

۱. محیط یک مربع برابر است با 6^a باشد، مساحت این مربع چقدر است؟

$$a = 6 \Rightarrow 4x = 6^6 = 2^6 \times 3^6 \Rightarrow x = 2^3 \times 3^3 \Rightarrow x^2 = 2^6 \times 3^6$$

$$a = 5 \Rightarrow 4x = 6^5 = 2^5 \times 3^5 \Rightarrow x = 2^2 \times 3^5 \Rightarrow x^2 = 2^4 \times 3^{10}$$

$$a = 7 \Rightarrow 4x = 6^7 = 2^7 \times 3^7 \Rightarrow x = 2^3 \times 3^7 \Rightarrow x^2 = 2^6 \times 3^{14}$$

$$a = 8 \Rightarrow 4x = 6^8 = 2^8 \times 3^8 \Rightarrow x = 2^4 \times 3^8 \Rightarrow x^2 = 2^8 \times 3^{16}$$

۲. مساحت یک لوزی برابر است با 2^b ، اگر بدانیم قطر بزرگتر ۸ برابر قطر کوچکتر است، اندازه قطر بزرگ برابر است با؟

$$\frac{x \cdot 8x}{2} = 2^{12} \Rightarrow 4x^2 = 2^{12} \Rightarrow x^2 = 2^{10} \Rightarrow x = 2^5 \Rightarrow y = 256$$

$$\frac{x \cdot 8x}{2} = 2^{14} \Rightarrow 4x^2 = 2^{14} \Rightarrow x^2 = 2^{12} \Rightarrow x = 2^6 \Rightarrow y = 512$$

$$\frac{x \cdot 8x}{2} = 2^8 \Rightarrow 4x^2 = 2^8 \Rightarrow x^2 = 2^6 \Rightarrow x = 2^3 \Rightarrow y = 64$$

$$\frac{x \cdot 8x}{2} = 2^{10} \Rightarrow 4x^2 = 2^{10} \Rightarrow x^2 = 2^8 \Rightarrow x = 2^4 \Rightarrow y = 128$$

۳. مقدار عبارت‌های مقابل را محاسبه کنید.

الف) به صورت یک عدد توان‌دار

$$12^c \times 54^d =$$

$$c = 4, d = 12 \Rightarrow (2^4 \times 3^4) \times (2^{12} \times 3^{36}) = 2^{20} \times 3^{40} = 18^{20}$$

$$c = 5, d = 15 \Rightarrow (2^{10} \times 3^5) \times (2^{15} \times 3^{45}) = 2^{25} \times 3^{50} = 18^{25}$$

$$c = 6, d = 18 \Rightarrow (2^{12} \times 3^6) \times (2^{18} \times 3^{54}) = 2^{30} \times 3^{60} = 18^{30}$$

$$c = 7, d = 21 \Rightarrow (2^{14} \times 3^7) \times (2^{21} \times 3^{63}) = 2^{35} \times 3^{70} = 18^{35}$$

(ب)

$$\frac{6^e \times 15^e \times 2^e}{20^e} =$$

$$e = 9 \Rightarrow \frac{(2^9 \times 3^9) \times (3^7 \times 5^7) \times 2^9}{2^{18} \times 5^9} = \frac{2^{18} \times 3^{16} \times 5^7}{2^{18} \times 5^9} = \frac{3^{16}}{5^2}$$

$$e = 10 \Rightarrow \frac{(2^{10} \times 3^{10}) \times (3^7 \times 5^7) \times 2^{10}}{2^{20} \times 5^{10}} = \frac{2^{20} \times 3^{17} \times 5^7}{2^{20} \times 5^{10}} = \frac{3^{17}}{5^3}$$

$$e = 11 \Rightarrow \frac{(2^{11} \times 3^{11}) \times (3^7 \times 5^7) \times 2^{11}}{2^{22} \times 5^{11}} = \frac{2^{22} \times 3^{18} \times 5^7}{2^{22} \times 5^{11}} = \frac{3^{18}}{5^4}$$

$$e = 13 \Rightarrow \frac{(2^{13} \times 3^{13}) \times (3^7 \times 5^7) \times 2^{13}}{2^{26} \times 5^{13}} = \frac{2^{26} \times 3^{20} \times 5^7}{2^{26} \times 5^{13}} = \frac{3^{20}}{5^6}$$

