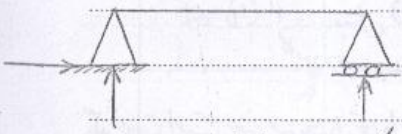
(www.jafaree.blogfa.com)

Date : ۸۹/۱۱/۲۸ جلسه اول

Sabject : «تحلیل استاتیکی سازه‌ها»

معین و نامعین سازه‌ها:

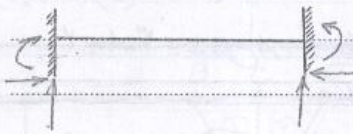
سازه‌های معین: یک سازه معین می‌باشد هرگاه تعداد مجهولات موجود و تعداد معادلات برای حل آن با هم مساوی باشند.



معین

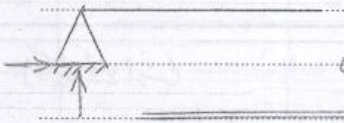
۳ مجهول ، ۳ واکنش ۳=۳

سازه‌های نامعین: سازه‌هایی که تعداد مجهولات آنها از تعداد معادلات آنها بیشتر باشد نامعین می‌باشد (به اختلاف تعداد مجهولات و تعداد معادلات درجه نامعینی سازه گفته می‌شود)



درجه نامعینی ۳ = ۳ - ۶ ۳ معادله ۶ مجهول

حالت سوم: زمانی که تعداد مجهولات کمتر از تعداد واکنش‌های باشد سازه نایدار استاتیکی می‌باشد.



نایدار استاتیکی ⇐ ۲ < ۳ ۳ معادله ۲ مجهول

تعیین درجه نامعینی در سازه‌های نامعین:

در سازه‌های نامعین برای تعیین درجه نامعینی باید تعداد معادلات و مجهولات را با توجه به نوع تکیه‌گاهها و اتصالات در نظر گرفت.

نکته: در تعیین تعداد معادلات و مجهولات به نکات زیر نیز باید توجه نمود:

۱) هر جکفری شده در سازه سه مجهول به مجهولات اضافه می‌کند.

۲) هر واکنش تکیه‌گاهی یک مجهول به مجهولات اضافه می‌کند.

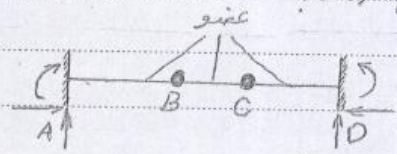
۳) هر مفصل داخلی که به n عضو متصل است n-1 معادله به معادلات اضافه می‌کند.

۴) در حالت دو بعدی سه معادله تعادل موجود می‌باشد که در تعداد معادلات باید در نظر گرفته شود.

Date : / /

Subject :

مثال: درجه‌ی نامعینی سازه‌های زیر را مشخص کنید. (مبحث تعیین درجه نامعینی سازه‌ها)



۴ واکنش — C منفصل $= ۲ - ۱ = ۱$ (مطابق اسلاید ۷۹ ارشد)

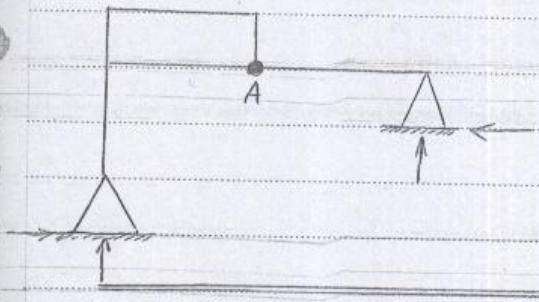
۳×۰ حلقه — B منفصل $= ۲ - ۱ = ۱$

به دو عضو وصل

۳ ثابت است یعنی سه معادله تعادل $\begin{cases}\sum F_x\\ \sum F_y\\ \sum M_A\end{cases}$ — درجه نامعین

$$۶ + ۰ \times ۳ - ۱ - ۱ - (۳) = \boxed{۱}$$

(آزاد ۸۱ ارشد)

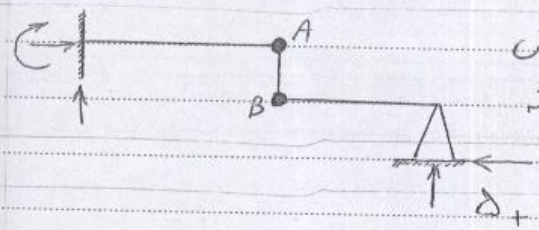


۴ واکنش — A منفصل $= ۳ - ۱ = ۲$

۳×۱ حلقه

درجه نامعین $\boxed{۲} = ۳ - ۲ - ۳ + ۱ \times ۳ + ۴$

(آزاد ۷۹ ارشد)



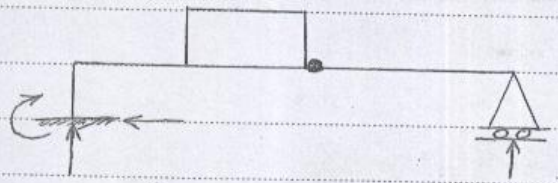
۵ واکنش

۳×۰ حلقه — A منفصل $= ۲ - ۱ = ۱$

B منفصل $= ۲ - ۱ = ۱$

سازه معین است. $\boxed{۵} = ۳ - ۱ - ۱ + ۳ \times ۰ + ۵$

(آزاد ۷۹ ارشد)



۴ واکنش

۳×۱ حلقه

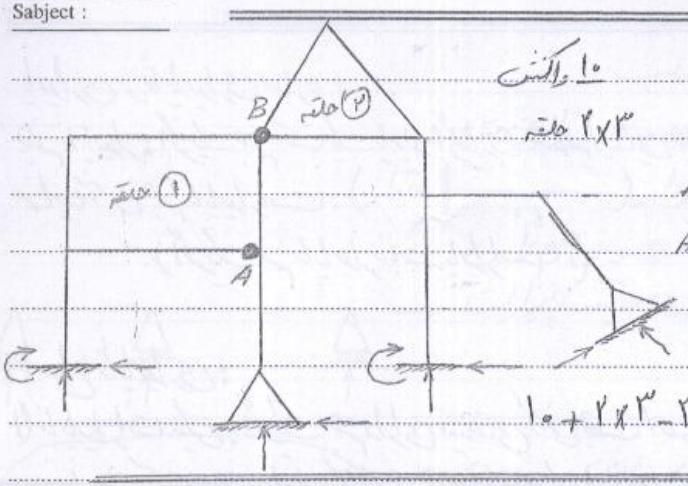
A منفصل $= ۲ - ۱ = ۱$

۳ درجه نامعین است. $\boxed{۳} = ۳ - ۱ - ۳ + ۱ \times ۳ + ۴$

Date : / /

Sabject :

(سه سر و ۳ درجه)



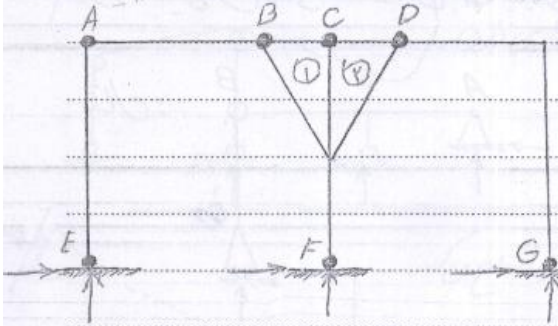
۱۰ واکنش

۲×۳ حلقه

$B = 4 - 1 = 3$

$A = 2 - 1 = 1$

$10 + 2\times3 - 3 - 1 - 3 = 9$ درجه نامعین



نکته: (زمانی که بعد از G، F، E بدون ستونی باشد یعنی به تکیه‌گاه ثابت متصل شده از تعداد ۲ واکنش دارند) نگفتن نمی‌کنند)

۶ واکنش

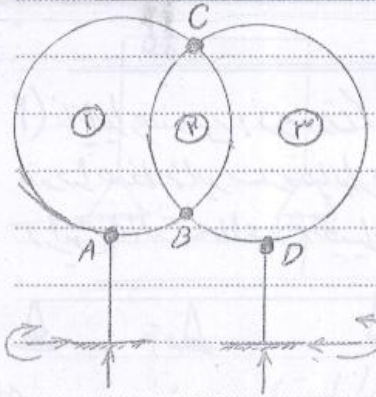
۲×۳ حلقه

$6 + 2\times3 - 1 - 2 - 2 - 2 - 3 = 2$ درجه نامعین است.

E نامعینی $= 1 - 1 = 0$ $\quad F$ نامعینی $= 1 - 1 = 0$ $\quad G$ نامعینی $= 1 - 1 = 0$

A نامعینی $= 2 - 1 = 1$ $\quad B$ نامعینی $= 3 - 1 = 2$ $\quad C$ نامعینی $= 3 - 1 = 2$ $\quad D$ نامعینی $= 3 - 1 = 2$

(سه سر و ۹ درجه)



۶ واکنش

۳×۳ حلقه

A نامعینی $= 3 - 1 = 2$

B " $= 4 - 1 = 3$

C " $= 4 - 1 = 3$

D " $= 3 - 1 = 2$

$6 + 3\times3 - 2 - 3 - 3 - 2 - 3 = 2$ درجه نامعین است.

Date : / /

Sabject :

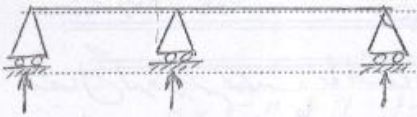
شرط پایدار بودن یک جسم صلب :

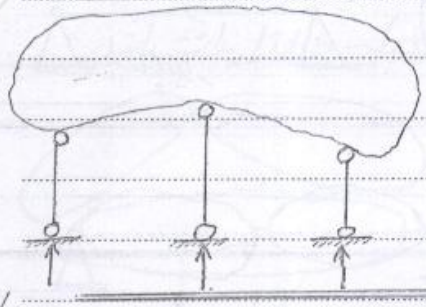
در یکی از دو حالت زیر یک جسم صلب پایدار می شود :

۱) با استفاده از یک اتصال گیردار (——|—— پایدار)

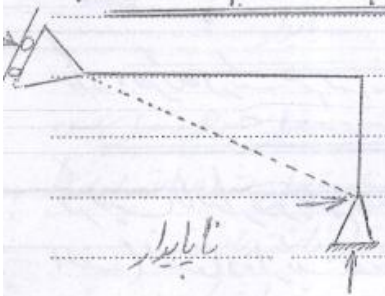
۲) استفاده از سه واکنش غیر موازی و غیر هم رأس

چون سه واکنش موازی هستند ناپایدار است. →

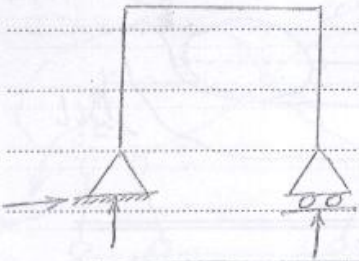




جسم صلب با سه میله ی موازی به زمین متصل شده است باتوجه به اینکه سه واکنش موازی دارد، ناپایدار است.



چون هر سه واکنش در یک نقطه همدیگر را قطع می کنند (هم رأس اند) ناپایدار است.



سه واکنش که همزمان موازی نیستند و راستای هر سه آنها با هم هم رأس نیست و مجموعه پایدار است

ترکیب پایدار اجسام صلب :

ترکیب یک گره و یک جسم صلب در یکی از دو حالت زیر پایدار است.

Date : ۹۶/۱۲/۱۵ جلسه دوم

Sabject :

پایداری و ناپایداری سازه:

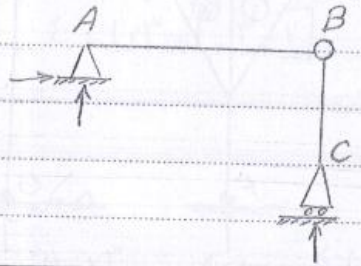
جسم ناپایدار: اگر یک جسم تحت یک یا چند بارگذاری نتواند اینرسی خود را حفظ کند و شروع به حرکت و دوران نماید آن جسم ناپایدار است.

