



بزرگی هست در دنیا خدا نام که با یادی کند دلها چه آرام

تاریخ: ۲۱ آبان ۱۳۹۴

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

امتحان میان ترم ریاضی عمومی ۲

[math-teacher.blog.ir](http://math-teacher.blog.ir)

تذکره ۱: برگه‌ی سوال از پاسخنامه جدا نشود در غیر این صورت پاسخنامه تصحیح نخواهد شد.

تذکره ۲: صفحات پاسخنامه شماره گذاری شده‌اند بنابراین پاسخ هر سوال فقط در صفحه‌ی مربوط به همان سوال درج شود و از برگ آخر پاسخنامه می‌توانید به عنوان چرک‌نویس استفاده کنید.

تذکره ۳: استفاده از تلفن همراه و ماشین حساب در طول امتحان غیر مجاز و در صورت مشاهده بنا بر قوانین برخورد خواهد شد.

تذکره ۴: درک سوالات بخشی از امتحان است پس در طول امتحان به هیچ سوالی پاسخ داده نخواهد شد.

تذکره ۵: نوشتن نام و نام خانوادگی، شماره دانشجویی و نام استاد فراموش نشود.

۱. الف: رویه‌های  $x^2 - y^2 + 2z^2 = 1$  و  $x^2 + y^2 + 2z^2 = 1$  را در فضای  $\mathbb{R}^3$  توصیف و رسم نمایید.

(۱.۵ نمره)

ب: معادله‌ی دایره‌ی بوسان بر منحنی حاصل اشتراک دو رویه‌ی اخیر را در نقطه‌ی  $(1, 0, 0)$  بیابید.

۲. پیوستگی تابع زیر را در مبدأ بررسی کنید:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x) \sin^3(y)}{\tan^2(x^2 + y^2)} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

(۱.۵ نمره)

۳. با استفاده از تعریف نشان دهید تابع  $f(x, y) = y + x^2 \sin\left(\frac{1}{x^2 + y^2 + 1}\right)$  در مبدأ مشتق پذیر است.

(۱.۵ نمره)

۴. نقاط اکسترمم نسبی یا مطلق تابع  $f(x, y) = y^2 - x^2 - 2x + 4y + 1$  را در ناحیه‌ی  $D$  بدست آورید و نوع نقاط اکسترمم نسبی را مشخص کنید. همچنین، مقادیر ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع را مشخص کنید.

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 9\}.$$

(۱.۵ نمره)

۵. فرض کنید  $z = xf(u, v)$  که در آن  $f$  تابعی مشتق پذیر است و  $u = \frac{y}{x}$  و  $v = xy^2$ . در این صورت،

(۱.۵ نمره)

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} \text{ را محاسبه کنید.}$$

با آرزوی موفقیت

[math-teacher.blog.ir](http://math-teacher.blog.ir)



بسمه تعالی

تاریخ: ۲۵ فروردین ۱۳۹۵

مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه

امتحان میان ترم ریاضی عمومی ۲

نام و نام خانوادگی: .....

[math-teacher.blog.ir](http://math-teacher.blog.ir)

تذکره ۱: صفحات پاسخ نامه شماره گذاری شده اند بنابراین پاسخ هر سوال فقط در صفحه‌ی مربوط به همان سوال درج شود و از برگ آخر پاسخ نامه می‌توانید به عنوان چرک‌نویس استفاده کنید.

تذکره ۲: استفاده از تلفن همراه و ماشین حساب در طول امتحان غیر مجاز و در صورت مشاهده بنا بر قوانین برخورد خواهد شد.

تذکره ۳: درک سوالات بخشی از امتحان است پس در طول امتحان به هیچ سوالی پاسخ داده نخواهد شد.

تذکره ۴: نوشتن نام و نام خانوادگی، شماره دانشجویی و نام استاد فراموش نشود.

۱. خم  $C$  با معادلات پارامتری  $C : \begin{cases} x = \sqrt{1-4t^2} \\ y = t \\ z = t+1 \end{cases}$  مفروض است.

الف: نشان دهید خم  $C$  مسطح است.

ب: مرکز انحنای خم  $C$  را در نقطه‌ی  $(1, 0, 1)$  بیابید.

(۱۵ نمره)

۲. تابع  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + (x+y)^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  مفروض است.

الف: نشان دهید  $f$  در مبدأ پیوسته است.

ب: مشتقات جزئی  $f$  را در مبدأ بیابید.

ج: نشان دهید  $f$  در مبدأ مشتق پذیر نیست.