(ج) به صورت رادیکالی (زیر رادیکال ساده‌ترین حالت ممکن)

$$\sqrt{\frac{6^f \times 10 \times 12 \times 15 \times 18 \times 24 \times 30}{2^{30-f} \times 3^{f+5} \times 5^3}} =$$

$$f = 12 \Rightarrow \sqrt{\frac{(2^{12} \times 3^{12})(2 \times 5)(2^2 \times 3)(3 \times 5)(2 \times 3^2)(2^3 \times 3)(2 \times 3 \times 5)}{2^{18} \times 3^{17} \times 5^3}} =$$

$$\sqrt{\frac{2^{20} \times 3^{18} \times 5^3}{2^{18} \times 3^{17} \times 5^3}} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

$$f = 14 \Rightarrow \sqrt{\frac{(2^{14} \times 3^{14})(2 \times 5)(2^2 \times 3)(3 \times 5)(2 \times 3^2)(2^3 \times 3)(2 \times 3 \times 5)}{2^{16} \times 3^{19} \times 5^3}} =$$

$$\sqrt{\frac{2^{22} \times 3^{20} \times 5^3}{2^{16} \times 3^{19} \times 5^3}} = \sqrt{2^6 \times 3} = 8\sqrt{3}$$

۴. ب مم و کم های زیر را محاسبه کرده و به صورت ضرب اعداد توان دار با پایه عدد اول بنویسد.

(الف)

$$91 \times (g + 125) \times 256 \times 361, \quad 5^2 \times 11^2 \times 13^h \times 3 \times 7$$

$$g = 100, h = 4 \Rightarrow (7 \times 13) \times (3^2 \times 5^2) \times (2^8) \times (19^2), \quad 5^2 \times 11^2 \times 13^4 \times 3 \times 7$$

$$2^8 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 \times 13 \times 19^2, \quad 5^2 \times 11^2 \times 13^4 \times 3 \times 7$$

$$= 3 \times 5^2 \times 7 \times 13 \mid 2^8 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 \times 11^2 \times 13^4 \times 19^2$$

$$g = 100, h = 5 \Rightarrow (7 \times 13) \times (3^2 \times 5^2) \times (2^8) \times (19^2), \quad 5^2 \times 11^2 \times 13^5 \times 3 \times 7$$

$$2^8 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 \times 13 \times 19^2, \quad 5^2 \times 11^2 \times 13^5 \times 3 \times 7$$

$$= 3 \times 5^2 \times 7 \times 13 \mid 2^8 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 \times 11^2 \times 13^5 \times 19^2$$

(ب)

$$12^{13} \times 25^{14} \times 98, \quad 2^{15} \times 5^{19} \times 3^{15} \times 6^{14} =$$

$$2^{26} \times 3^{13} \times 5^{28} \times 2 \times 7^2, \quad 2^{15} \times 5^{19} \times 3^{15} \times 2^{14} \times 3^{14}$$

$$2^{27} \times 3^{13} \times 5^{28} \times 7^2, \quad 2^{29} \times 5^{19} \times 3^{29}$$

$$= 2^{27} \times 3^{13} \times 5^{19} \mid 2^{29} \times 3^{29} \times 5^{28} \times 7^2$$

۵. عدد $A = 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \dots \times 22$ را در نظر بگیرید. جوابها را به صورت ضرب اعداد توان دار با پایه

عدد اول بنویسد.