(اگر یک جسم ناپایدار نباشد پایدار است.)

انواع ناپایداری:

۱) ناپایداری استاتیکی: اگر یک جسم دارای قیدهای کافی جهت تحمل بارهای وارده نباشد یا به بیان دیگر درجه نامعینی آن منفی باشد آن جسم ناپایدار استاتیکی است.

مثال:

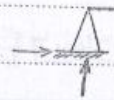


۳ معادله تعادل، ۳ واکنش

منفصل B = ۲ - ۱ = ۱

۳ - ۱ - ۳ = -۱ < ۰

مثال:



۳ معادله تعادل، ۲ واکنش

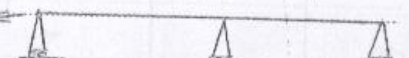
منفصل ندارد.

۲ - ۳ = -۱ < ۰

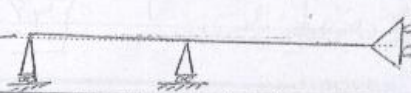
۲) ناپایداری هندسی: در صورتی که شکل سازه به گونه‌ای باشد که در برخی بارگذاری‌ها نتواند اینرسی خود را حفظ نماید سازه ناپایدار هندسی است.

در این حالت با اعمال تغییرات کوچکی در شکل سازه می‌توان آن را پایدار نمود.

ناپایدار هندسی: در این سازه در صورت اعمال یک نیروی افقی به مجموعه شروع به حرکت می‌کند.



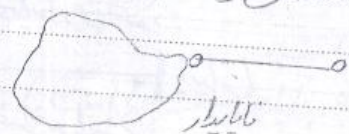
پایدار:

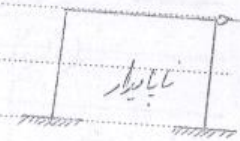


Date : / /

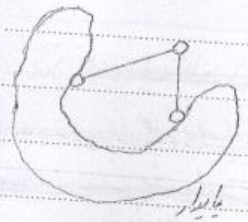
Sabject :

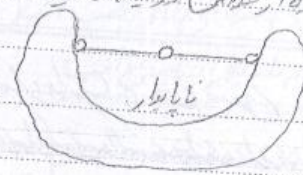
اتصال به وسیله‌ی اتصال گیردار:

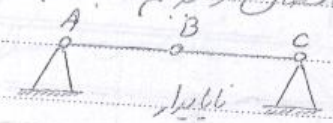


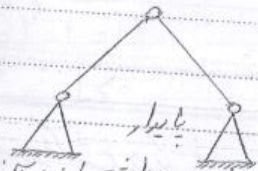


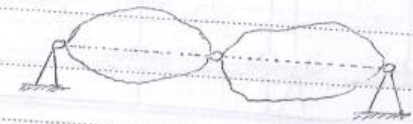
اتصال گره: جسم صلب با استفاده از حداقل دو میله‌ی غیرموازی







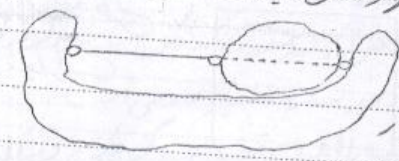




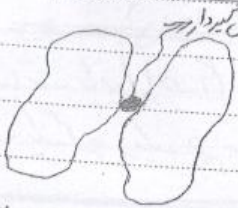
نکته: هر گاه در یک جسم بیش از دو عضو در حالت وجود داشته باشد آن جسم ناپایدار است.

ترکیب: پایدار دو جسم صلب در حالات زیر پایدار باشند:

الف) استفاده از یک عضو و یک میله به شرط آنکه راستای میله و راستای عضو بر هم منطبق نباشند (راستای میله و راستای عضو بر هم عمود باشند)



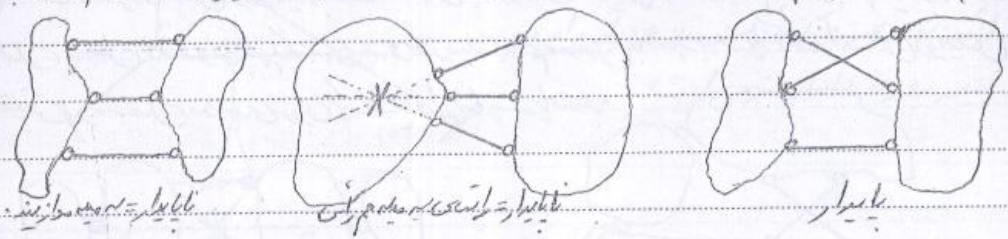
ب) اتصال دو جسم صلب به یکدیگر با اتصال گیردار



Date : / /

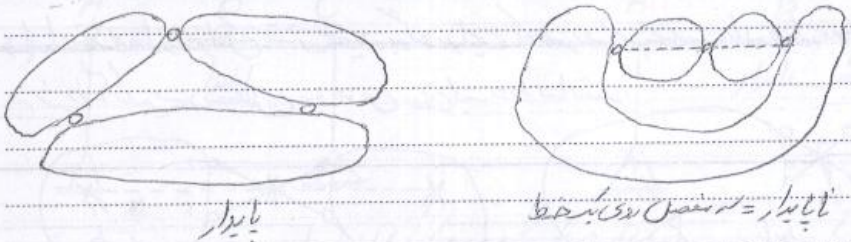
Subject :

ج) اتصال دو جسم با استفاده از حداقل سه میله به شرط آنکه میله‌ها با یکدیگر موازی یا هم راس نباشند.



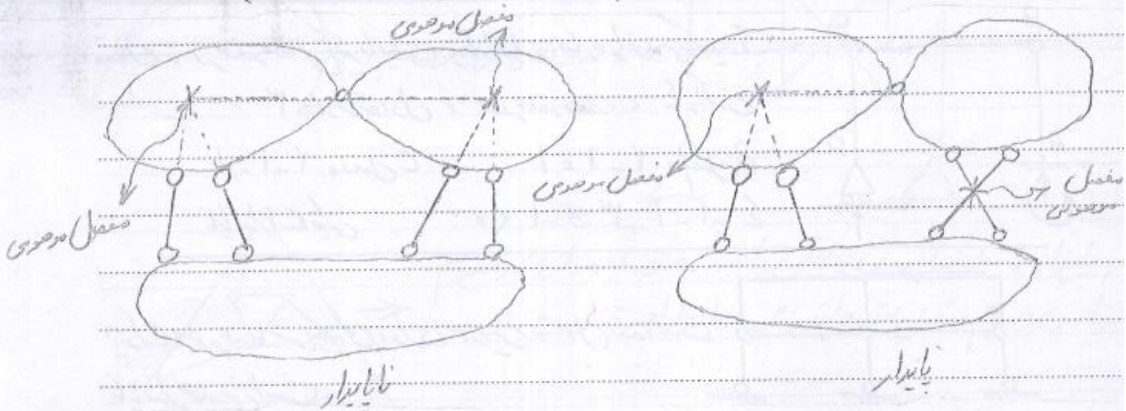
ترکیب سه جسم صلب در یکی از حالات زیر می‌تواند پایدار باشد:

الف) اتصال سه جسم با سه مفصل به شرط آنکه مفصل‌ها بر روی یک خط قرار نداشته باشند.



ب) استفاده از یک مفصل و چهار میله به گونه‌ای که دو جسم با یک مفصل به هم متصل شده باشند و جسم سوم با هر یک از دو جسم اول با دو میله و جفتاً چهار میله متصل شده باشد به شرط آنکه مفصل حقیقی موجود در مفصل موهومی بر روی یک خط قرار نداشته باشد.

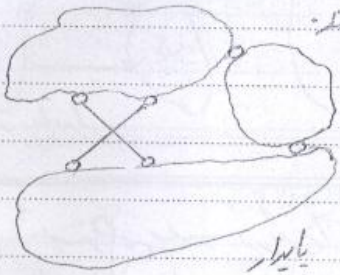
(محل برخورد راستای هر دو میله اتصال در جسم صلب مفصل موهومی می‌باشد)



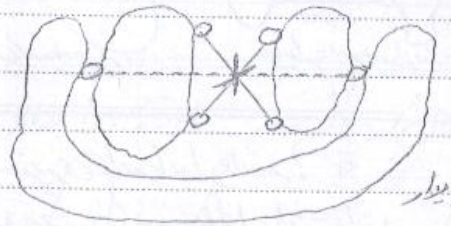
Date : / /

Sabject :

ج) استفاده از دو عضو و دو مفصل جهت اتصال به گونه‌ای که یکی از سه جسم یا دو جسم دیگر از طریق دو مفصل متصل باشد و دو جسم دیگر به وسیله‌ی دو مفصل به هم متصل باشند به شرط آنکه راستای دو مفصل حقیقی و دو مفصل موهومی روی یک خط قرار نداشته باشند.

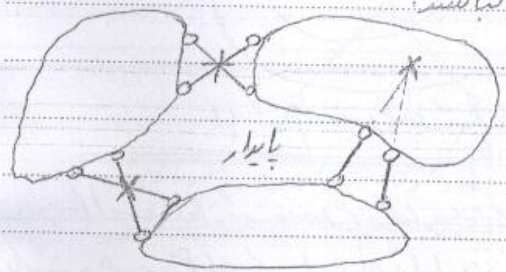


پایدار

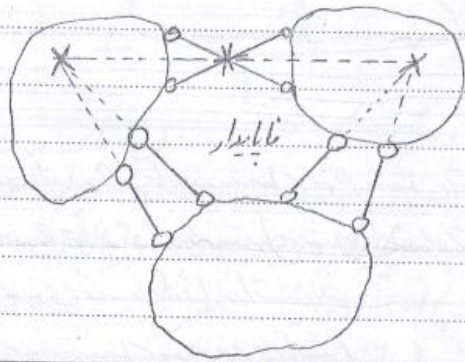


ناپایدار

د) استفاده از حداقل شش میله به گونه‌ای که هر دو جسم صلب با دو میله به هم متصل باشند به شرط آنکه سه مفصل موهومی روی یک خط نباشند.

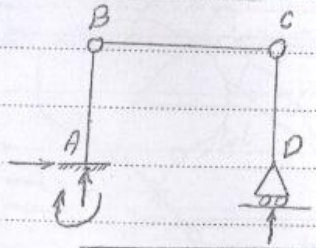


پایدار



ناپایدار

مثال: در سازه‌های زیر پایداری و ناپایداری سازه را بررسی کنید؟

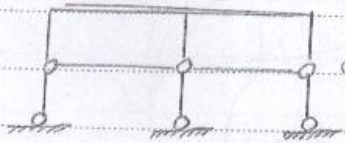


۳ معادله تعادل ، ۴ مجهول ، یک درجه نامعینی

مفصل C ۲ - ۱ - ۱ = ۰

مفصل B ۲ - ۱ - ۱ = ۰

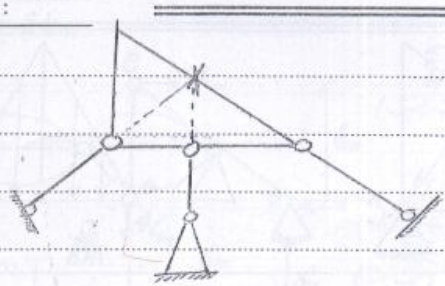
۴ - ۱ - ۱ - ۳ = -۱ < ۰ ناپایدار استاتیکی



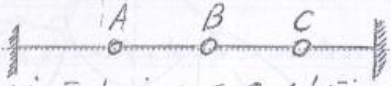
چون هیچ عضو یا میله‌ای سازه را به زمین متصل نکرده است ناپایدار هندسی است.