(۱۵ نمره)

۳. فرض کنید  $g$  تابعی مشتق پذیر و  $z$  تابعی مشتق پذیر از  $x$  و  $y$  باشد که در رابطه‌ی  $xyz = g(x+y+z)$  صدق می‌کند. مطلوب است  $xy(\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y})$ .

(۱۵ نمره)

۴. نقاط بحرانی تابع  $f(x, y) = \frac{1}{y} - \frac{1}{x} - 4x + y$  را بیابید و نوع هر کدام را مشخص کنید.

(۱۵ نمره)

۵. نقاطی بر سطح  $z = xy + 1$  چنان بیابید که نسبت به مبدأ دارای کوتاهترین فاصله باشد.

(۱۵ نمره)

بآرزوی موفقیت

[math-teacher.blog.ir](http://math-teacher.blog.ir)



تاریخ: ۲۶ آبان ۱۳۹۵

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی: .....

امتحان میان‌ترم ریاضی عمومی ۲

[math-teacher.blog.ir](http://math-teacher.blog.ir)

تذکره ۱: استفاده از تلفن همراه و ماشین حساب در طول امتحان غیر مجاز و در صورت مشاهده بنابر قوانین برخورد خواهد شد.

تذکره ۲: درک سوالات بخشی از امتحان است پس در طول امتحان به هیچ سوالی پاسخ داده نخواهد شد.

تذکره ۳: نوشتن نام و نام خانوادگی، شماره دانشجویی و نام استاد روی پاسخ‌نامه فراموش نشود.

۱. الف) نشان دهید خم نظیر به تابع برداری

$$\vec{r}(t) = (2\sqrt{t} \cos t)\vec{i} + (3\sqrt{t} \sin t)\vec{j} + \sqrt{1-t} \vec{k}$$

روی یک رویه‌ی درجه‌ی دو قرار دارد و این رویه را توصیف کنید.

ب) بردارهای  $\vec{T}(\circ)$ ،  $\vec{N}(\circ)$  و  $\vec{B}(\circ)$  را برای تابع برداری

$$\vec{r}(t) = (t \cos t)\vec{i} + (t \sin t)\vec{j} + e^t \vec{k}$$

محاسبه کنید و معادله‌ی صفحه‌ی بوسان آن را در نقطه‌ی  $(\circ, \circ, 1)$  به دست آورید. (۱۵ نمره)

۲. تابع  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^5 - y^5}{(x^2 + y^2)^2} & (x, y) \neq (\circ, \circ) \\ \circ & (x, y) = (\circ, \circ) \end{cases}$  را در نظر بگیرید.

الف) ثابت کنید  $f$  در  $(\circ, \circ)$  پیوسته است.

ب) مقدارهای  $\frac{\partial f}{\partial x}(\circ, \circ)$  و  $\frac{\partial f}{\partial y}(\circ, \circ)$  را به دست آورید.

ج) نشان دهید  $f$  در  $(\circ, \circ)$  مشتق پذیر نیست. (۱۵ نمره)

۳. تابع دو متغیره‌ی  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  مشتق پذیر است. اگر  $w = x^2 f(\frac{y}{x}, \frac{z}{x})$  مقدار

$$x \frac{\partial w}{\partial x} + y \frac{\partial w}{\partial y} + z \frac{\partial w}{\partial z} - 2w,$$

را به دست آورید. (۱۵ نمره)

۴. اکستریم‌های موضعی تابع  $f(x, y) = 3x^2y + y^3 - 3x^2 - 3y^2 + 2$  را بیابید و با

استفاده از آزمون مشتق دوم نوع هر کدام را تعیین کنید. (۱۵ نمره)

۵. اکستریم‌های تابع  $f(x, y, z) = y^2 - 10z$  را تحت شرط  $x^2 + y^2 + z^2 = 36$  بیابید. (۱۵ نمره)

با آرزوی موفقیت

[math-teacher.blog.ir](http://math-teacher.blog.ir)



تاریخ: ۲۴ آذر ۱۳۹۵

مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی: .....

امتحان میان ترم ریاضی عمومی ۲

[math-teacher.blog.ir](http://math-teacher.blog.ir)

تذکره ۱: استفاده از تلفن همراه و ماشین حساب در طول امتحان غیر مجاز و در صورت مشاهده بنابر قوانین برخورد خواهد شد.

تذکره ۲: درک سوالات بخشی از امتحان است پس در طول امتحان به هیچ سوالی پاسخ داده نخواهد شد.