(الف) شمارنده های آن را از کوچک به بزرگ نوشته ایم، ۱۵ امین شمارنده آن کدام است؟

(ب) شمارنده های آن را از بزرگ به کوچک نوشته ایم، ۲۳ امین شمارنده آن کدام است؟

۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹,

۲۰, ۲۱, ۲۲, ۲۳, ۲۴, ۲۵, ۲۶, ۲۷, ۲۸

۱۶

$A / 28$

۶. اعداد 5^{123} ، 3^{178} ، 2^{280+m} را با هم مقایسه کرده و آنها را از کوچک به بزرگ بنویسید.

$$m = 23 \Rightarrow$$

$$2^{303} , 3^{178} , 5^{123}$$

$$(2^{12})^{25} , (3^7)^{25} , (5^5)^{25}$$

$$4096^{25} , 2187^{25} , 3125^{25}$$

$$\Rightarrow 2^{303} > 5^{123} > 3^{178}$$

۷. عددی مضرب ۱۰ پیدا کنید که بین دو عدد 3^{101} ، 3^{102} باشد.

$$3^{101} = \dots 3$$

$$3^{101} + 7 = \dots 0$$

۸. نزدیکترین عدد به 5^{1399} که مضرب ۴ است، کدام است؟

$$5^{1399} = \dots 25$$

$$5^{1399} - 1 = \dots 24$$

۹. عدد $B = 20 \times 25 \times 30 \times 35 \times \dots \times p \times q$ چند صفر سمت راست خود دارد؟ (عدد ۱۰۰، دو صفر و عدد ۱۰۲۳۰۰۰، سه صفر سمت راست خود دارند)

$$20 \mapsto 2^2 \times 5$$

$$25 \mapsto 5^2$$

$$30 \mapsto 2 \times 5$$

$$35 \mapsto 5$$

$$40 \mapsto 2^3 \times 5$$

$$45 \mapsto 5$$

$$50 \mapsto 2 \times 5^2$$

$$55 \mapsto 5$$

$$60 \mapsto 2^2 \times 5$$

$$65 \mapsto 5$$

$$70 \mapsto 2 \times 5$$

$$75 \mapsto 5^2$$

$$80 \mapsto 2^4 \times 5$$

$$85 \mapsto 5$$

$$90 \mapsto 2 \times 5$$

$$95 \mapsto 5$$

$$100 \mapsto 2^2 \times 5^2$$

$$p = 80 \Rightarrow 2^{14} \times 5^{17} \Rightarrow 10^{14} \times 5^3 \Rightarrow 14$$

$$p = 90 \Rightarrow 2^{15} \times 5^{19} \Rightarrow 10^{15} \times 5^4 \Rightarrow 15$$

$$p = 95 \Rightarrow 2^{17} \times 5^{21} \Rightarrow 10^{17} \times 5^4 \Rightarrow 17$$

۱۰. حاصل عبارت $\sqrt{12} + 2\sqrt{s} \times r\sqrt{6^3} - 4\sqrt{108}$ بین کدام دو عدد صحیح است؟

$$\begin{aligned}r = 2, s = 18 &\Rightarrow \sqrt{12} + 2\sqrt{18} \times 2\sqrt{6^3} - 4\sqrt{108} \\&= 2\sqrt{3} + (6\sqrt{2} \times (2 \times 6 \times \sqrt{6})) - 24\sqrt{2} = 2\sqrt{3} + 72\sqrt{12} - 24\sqrt{3} \\2\sqrt{3} + 144\sqrt{3} - 24\sqrt{3} &= 122\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}r = 3, s = 8 &\Rightarrow \sqrt{12} + 2\sqrt{8} \times 3\sqrt{6^3} - 4\sqrt{108} \\&= 2\sqrt{3} + (4\sqrt{2} \times (3 \times 6 \times \sqrt{6})) - 24\sqrt{2} = 2\sqrt{3} + 72\sqrt{12} - 24\sqrt{3} \\2\sqrt{3} + 144\sqrt{3} - 24\sqrt{3} &= 122\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$211 < 122\sqrt{3} < 212$$