Date : / /

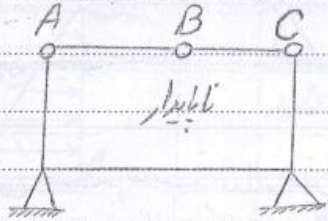
Sabject :

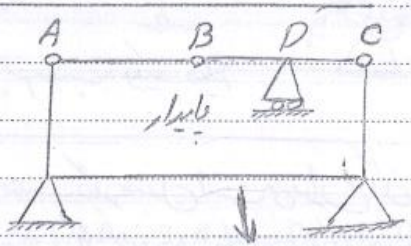


راستای هر سه میله که جسم را به زمین متصل می‌کند از یک نقطه عبور می‌کند و سه میله هم راستا اند در نتیجه مجموعه ناپایدار هندسی است.

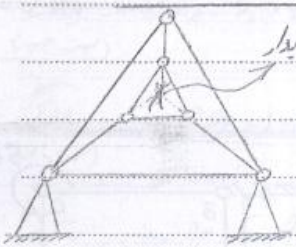


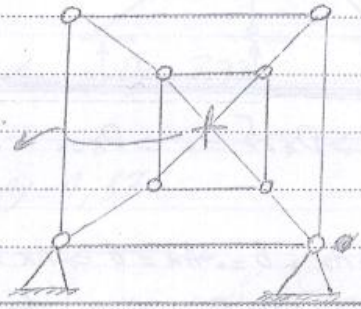
سه مفصل متصل A و B و C نیز روی یک خط هستند مجموعه ناپایدار است یا (چون گره‌ی B با دو میله‌ی موازی به نقاط A و C متصل شده است ناپایدار)

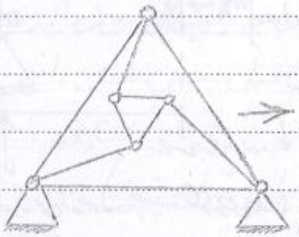




پایدار و با تکیه‌گاه غلتکی D قرار دارد و سه مفصل A, B, C دیگر متصل نیستند در نتیجه می‌توان به این دلیل مجموعه را ناپایدار نام داد.



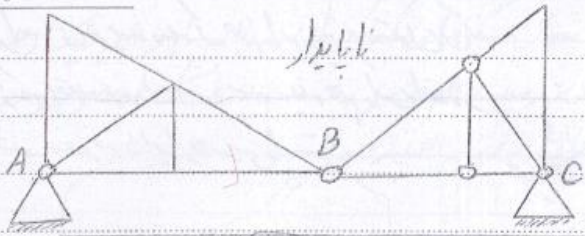




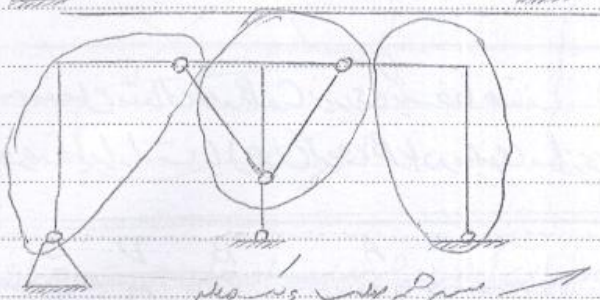
پایدار و تعداد پیوندی داخلی با سه میله‌ی غیر موازی و غیر هم راس سه هم متصل بسته‌اند و مجموعه پایدار است.

Date : ۱۴۰۲/۱۲/۱۸ جلسه هفتم

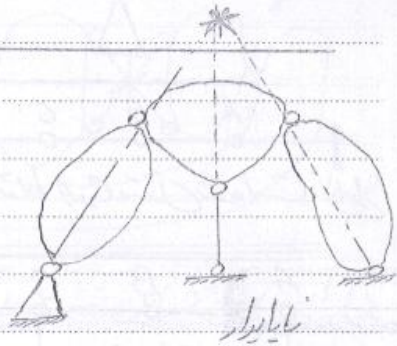
Sabject :



ناپایدار

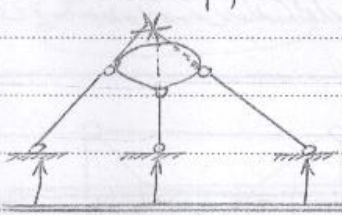


سه جسم صلب و یک میله



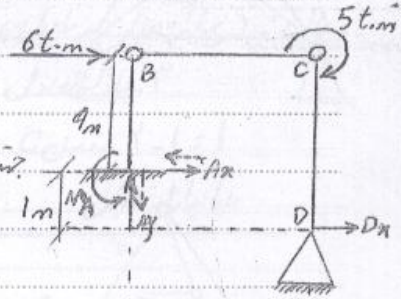
ناپایدار

زمینی یک جسم صلب است از طریق دو مفصل به اجسام صلب دیگر متصل است می توان آن را همانند یک میله در راستای آن دو مفصل در نظر گرفت و نیرو در آن نیز به صورت آن میله ای فرض می باشد. در اینجا برین ترتیب سه واکنش تکیه گاهی باهم هم راس می باشند و مجموعه ناپایدار است.



ناپایدار

$\overset{\curvearrowleft}{\sum M_C = 0} \Rightarrow D_x \cdot 5 = 0 \Rightarrow D_x = 0$ (ساعت راست)



$\overrightarrow{\sum F_x = 0} \Rightarrow A_x + 6 = 0 \Rightarrow A_x = -6 \Rightarrow A_x = \overleftarrow{6}$ جهت برعکس گردد.

$\overset{\curvearrowleft}{\sum M_B = 0} \Rightarrow 3,5 D_y - 5 = 0 \Rightarrow D_y = \frac{5}{3,5} = 1,43\ t.m$ (ساعت راست)

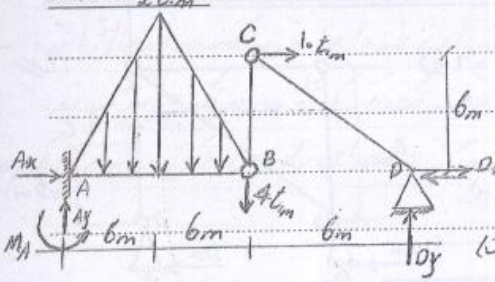
$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + 1,43 = 0 \Rightarrow A_y = -1,43 \Rightarrow A_y = 1,43 \downarrow$ جهت برعکس گردد.

$\overset{\curvearrowleft}{\sum M_B = 0} \Rightarrow -6 \times 4 + M_A = 0 \Rightarrow M_A = \overleftarrow{24}$ (ساعت چپ)

(گشتاور 5 تن از ست چپ C وارد می شود.)

Date : / /

Subject :

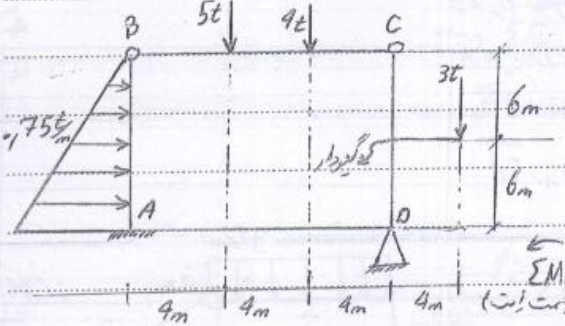


$\overleftarrow{\sum M_B = 0} \Rightarrow 6Dy - 10\times 6 = 0 \Rightarrow Dy = 10t$ (ساعت‌گرد) تمرین ۵

$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow Ay - \frac{2\times 12}{2} + 10 - 4 = 0 \Rightarrow Ay = 6t \uparrow$

$\overleftarrow{\sum M_C = 0} \Rightarrow 10\times 6 + 6Dx = 0 \Rightarrow Dx = -10 \Rightarrow Dx = \overleftarrow{10t}$ (ساعت‌گرد)

$\overrightarrow{\sum F_x = 0} \Rightarrow Ax + 10 - 10 = 0 \Rightarrow Ax = 0$ $\quad \overleftarrow{\sum M_B = 0} \Rightarrow M_A - 6\times 12 + \left(\frac{2\times 12}{2}\right)\times 6 = 0 \Rightarrow M_A = 0$ (ساعت‌گرد)



تمرین ۶

$\overleftarrow{\sum M_C = 0} \Rightarrow -12Dx - 3\times 4 = 0 \Rightarrow Dx = -1 \Rightarrow Dx = \overleftarrow{1t}$ (ساعت‌گرد)

$\overrightarrow{\sum F_x = 0} \Rightarrow Ax + \left(\frac{0/75\times 12}{2}\right) + 1 = 0 \Rightarrow Ax = -5,5t$

$\overleftarrow{\sum M_B = 0} \Rightarrow M_A - 5,5\times 12 + \left(\frac{0/75\times 12}{2}\right)\times \frac{2}{3}\times 12 = 0 \Rightarrow M_A \Rightarrow \overleftarrow{20\ t/m}$ (ساعت‌گرد)

$\overleftarrow{\sum M_B = 0} \Rightarrow 12Dy + 1\times 12 - 3\times 16 - 4\times 8 - 5\times 4 = 0 \Rightarrow Dy = 7,33$ (ساعت‌گرد)

$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow Ay - 5 - 4 - 3 + 7,33 = 0 \Rightarrow Ay = 4,67$

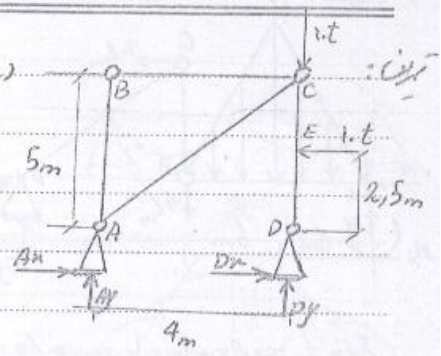
غالب واکنش های تکیه گاهی در سازه های معین برای غالب واکنش های تکیه گاهی بیش از یک دیاگرام آزاد با کمک گرفتن از سه معادله تعادل و همچنین معادله ی تعادل مول منفصل های داخلی می توان واکنش ها را محاسبه کرد.

(لنگر مول منفصل های داخلی از سمت چپ و راست منفصل با هم برابر می باشد)

Date : / /

Sabject :

تمرین: در سازه ی شکل زیر مطلوبست کلیه ی واکنش های تکیه گاهی:



$\overrightarrow{\Sigma F_x} = 0 \Rightarrow$ اگزیوم

$\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow$ اگزیوم 2

$\curvearrowleft \Sigma M_A = 0 \Rightarrow 4Dy + 1.0 \times 2,5 - 1.0 \times 4 = 0$

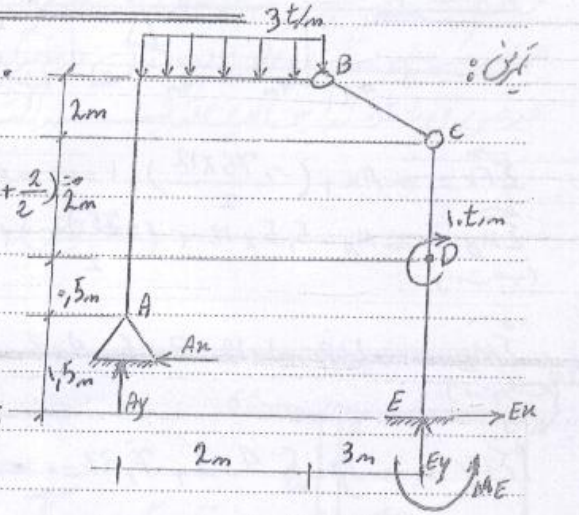
$\Rightarrow 4Dy = 15 \Rightarrow Dy = 3,75t \uparrow$

$\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow Ay - 1.0 + 3,75 = 0 \Rightarrow Ay = 6,25$

$\curvearrowleft \Sigma M_C = 0 \Rightarrow Dx \times 5 - 1.0 \times 2,5 = 0 \Rightarrow Dx = \overrightarrow{5t}$ (ساعت است)

$\overrightarrow{\Sigma F_x} = 0 \Rightarrow Ax - 1.0 + 5 + 0 \Rightarrow Ax = \overrightarrow{5t}$

