

۱- تابع $f(x) = \begin{cases} \sin x & x \in \mathbb{Q} \\ \cos x & x \in \mathbb{Q}^c \end{cases}$ در چه نقاطی دارای حد است؟

۲- کدامیک از توابع زیر بر بازه داده شده پیوسته یکنواخت است.

الف) $f(x) = x^2$ بر بازه $[-2, 2]$

ب) $f(x) = \sqrt{x}$ بر بازه $[1, \infty)$

۳- اگر f, g پیوسته یکنواخت باشند آنگاه کدامیک از تابعهای زیر پیوسته یکنواخت هستند؟

الف) $f + g$ (ب) $\frac{f}{g}$ (ج) fg (د) $\frac{1}{g}$

۴- اگر $A \subseteq \mathbb{R}$ و A فشرده نباشد کدامیک از گزینههای زیر درست است؟

الف) هر تابع پیوسته بر A کران دار است.

ب) هر تابع پیوسته و کران دار بر A ماکسیمم دارد.

ج) اگر A کران دار باشد تابعی پیوسته بر A وجود دارد که پیوسته یکنواخت نیست.

د) هر تابع پیوسته بر A ، مینیمم خود را بر این مجموعه اختیار می کند.

۵- فرض کنید سری نامنفی $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ همگرا باشد. نشان دهید سریهای $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ و $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{a_{n+1}}$ همگرا هستند.