تذکره ۳: نوشتن نام و نام خانوادگی، شماره دانشجویی و نام استاد روی پاسخ نامه فراموش نشود.

۱. فرض کنید  $C$  خم حاصل از برخورد رویه‌ی  $x^2 - y^2 = 1$  و صفحه‌ی  $x + 2y - z = 0$  است. انحنای خم  $C$  را در نقطه‌ی  $P = (1, 0, 1)$  واقع بر خم  $C$  حساب کنید. (۱۵ نمره)

تابع  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  با ضابطه‌ی زیر مفروض است.

$$f(x, y) = \begin{cases} y \sin\left(\frac{x^2}{x^2+y^2}\right) & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

الف) نشان دهید  $f$  در مبدأ پیوسته است.ب) مشتقات جزئی  $f$  را در مبدأ حساب کنید.ج) مشتق پذیری  $f$  را در مبدأ بررسی کنید. (۱۵ نمره)

۲. فرض کنید  $f$  تابعی مشتق پذیر است و  $z$  به عنوان تابعی مشتق پذیر از  $x$  و  $y$  به صورت ضمنی در معادله‌ی  $f\left(\frac{xy}{x^2+y^2}, z\right) = 0$  صدق میکند. مقدار

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y},$$

را به دست آورید. (۱۵ نمره)

۳. اکستریم‌های نسبی تابع  $f(x, y) = \ln(2xy - 2x + 1)$  را در صورت وجود یافته و با استفاده از آزمون مشتق دوم، نوع آن‌ها را تعیین کنید. (۱۵ نمره)

۴. مینیمم تابع  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$  را تحت قید  $z^2 = x^2y + 4$  حساب کنید. (۱۵ نمره)

با آرزوی موفقیت

[math-teacher.blog.ir](http://math-teacher.blog.ir)



تاریخ: ۸ آذر ۱۳۹۶

مدت امتحان: ۱۴۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی: .....

امتحان میان ترم ریاضی عمومی ۲

[math-teacher.blog.ir](http://math-teacher.blog.ir)

تذکره ۱: استفاده از تلفن همراه و ماشین حساب در طول امتحان غیر مجاز و در صورت مشاهده بنابر قوانین برخورد خواهد شد.

تذکره ۲: درک سوالات بخشی از امتحان است پس در طول امتحان به هیچ سوالی پاسخ داده نخواهد شد.

تذکره ۳: نوشتن نام و نام خانوادگی، شماره دانشجویی و نام استاد روی پاسخ نامه فراموش نشود.

۱. معادله‌ی صفحه‌ی بوسان و کره‌ی بوسان بر منحنی به معادله‌ی پارامتری

$$\vec{r}(t) = (\sin t + 2 \cos t, \sqrt{2}(\sin t - \cos t), \sqrt{3} \sin t)$$

را در نقطه‌ی نظیر  $t = 0$  به دست آورید.

(۱۵ نمره)

۲. الف) ثابت کنید حد زیر وجود ندارد.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 \tan y}{x^4 + y^2}$$

ب) نقاطی بر رویه‌ی  $1 = x^2 + y^2 - z^2$  پیدا کنید که صفحه‌ی مماس بر رویه در این نقاط عمود بر خط  $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$  باشد.

(۱۵ نمره)

۳. تابع  $f(x, y) = \begin{cases} x \sin(\frac{xy}{x^2+y^2}) & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  را در نظر بگیرید.

الف) مقدارهای  $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$  و  $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$  را به دست آورید.

ب) مشتق جهتی  $f$  را در مبدأ مختصات و در جهت بردار  $u = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$  تعیین کنید.

(۱۵ نمره)

ج) آیا  $f$  در  $(0, 0)$  مشتق پذیر است؟ چرا؟

۴. فرض کنید تابع  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  تابعی مشتق پذیر و  $z = z(x, y)$  تابعی مشتق پذیر از متغیرهای  $x$  و  $y$  باشد که به طور ضمنی در

(۱۵ نمره)

رابطه‌ی  $f(\frac{z}{x}, \frac{z}{y}) = 0$  صدق می‌کند. مقدار  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y}$  را به دست آورید.

(۱۵ نمره)

۵. اکستریم‌های مقید تابع  $f(x, y, z) = x^2 + yz$  را به شرط  $x^2 + y^2 + z^2 = 2$  تعیین کنید.

با آرزوی موفقیت

[math-teacher.blog.ir](http://math-teacher.blog.ir)