تمرین:



$\curvearrowleft \Sigma M_B = 0 \Rightarrow -2Ay + 4,5Ax + (3 \times 2) \times \frac{2}{2} = 0$ (ساعت موافق است)

$\Rightarrow -2Ay + 4,5Ax = -6$ (1)

$\curvearrowleft \Sigma M_C = 0 \Rightarrow -Ay \times 5 + Ax \times 2,5 + (3 \times 2)(3 + \frac{2}{2}) = 0$

$\Rightarrow -5Ay + 2,5Ax = -24$ (2)

$(-2Ay + 4,5Ax = -6) \times -(\frac{-5}{-2}) =$

$\Rightarrow -5Ay + 5Ay + 2,5Ax - 11,25Ax = 24 + 15$

$\Rightarrow -8,75Ax = -9 \Rightarrow Ax = \overrightarrow{1,03t}$

(1) $-2Ay + 4,5 \times 1,03 = -6 \Rightarrow -2Ay = 10,63 \Rightarrow Ay = 5,32t \uparrow$

$\overrightarrow{\Sigma F_x} = 0 \Rightarrow 1,03 + Ex = 0 \Rightarrow Ex = -1,03 \Rightarrow \overleftarrow{Ex = 1,03t}$

$\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow 5,32 - (3 \times 2) + Ey = 0 \Rightarrow Ey = 0,68t \uparrow$

$\curvearrowleft \Sigma M_C = 0 \Rightarrow M_E - 1,03 \times 4 - 1.0 = 0 \Rightarrow M_E = 14,12\ t_{/m}$ (ساعت است)

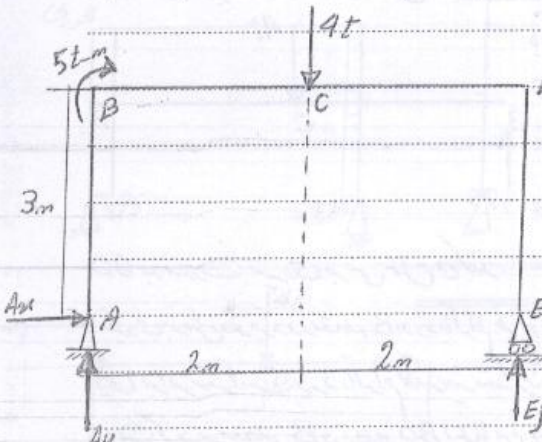
KAVOSH

Date : 87/1/18 جلسه چهارم

Sabject :

دیاگرام لنگر خمشی و برش و نیروی محوری در تیرها : در رسم این نمودارها تقریباً مشابه تیرهای باشد در این حالت پس از محاسبه واکنش های تکیه گاهی تیر را به چند قسمت تقسیم کرده و در هر قسمت با نوشتن یک تیر دیاگرام های نیروی محوری، نیروی برشی و لنگر خمشی را رسم می کنیم و در انتهای کار می توان برای کل تیر این دیاگرام ها را با توجه به دیاگرام های رسم شده برای هر قطعه رسم نمود.

مثال : در تیر بارگذاری نشان داده شده مطلوبست رسم دیاگرام های نیروی محوری، نیروی برشی و لنگر خمشی.



$\overrightarrow{\Sigma F_x = 0} \Rightarrow Ax = 0$

$\overleftarrow{\Sigma M_B = 0} \Rightarrow -5 + 4Ey - 9 \times 2 = 0$

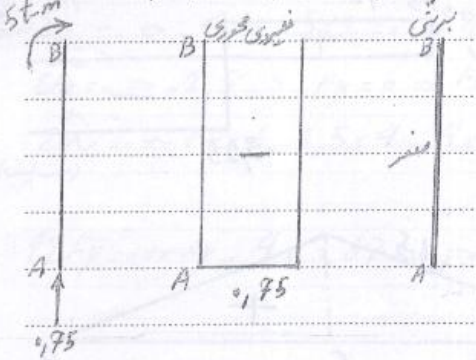
$4Ey = B \Rightarrow Ey = 3,25\,t$

$\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow Ay - 4 + 3,25 = 0$

$Ay = 0,75\,t$

تیر را به سه قطعه AB، BD، DE تبدیل می کنیم و برای هر یک از این سه قطعه دیاگرام های نیروی محوری، نیروی برشی و لنگر خمشی را رسم می کنیم.

نیروی 0,75 در جهت محوری میله بوده به صورت فشاری وارد می شود و با توجه به فشاری بودن آن منفی می باشد. در رسم دیاگرام ها معادیر منفی را در روی داخلی محور رسم می کنیم و مقادیر مثبت در روی خارجی.



چون با عث کاهش مقدار لنگر مثبت در روی خارجی عضو می شود.

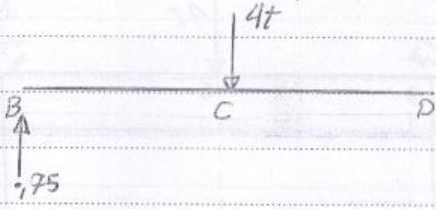
Date : / /

Sabject :

نیروی برشی به قطعه AB وارد نمی‌شود پس دیاگرام برش برای آن صفر است.

با توجه به آنکه دیاگرام لنگر انرژی دیاگرام برش و با توجه به مطلب زیر خود آن پیدا می‌شود و در اینجا دیاگرام برش صفر است دیاگرام لنگر نیز صفر است و در نقطه B به علت وجود لنگر متمرکز 5 t.m در دیاگرام لنگر یک جهش به میزان 5 ایجاد می‌گردد.

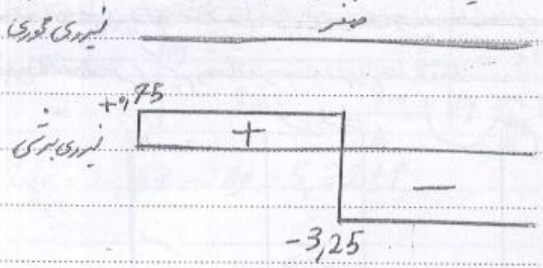
در دیاگرام‌های لنگر ذهنی دیاگرام را از سمت چپ به راست ترسیم می‌کنیم ملیت قرارداد لنگر ساعت‌گرد مثبت و لنگر پادساعت‌گرد منفی است.



با توجه به مقادیر موجود در نقطه B در دیاگرام‌های نیروی محوری و نیروی برشی و لنگر خمشی قطعه AB نیروهای وارد بر نقطه B در قطعه BD نیز ترسیم می‌شوند در دیاگرام نیروی محوری مقدار نیروی محوری در نقطه B برابر +.75 است این نیروی محوری در قطعه BD به صورت نیروی برشی عمل می‌کند.

نیروی برشی موجود در نقطه B در دیاگرام برش قطعه AB برای قطعه BD نقش نیروی محوری را دارد که در اینجا برابر صفر است در دیاگرام لنگر نیز مقدار لنگر در نقطه B برابر +5 است که در اینجا به صورت یک لنگر ساعت‌گرد به نقطه B در قطعه BD اعمال می‌شود.

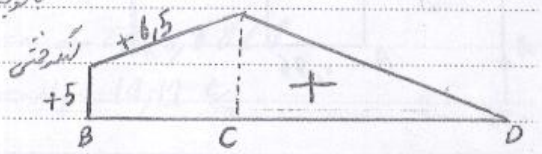
اگر نیرو به سمت چپ بیرونی باشد مثبت و اگر به سمت چپ داخلی باشد منفی است.



با توجه به آنکه نمودار برش خط مستقیم است نمودار لنگر سهمی است

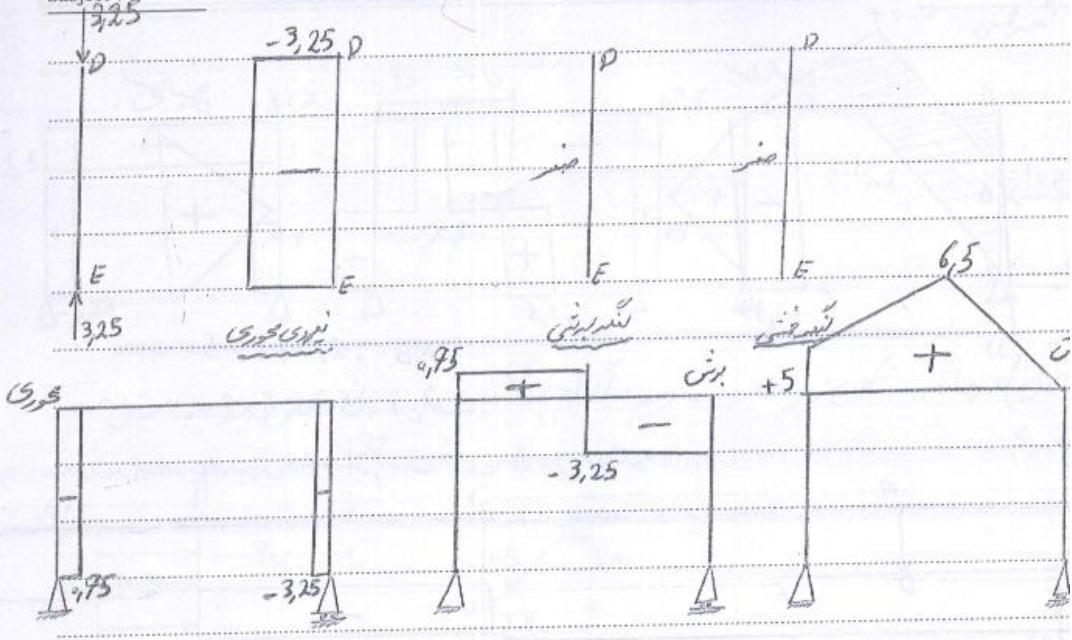
$M_C = 5 + .75 \times 2 = 6.5$

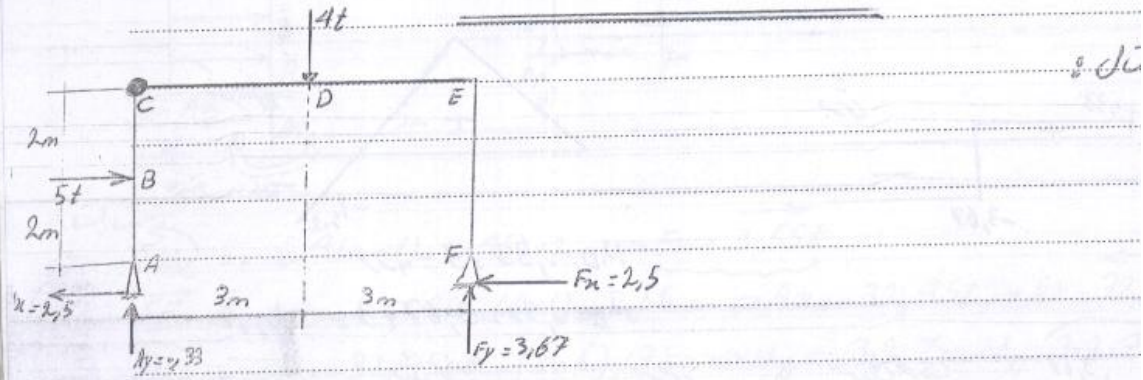
$M_D = 6 - 5 - 3.25 \times 2 = 0$



Date : / /

Sabject :





