 1+j \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

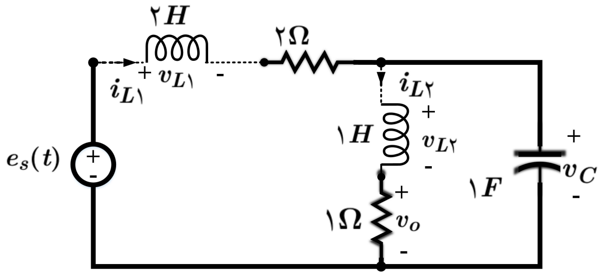
$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1-j & -j \\ 2 & 2+j & 0 \\ 0 & 0 & 1+j \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1+j & -1-j & -j \\ -1-j & 2+j & 0 \\ -j & 0 & 1+j \end{vmatrix}} = \frac{j4}{2+j3} = \frac{4\angle 90}{3.61\angle 56.31} = 1.11\angle 33.69$$

$$\Rightarrow i_1(t) = 1.11\cos(t+33.69^o)$$

سوال ۴: معادلات حالت مدار شکل زیر را به صورت ماتریسی بدست آورید.



گره‌های مدار را در روی شکل مشخص کرده و سپس درختی را انتخاب می‌کنیم که تمام خازن‌ها را در برداشته و هیچ سلفی را شامل نشود. در این مرحله بهتر است در صورت امکان منابع ولتاژ را برروی درخت و منابع جریان را برروی لینک در نظر بگیریم.



جریان سلف‌های لینک و ولتاژ خازن‌های درخت را به عنوان متغیرهای حالت انتخاب می‌کنیم. درواقع بردار متغیرهای حالت $x(t)$، متغیرهای ورودی $u(t)$ و متغیرهای خروجی $y(t)$ در این مدار عبارتند از:

$$x = \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ v_C \end{bmatrix}, \quad u = e_s(t), \quad y = v_o$$

بنابراین منظور از نوشتن معادلات حالت برای مدار فوق، یافتن ماتریس‌های A، B، C و D زیر است:

سوال	نمره

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{di_{L1}}{dt} \\ \frac{di_{L2}}{dt} \\ \frac{dv_C}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \; \end{bmatrix} e_s$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \Rightarrow v_o = \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ v_C \end{bmatrix} + [-]\, e_s$$

کات‌ست اساسی هر خازن را یافته و معادله KCL مربوط به آن را می‌نویسیم. همچنین حلقه اساسی هر سلف لینک را یافته و معادله KVL مربوط به آن را نیز می‌نویسیم. معادلات مربوطه به صورت زیر خواهد بود:

$$\text{KCL:} - i_{L1} + i_{L2} + i_C = 0$$
$$\text{KVL1:} - e_s + v_{L1} + 2i_{L1} + v_C = 0$$
$$\text{KVL2:} v_C - v_o - v_{L2} = 0$$

در مجموعه معادلات فوق فقط متغیر v_o اضافی است که با توجه به شکل مقدار آن برابر با $v_o = i_{L2}$ قرار داده می‌شود.
از روابط ولتاژ-جریان سلف و خازن استفاده کرده و متغیرهای جریان خازن و متغیرهای ولتاژ سلف را با معادلات زیر جایگزین می‌کنیم:

$$i_C = C\frac{dv_C}{dt} = \frac{dv_C}{dt}$$
$$v_{L1} = L1\frac{di_{L1}}{dt} = 2\frac{di_{L1}}{dt}$$
$$v_{L2} = L_2\frac{di_{L2}}{dt} = \frac{di_{L2}}{dt}$$

معادلات را طوری ساده و مرتب می‌کنیم که مشتق متغیرهای حالت برحسب متغیرهای حالت (v_C, i_{L1}, i_{L2}) و ورودی (e_s) بدست آیند.

$$\begin{cases} -i_{L1} + i_{L2} + \frac{dv_C}{dt} = 0 \\ -e_s + 2\frac{di_{L1}}{dt} + 2i_{L1} + v_C = 0 \\ v_C - i_{L2} - \frac{di_{L2}}{dt} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dv_C}{dt} = i_{L1} - i_{L2} \\ \frac{di_{L1}}{dt} = -i_{L1} - \frac{1}{2}v_C + \frac{1}{2}e_s \\ \frac{di_{L2}}{dt} = v_C - i_{L2} \end{cases}$$

متغیر خروجی (v_o) را نیز برحسب متغیرهای حالت و ورودی بدست می‌آوریم.

$$v_o = i_{L2}$$

معادلات حالت و معادله خروجی را به فرم ماتریسی می‌نویسیم.

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{L1}}{dt} \\ \frac{di_{L2}}{dt} \\ \frac{dv_C}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -0.5 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} e_s, \quad v_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ v_C \end{bmatrix} + [0]\, e_s$$