$\sum M_C = 0 \Rightarrow -4Ax + 5 \times 2 = 0 \Rightarrow Ax = 2,5t$

$\sum Fx = 0 \Rightarrow -2,5 + 5 - Fx = 0 \Rightarrow Fx = 2,5t$

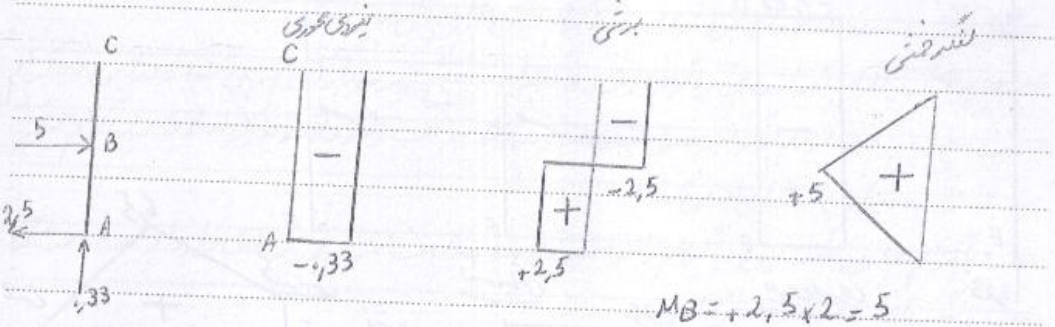
$\sum M_C = 0 \Rightarrow Fy \times 6 - 2,5 \times 4 - 4 \times 3 = 0 \Rightarrow 6Fy = 22 \Rightarrow Fy = 3,67$

(ساعتگرد)

$\sum Fy = 0 \Rightarrow Ay - 4 + 3,67 = 0 \Rightarrow Ay = 0,33$

Date : / /

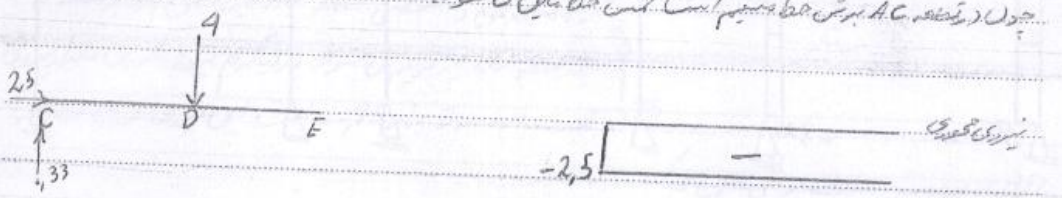
Subject :

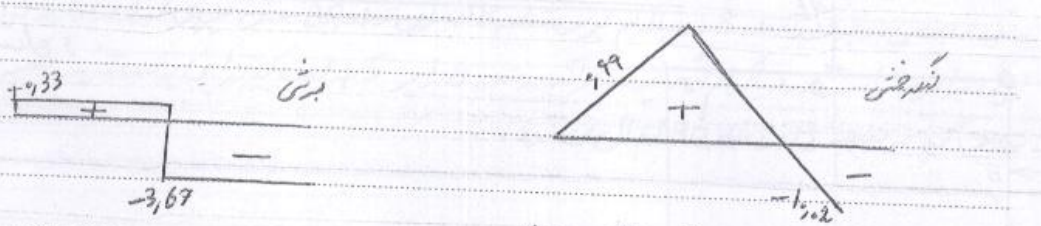


$M_B = +2,5 \times 2 = 5$

$M_C = +5 - 2,5 \times 2 = 0$

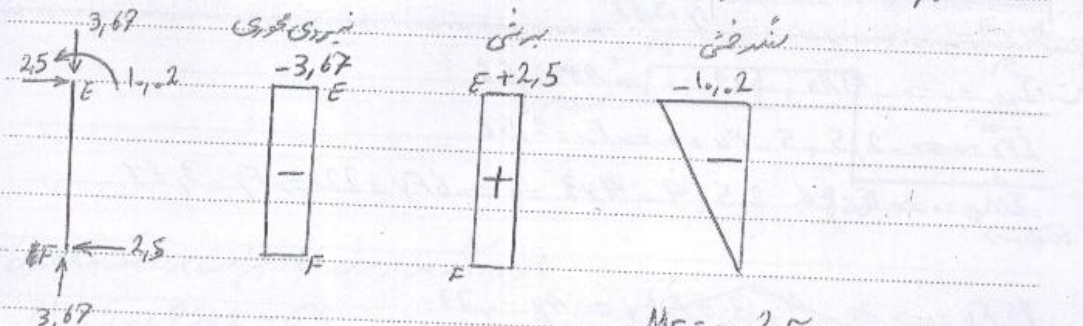
چون زیر تمام AC برش خط مستقیم است لنگر خطی می شود.





$M_D = ,33 \times 3 = ,99$

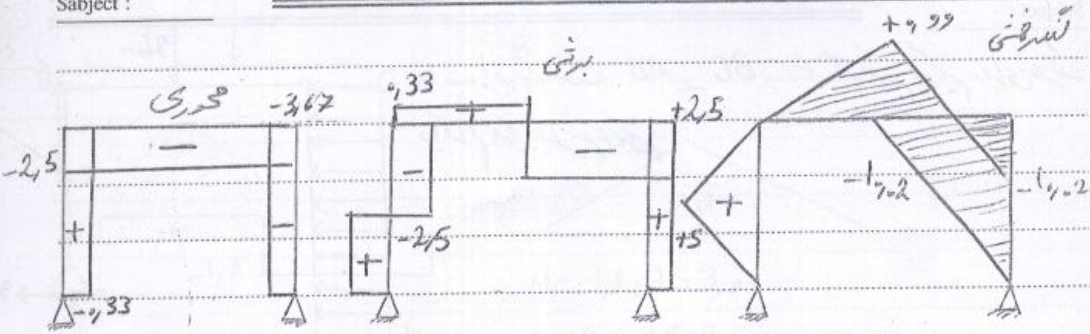
$M_E = ,99 - 3,67 \times 3 = -1,02$



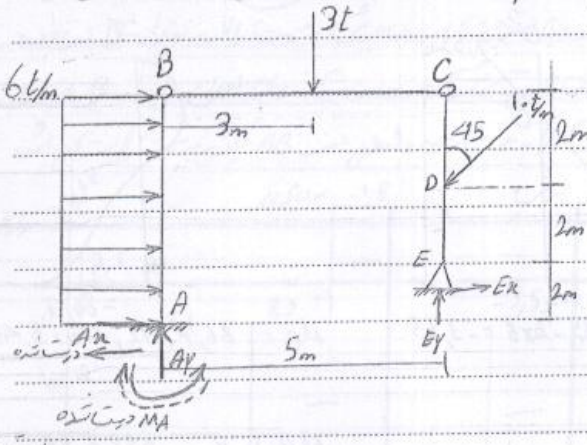
$M_F = ,02 \simeq 0$

Date : 97/1/25 جلسه پنجم

Subject :



مثال) در مورد سازه زیر مطلوبست رسم دیاگرام های نیروی محوری، نیروی خمشی و نیروی برشی؟ آنرا کنید.



$\sum M_C = 0 \Rightarrow 4E_x - (1 \cdot \sin 45) \times 2 = 0 \Rightarrow E_x = 3,55t$

$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x - 1 \cdot \cos 45 + (6 \times 6) + 3,55 = 0 \Rightarrow A_x = -32,45t \Rightarrow A_x = 32,45$

$\sum M_B = 0 \Rightarrow M_A - 32,45 \times 6 + (6 \times 6) \times 3 = 0 \Rightarrow M_A = -302,7 \Rightarrow M_A = 302,7\ t/m$

$\sum M_B = 0 \Rightarrow 3,55 \times 4 + 5E_y - (1 \cdot \sin 45) \times 2 - (1 \cdot \cos 45) \times 5 - 3 \times 3 = 0$

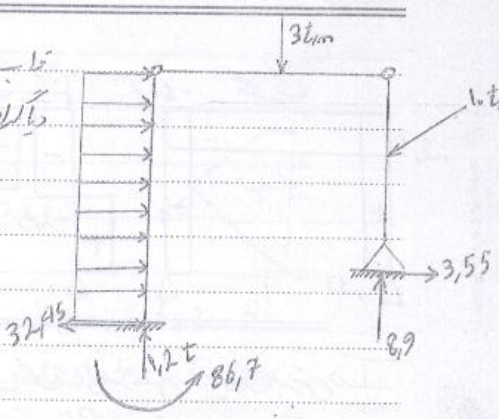
$\Rightarrow E_y = 8,9t$

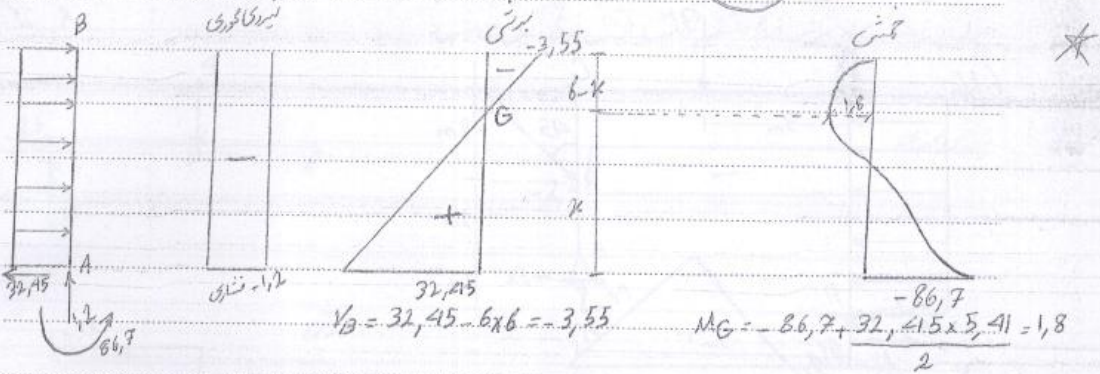
$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y - 3 - 1 \cdot \cos 45 + 8,9 = 0 \Rightarrow A_y = 1,2t/m \uparrow$

Date : / /

Subject :

ابتدا باید مساحت AB, BC, CE تقسیم کنیم و برای هرکدام دیاگرام ها را رسم کنیم.





$V_B = 32,45 - 6 \times 6 = -3,55$

$M_G = -86,7 + \frac{32,45 \times 5,41}{2} = 1,8$

$M_B = 1,8 - \frac{,59 \times 3,55}{2} = 0$

$6 - 5,41 = ,59$

نکته: در نقطه AB چون بار را به صورت گسترده یکنواخت با شیب خط برش به صورت خطی رسم کردیم و خود را گسترده صورت نمی باشد چون بعد بار گسترده به صورت دو خطی مقطع AB است این بار متمرکز در نظر گرفته می شود و خم منفی لنگر به صورت دو خطی در نظر گرفته می شود.

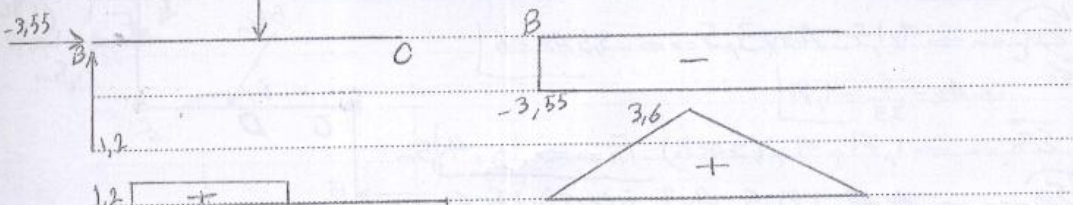
در نقطه ی G که مقدار برش برابر با صفر است و لنگر max است موقعیت نقطه ی G را با توجه به تشابه بدست می آوریم.

$$\text{تشابه} = \frac{x}{6-x} = \frac{32,45}{3,55} \Rightarrow 3,55x = 6 \times 32,43 - 32,45x$$

$$\Rightarrow 36x = 194,7 \Rightarrow x = 5,41$$

Date : / / 3 t/m

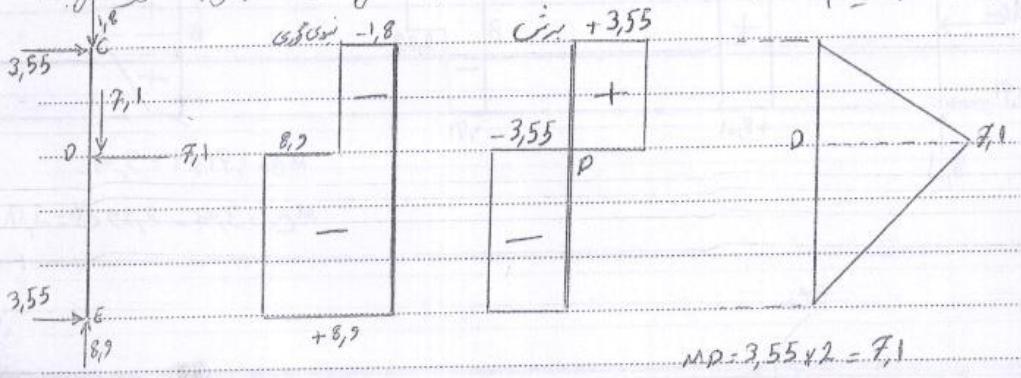
Sabject :



$M_F = 1,2 \times 3 = 3,6$

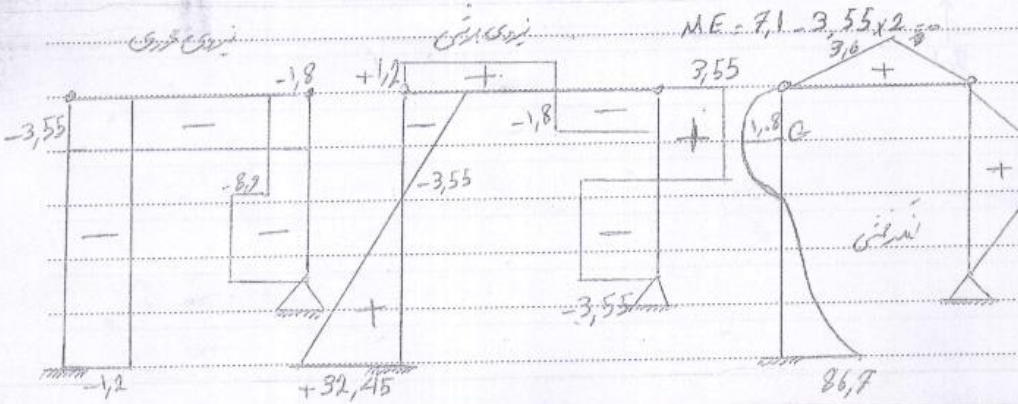
$M_C = 3,6 - 1,8 \times 2 = 0$

مقادیر عکس العمل تکیه گاهها را محاسبه کرده و برای قطعه AB به اندازه ۱/۲ متر از انتهای آزاد قطعه BC منتقل می کنیم. مقدار ۱,۲ بالا به علامت منفی در انتهای آزاد قطعه به صورت نیروی متمرکز به سمت بالا به نقطه B در قطعه BC منتقل می شود. مقدار ۳,۵۵ در انتهای متصل به تکیه گاه نیز به صورت نیروی افقی به نقطه B منتقل می شود چون این مقدار مثبت است، جهت آن را به سمت راست در نظر گرفته و لنگر AB یعنی به سمت راست است.



$M_D = 3,55 \times 2 = 7,1$

$M_E = 7,1 - 3,55 \times 2 = 0$



Date : / /

Sabject :

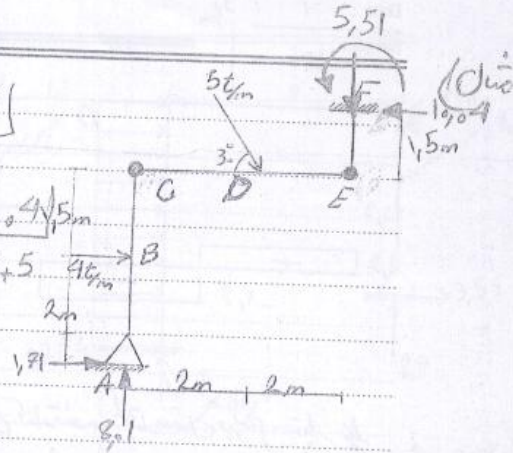
$\curvearrowleft \Sigma M_C = 0 \Rightarrow 4 \times 1,5 - A_x \times 3,5 = 0 \Rightarrow -3,5 A_x = -6$

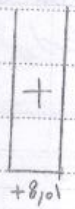
$\Rightarrow A_x = \frac{6}{3,5} = 1,71$

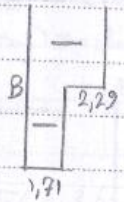
$\rightarrow \Sigma F_x = 0 \Rightarrow 1,71 + 4 + (5 \cos 30) - F_x = 0 \Rightarrow 10,04$

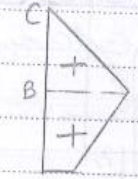
$\curvearrowleft \Sigma M_E = 0 \Rightarrow -A_y \times 4 + 1,71 \times 5 + 4 \times 3 + 5(\cos 30) \times 1,5 + 5 (\sin 30) \times 2 = 0 \Rightarrow A_y = 8,01$

$\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow 8,01 - (5 \sin 30) + F_y = 5,51$



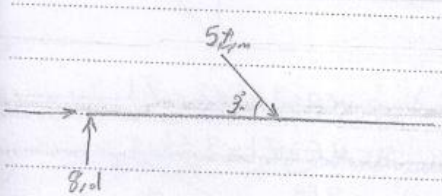


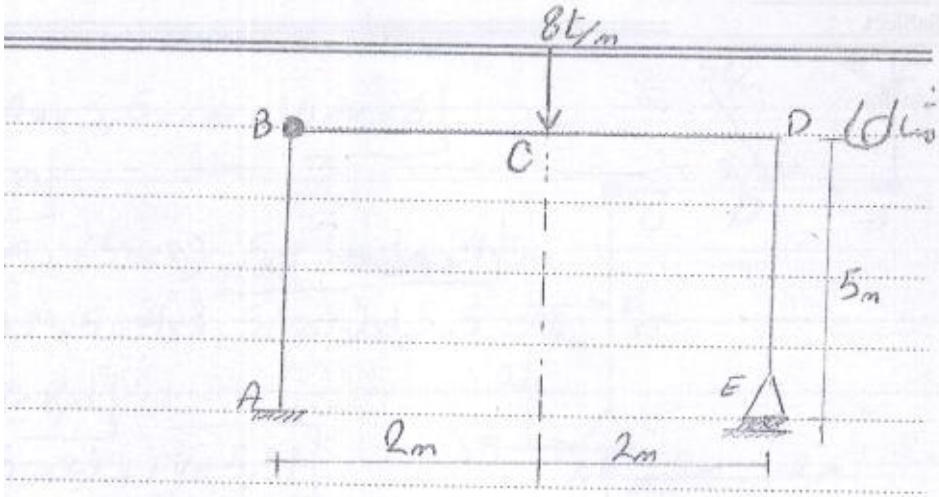


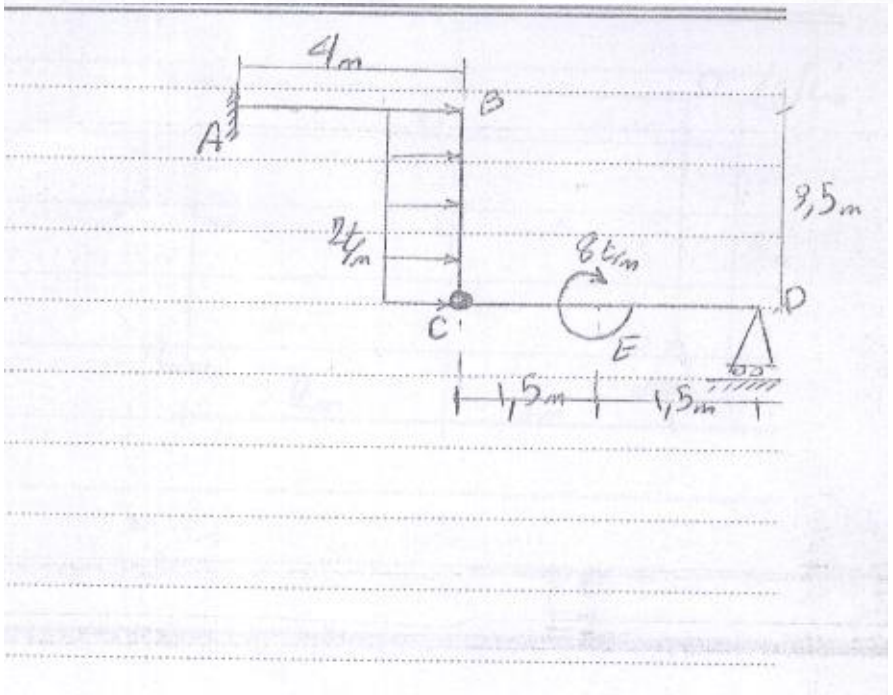


$M_B = 1,71 \times 2 = 3,42$

$M_C = 3,42 - 2,29 \times 1 = 1,13$



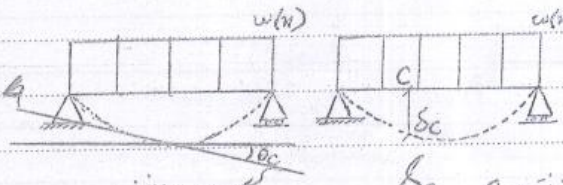

8t/m
B
C
D
5m
A
E
2m
2m


4m
A
B
9,5m
2t/m
8t/m
C
E
D
1,5m
1,5m

Date : 8712 / 1 جلسه ششم

Sabject :

خیز و شیب در تیرها:



δ_c خیز نقطه C

θ_c شیب نقطه C

در اثر اعمال بار بر تیر شکل اولیه تیر دچار تغییر شده و در نتیجه هندسه تیر تغییر شکل می‌یابد به صورت شیب و خیز به وجود می‌آید.

خیز: در هر نقطه از تیر میزان تغییر شکل تیر در راستای عمود بر راستای اولیه را خیز آن نقطه می‌نامند.

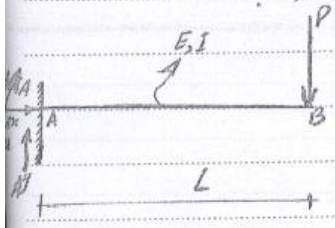
شیب: در هر نقطه از تیر زاویه خط مماس بر منحنی تغییر شکل تیر نسبت به راستای اولیه تیر را شیب آن نقطه می‌نامند.

شیب و خیز با استفاده از معادلات زیر بدست می‌آید:

$$\theta(x) = \int \frac{M(x)}{EI}\, dx$$

$$\delta(x) = \int \theta(x)\, dx = \iint \frac{M(x)}{EI}\, dx$$

مثال) معادله خیز و شیب برای تیر با بارگذاری نشان داده شده؟

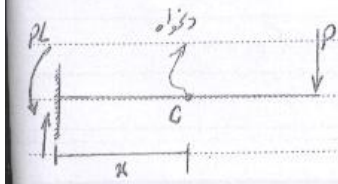


$\overrightarrow{\sum F_x = 0} \Rightarrow A_x = 0$

$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y - P = 0 \Rightarrow A_y = P$

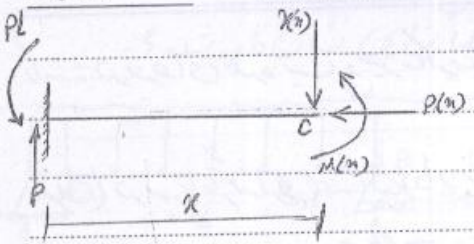
$\overleftarrow{\sum M_A = 0} \Rightarrow M_A - PL = 0 \Rightarrow M_A = PL$

در نقطه دلخواه به فاصله x از ابتدای سمت چپ تیر، تیر را مقطع می‌زنیم و قطعه سمت چپ را بیرون می‌کشیم و دیاگرام آزاد آن را ترسیم می‌کنیم.



Date : / /

Sabject :



$\sum M_C = 0 \Rightarrow -Px + Pl + M(x) = 0 \Rightarrow M(x) = P(x-l)$

شیب $\theta(x) = \int \frac{M(x)}{E}\,dx = \int \frac{P(x-L)}{EI}\,dx = \frac{P}{EI}\int (x-l)\,dx = \frac{P}{EI}\left(\frac{x^2}{2} - Lx + C_1\right)$

خیز $\delta(x) = \int \theta(x)\,dx = \int \frac{P}{EI}\left(\frac{x^2}{2} - lx + C_1\right)dx = \frac{P}{EI}\int \left(\frac{x^2}{2} - Lx + C_1\right)dx$

$$\delta(x) = \frac{P}{EI}\left(\frac{x^3}{6} - \frac{Lx^2}{2} + C_1 x + C_2\right)$$

برای محاسبه C_1 و C_2 از شرایط مرزی کمک می‌گیریم. شرایط مرزی را معمولا در محل تکیه‌گاه‌ها درنظر می‌گیریم.

برای تکیه‌گاه‌های ساده‌ی و گیردار در محل تکیه‌گاه‌ها مقدار خیز صفر است و برای تکیه‌گاه‌های گیردار در محل تکیه‌گاه مقدار خیز و شیب هر دو صفر است.

در اینجا در محل تکیه‌گاه A که تکیه‌گاه گیردار است خیز و شیب برابر صفر است.

$x = 0 \Rightarrow \theta(0) = 0 \Rightarrow \theta(x) = \frac{P}{EI}\left(0 - 0 + C_1\right) = 0 \Rightarrow C_1 = 0$

$x = 0 \Rightarrow \delta(0) = 0 \Rightarrow \delta(x) = \frac{P}{EI}\left(0 - 0 + C_2\right) = 0 \Rightarrow C_2 = 0$

خلاصه

$$\begin{cases} \delta(x) = \frac{P}{EI}\left(\frac{x^3}{6} - \frac{Lx^2}{2}\right) \\ \theta(x) = \frac{P}{EI}\left(\frac{x^2}{2} - Lx\right) \end{cases}$$

مثال) در مثال قبل مطلوبست محاسبه خیز و شیب در انتهای تیر؟

$x = L$

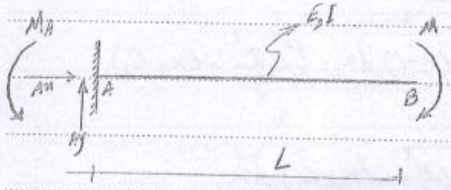
$$\delta(L) = \frac{P}{EI}\left(\frac{L^3}{6} - \frac{L^3}{2}\right) = -\frac{PL^3}{3EI}$$

$$\theta(L) = \frac{P}{EI}\left(\frac{L^2}{2} - L^2\right) = -\frac{PL^2}{2EI}$$

Subject :

نکته: در تیرهای معین، تیپ و خیز ماکزیمم در انتهای آزاد تیر رخ دهد.

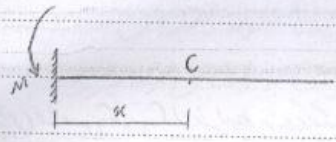
مثال) در تیر بارگذاری نشان داده شده مطلوب است معادلات خیز و تیپ؟

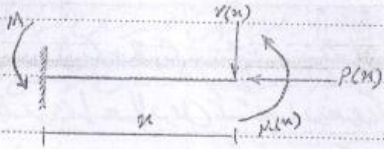


$\overrightarrow{\Sigma F_x} = 0 \Rightarrow A_x = 0$

$\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow A_y = 0$

$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow M_A - M = 0 \Rightarrow M_A = M$





$\Sigma M_C = 0 \Rightarrow M + M(x) = 0 \Rightarrow M(x) = -M$

شیب $\theta(x) = \int \frac{M(x)}{EI} dx = \int \frac{-M}{EI} dx = \frac{-M}{EI} \int dx = \frac{-M}{EI}(x + C_1)$ ★

خیز $\delta(x) = \int \theta(x) dx = \int \frac{-M}{EI}(x - C_1) dx = \frac{-M}{EI} \int (x + C_1) dx = \frac{-M}{EI}\left(\frac{x^2}{2} + C_1 x + C_2\right)$

$x = 0 \Rightarrow \theta(0) = 0 \Rightarrow \theta(0) = \frac{-M}{EI}(0 + C_1) = 0 \Rightarrow C_1 = 0$

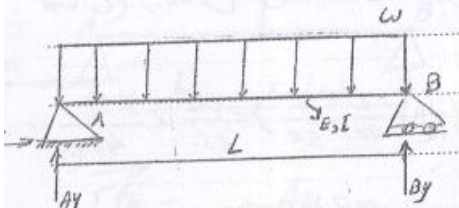
$x = 0 \Rightarrow \delta(0) = 0 \Rightarrow \delta(0) = \frac{-M}{EI}(0 + 0 + C_2) = 0 \Rightarrow C_2 = 0$

$$\begin{cases} \theta(x) = \dfrac{-Mx}{EI} \\ \delta(x) = \dfrac{-Mx^2}{2EI} \end{cases}$$ ← معادلات

Date : / /

Sabject :

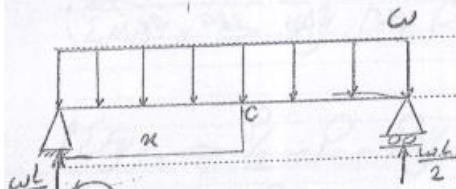
مثال) معادله منحنی خیز و شیب برای تیر با بارگذاری نشان داده شده را

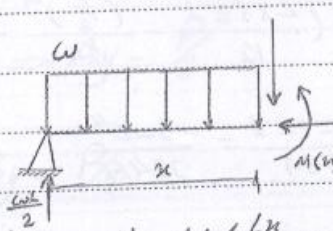


$\overrightarrow{\sum F_x = 0} \Rightarrow A_x = 0$

$\curvearrowleft \sum M_B = 0 \Rightarrow -A_y \times L + (w \times L) \times \frac{L}{2} = 0$

$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow \frac{wL}{2} - wL + B_y = 0 \Rightarrow B_y = \frac{wL}{2}$





$\curvearrowleft \sum M_C = 0 \Rightarrow -\frac{wLx}{2} + (wx)\frac{x}{2} + M(x) = 0 \Rightarrow M_x = w\left(\frac{Lx}{2} - \frac{x^2}{2}\right)$

شیب $\theta(x) = \int \frac{M(x)}{EI} dx = \frac{w}{EI} \int \left(\frac{Lx}{2} - \frac{x^2}{2}\right) dx = \frac{w}{EI}\left(\frac{Lx^2}{4} - \frac{x^3}{6} + C_1\right)$

خیز $\delta(x) = \int \theta(x) dx = \frac{w}{EI} \int \left(\frac{Lx^2}{4} - \frac{x^3}{6} + C_1\right) dx = \frac{w}{EI} \times \left(\frac{Lx^3}{12} - \frac{x^4}{24} + C_1 x + C_2\right)$

خیز در ابتدا و انتها صفر است.

$x = 0 \Rightarrow \delta(0) = 0 \Rightarrow \delta(0) = \frac{w}{EI}(0 - 0 + 0 + C_2) = 0 \Rightarrow C_2 = 0$

$x = L \Rightarrow \delta(L) = 0 \Rightarrow \delta(L) = \frac{w}{EI}\left(\frac{L^4}{12} - \frac{L^4}{24} + C_1 L\right) = \frac{wL^4}{EI} \times \left(\frac{2-1}{24}\right) + \frac{wL}{EI} C_1 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{wL}{EI} C_1 = \frac{-wL^4}{24EI} \Rightarrow C_1 = \frac{-L^3}{24}$

خلاصه:

$$\begin{cases} \theta(x) = \frac{w}{EI}\left(\frac{2x^2}{4} - \frac{x^3}{6} - \frac{L^3}{24}\right) \\ \delta(x) = \frac{w}{EI}\left(\frac{Lx^2}{12} - \frac{x^4}{24} - \frac{L^3 x}{24}\right) \end{cases}$$

Date : / /

Subject :

مثال (۶) در مثال قبل مطلوبست محاسبه خیز و شیب در وسط تیر و شیب در ابتدای تیر؟

$x = \frac{L}{2}$

$$\theta\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{\omega}{EI}\left(\frac{L \times \left(\frac{L}{2}\right)^2}{4} - \frac{\left(\frac{L}{2}\right)^3}{6} - \frac{L^3}{24}\right) = \frac{\omega}{EI}\left(\frac{L^3}{16} - \frac{L^3}{48} - \frac{L^3}{24}\right) = \frac{\omega L^3}{EI} \times \frac{3-1-2}{48} = 0$$

خیز در وسط تیر

$$\delta\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{\omega}{EI}\left(\frac{L \times \left(\frac{L}{2}\right)^3}{12} - \frac{\left(\frac{L}{2}\right)^4}{24} - \frac{L^3\left(\frac{L}{2}\right)}{24}\right) = \frac{\omega L^4}{EI}\left(\frac{1}{96} - \frac{1}{384} - \frac{1}{48}\right) =$$

$$= \frac{\omega L^4}{EI} \times \frac{4-1-8}{384} = \frac{-5\omega L^4}{384EI}$$

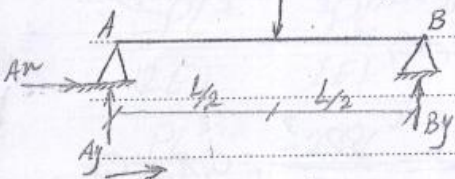
$$x = 0 \Rightarrow \theta(0) = \frac{\omega}{EI}\left(0 - 0 - \frac{L^3}{24}\right) = \frac{-\omega L^3}{24EI}$$

در حالتهای پیچیده‌تر از روش ساده خیزسنجی در عملی برای ما دارد که شیب صفر است و شیب ماکزیمم معمولاً در تکیه‌گاه‌ها رخ می‌دهد.

Date : 8/12/18 جلسه هفتم

Subject :

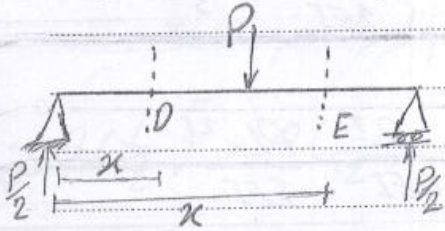
ترسیم شکل زیر مطلوبست محاسبه عکس العمل تکیه گاه ها و ترسیم نمودار لنگر خمشی :

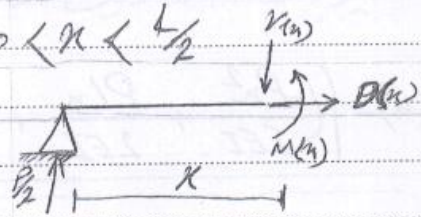


$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$

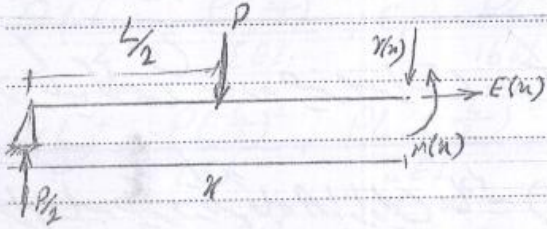
$\curvearrowleft \sum M_B = 0 \Rightarrow -A_y \cdot L + P \cdot \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow A_y = \frac{P}{2}$

$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow \frac{P}{2} - P + B_y = 0 \Rightarrow B_y = \frac{P}{2}$





$\curvearrowleft \sum M_D = 0 \Rightarrow -\frac{P}{2} \times x + M(x) = 0 \Rightarrow M(x) = \frac{Px}{2}$



$L/2 < x < L$

$\curvearrowleft \sum M_E = 0 \Rightarrow -\frac{P}{2}(x) + P(x - \frac{L}{2}) + M(x) = 0$

$M(x) = \frac{Px}{2} + \frac{PL}{2} - Px = \frac{PL}{2} - \frac{Px}{2}$

جواب نهایی

$\begin{cases} M(x) = \frac{Px}{2} & 0 < x < L/2 \\ M(x) = -\frac{Px}{2} + \frac{PL}{2} & L/2 < x < L \end{cases}$

Date : / /

Sabject :

خیز و شیب $0 \leq x \leq L/2$

$$\theta(x) = \int \frac{M(x)}{EI} dx = \int \frac{Px}{2EI} dx = \frac{Px^2}{4EI} + C_1$$

$$\delta(x) = \int \theta(x) dx = \int \left(\frac{Px^2}{4EI} + C_1\right) dx = \frac{Px^3}{12EI} + C_1 x + C_2$$

$L/2 < x < L$

$$\theta(x) = \int \frac{(-Px/2 + \frac{PL}{2})}{EI} dx = \frac{-Px^2}{4EI} + \frac{PLx}{2EI} + C_3$$

$$\delta(x) = \int \left(\frac{-Px^2}{4EI} + \frac{PLx}{2EI} + C_3\right) dx = \frac{-Px^3}{12EI} + \frac{PLx^2}{4EI} + C_3 x + C_4$$

شرایط مرزی

چون 4 مجهول C_1، C_2، C_3، C_4 داریم با 4 معادله مرزی نوشته شود

در تکیه گاهی ساده خیز صفر است و در تکیه گاههای گیردار خیز و شیب هر دو صفر است

برای مثال به خیز در تکیه گاه A از اولین معادله $x = 0 \rightarrow \delta(0) \rightarrow \delta(0) = 0$

$= 0 + 0 + C_2 = 0 \Rightarrow C_2 = 0$ کمک می گیریم.

خیز در انتهای تیر را با کمک دومین معادله می نویسیم.

$$x = L \Rightarrow \delta(L) = 0 \Rightarrow \delta(L) = \frac{-PL^3}{12EI} + \frac{PL(L)^2}{4EI} + C_3(L) + C_4 = 0$$

Date : / /

Sabject :

$$-\frac{-PL^3}{12EI} + \frac{PL^3}{8EI} + C_3L + C_4 = 0 \Rightarrow C_3L + C_4 = \frac{PL^3}{12EI}$$

$$-\frac{PL^3}{8EI} = \frac{-2PL^3}{12EI} = \frac{-PL^3}{6EI}$$

[illegible] که در این نقطه عکس العمل وجود دارد از سمت چپ خروجی
[illegible] محاسبات سمت اول عایق می‌شود و از سمت راست آن محاسبات خروجی
[illegible] محاسبات سمت دوم بدست می‌آید.
[illegible] بدست آمده از این دو حالت باید با هم برابر باشند.

$$\theta\left(\frac{L}{2}\right)^- = \theta\left(\frac{L}{2}\right)^+$$

$$\delta\left(\frac{L}{2}\right)^- = \delta\left(\frac{L}{2}\right)^+$$

$$\theta\left(\frac{L}{2}\right)^- = \frac{P\left(\frac{L}{2}\right)^2}{8EI} + C_1 = \frac{PL^2}{16EI} + C_1$$

$$\theta\left(\frac{L}{2}\right)^+ = \frac{-P\left(\frac{L}{2}\right)^2}{8EI} + \frac{PL.\left(\frac{L}{2}\right)}{2EI} + C_2 = \frac{-PL^2}{16EI} + \frac{PL^2}{8EI} + C_2$$

$$\theta\left(\frac{L}{2}\right)^+ = \frac{3PL^2}{16EI} + C_3$$

$$\theta\left(\frac{L}{2}\right)^- = \theta\left(\frac{L}{2}\right)^+ \Rightarrow \frac{PL^2}{16EI} + C_1 = \frac{3PL^2}{16EI} + C_3 \Rightarrow C_1 - C_3$$

$$-\frac{PL^2}{8EI}$$

Sabject :

$$\delta\left(\frac{L}{2}\right)^- = \delta\left(\frac{L}{2}\right)^+$$

$$\delta\left(\frac{L}{2}\right)^- = \frac{P\times\left(\frac{L}{2}\right)^3}{12EI} + C_1\left(\frac{L}{2}\right) + C_2 = \frac{PL^3}{96EI} + \frac{C_1\cdot L}{2} + C_2^{\,0}$$

$$\delta\left(\frac{L}{2}\right)^+ = \frac{-P\left(\frac{L}{2}\right)^3}{12EI} + \frac{PL\cdot\left(\frac{L}{2}\right)^2}{2EI} + C_3\cdot\frac{1}{2} + C_4$$

$$\frac{-PL^3}{96I} + \frac{PL^3}{16EI} + C_3\cdot\frac{L}{2} + C_4 = \frac{5PL^3}{96EI} + C_3\cdot\frac{L}{2} + C_4$$

$$\delta\left(\frac{L}{2}\right)^- = \delta\left(\frac{L}{2}\right)^+ \Rightarrow \frac{PL^3}{96EI} + \frac{C_1\cdot L}{2} = \frac{5PL^3}{96EI} + \frac{C_3L}{2} + C_4$$

$$\Rightarrow \frac{C_3L}{2} + C_4 - \frac{C_1L}{2} = \frac{PL^3}{96EI} - \frac{5PL^3}{96EI} = \frac{-4PL^3}{96EI} =$$

$$= \frac{-PL^3}{24EI} \Rightarrow \boxed{\frac{C_3L}{2} + C_4 - \frac{C_1L}{2} = \frac{-PL^3}{24EI}}$$ مهم

$$C_3L + C_4 = \frac{-PL^3}{6EI} \quad (1)$$

$$C_1 - C_3 = \frac{+PL^2}{4EI} \quad (2)$$

$$\frac{C_3L}{2} + C_4 - \frac{C_1L}{2} = \frac{-PL^3}{24EI} \quad (3)$$

Date : / /

Sabject :

① $\Rightarrow C_4 = \frac{-PL^3}{6EI} - C_3 L$ ④

② $\Rightarrow C_4 = \frac{PL^2}{4EI} + C_3$ ⑤

③④⑤ $\Rightarrow \frac{C_3 L}{2} + \left(\frac{-PL^3}{6EI} - C_3 L\right) - \left(\frac{PL^2}{8EI} + C_3\right)\frac{L}{2} =$

$= \frac{-PL^3}{24EI}$

$\Rightarrow \frac{C_3 L}{2} - \frac{PL^3}{6EI} - C_3 L - \frac{PL^3}{16EI} - \frac{C_3 L}{2} = \frac{-PL^3}{24EI}$

$\Rightarrow -C_3 L = \frac{PL^3}{EI}\left(-\frac{1}{24} + \frac{1}{6} + \frac{1}{16}\right)$

$\Rightarrow -C_3 L = \frac{PL^3}{EI} \times \frac{-2 \times 8 + 3}{48} = \frac{9PL^3}{48EI} = \frac{3PL^3}{16EI}$

$\boxed{\Rightarrow C_3 = \frac{-3PL^2}{16EI}}$ ⑥

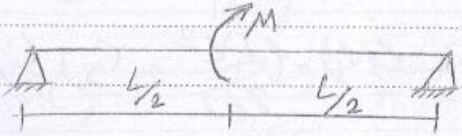
④⑥ $\Rightarrow C_4 = \frac{-PL^3}{8EI} - \frac{-3PL^2}{16EI} \times L = \frac{-PL^3}{EI}\left(-\frac{1}{8} + \frac{3}{16}\right)$

$\Rightarrow \frac{PL^3}{EI} \times \frac{-8+9}{48} \Rightarrow \boxed{C_4 = \frac{PL^3}{48EI}}$

⑤④ $\Rightarrow C_4 = \frac{PL^3}{8EI} + \frac{-3PL^2}{16EI} = \boxed{\frac{-PL}{16EI} = C_4}$

تمرین ۵: در مثال قبل معادلات خیز و شیب را در وسط تیر و شیب در ابتدا و انتهای تیر

معادلات خیز و شیب برای تیر داده شده



Date : 87/2/15 جلسه هفتم

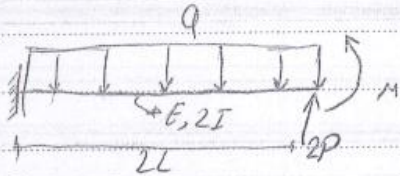
Sabject :

محاسبه معادلات خیز و شیب با کمک جداول آماده

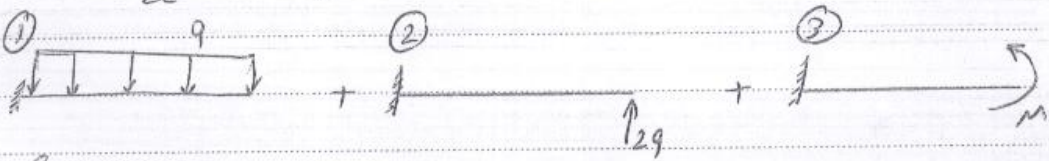
می توان بجای انتگرال گیری خیز و شیب تیرها با استفاده از جداول آماده ای که معادلات خیز و شیب در آنها درج شده است محاسبه کرد.

برای تیرهای با بارگذاری پیچیده می توان با آنها را به تیر با بارگذاری ساده تر تجزیه کرد و برای هریک از حالات های داده شده معادله خیز و شیب را از جداول استخراج و با یکدیگر جمع کرد.

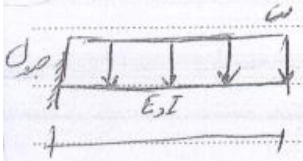
مثال: مطلوبست محاسبه معادله خیز و شیب تیر با بارگذاری نشان داده شده



تیر را به 3 تیر ساده تر تبدیل می کنیم:



$$\delta(x) = \delta_1(x) + \delta_2(x) + \delta_3(x)$$



$$\delta(x) = \frac{-w}{24EI} \times (x^4 - 4Lx^3 + 6L^2x^2)$$

$w \rightarrow a$

$I \rightarrow 2I$

$L \rightarrow 2L$

قبل از استفاده از فرمول بالا باید تبدیلات زیر انجام شود.

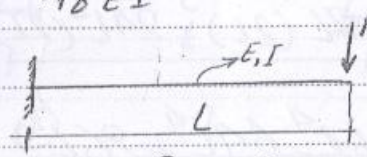
$\delta(x)$

Date : / /

Subject :

$$\delta(x) = \frac{-9}{24E(2I)}\left(x^4 - 4(2L)x^3 + 6(2L)^2x^2\right) =$$

$$= \frac{-9}{48EI}\left(x^4 - 8Lx^3 + 24L^2x^2\right)$$



$$\delta(x) = \frac{P}{6EI}\left(x^3 - 3Lx^2\right)$$

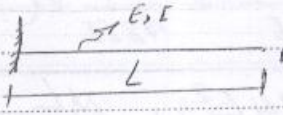
$P \longrightarrow 2P$

$L \longrightarrow 2L$

$I \longrightarrow 2I$

$$\delta_2(x) = \frac{-2P}{6E(2I)} \times \left(x^3 - 3(2L)x^2\right) = \frac{-P}{6EI}\left(x^3 - 6Lx^2\right)$$

$$\delta(x) = \frac{-Mx^2}{2EI} \qquad I \longrightarrow 2I \qquad M \longrightarrow -M$$



$$\delta(x) = \delta(x) + \delta_2(x) + \delta_3(x) =$$

$$= \frac{-9}{48EI}\left(x^4 - 8Lx^3 + 24L^2x^2\right) \frac{-P}{6EI}\left(x^3 - 6Lx^2\right) + \frac{Mx^2}{2EI}$$

مشاهده آمده معادله خیز تیرات برای قابل معادله شیب از معادله بالا نسبت به x مشتق می گیریم

$$\theta(x)^2 = \frac{\partial \delta(x)}{\partial x} = \frac{-9}{48EI} \times \left(4x^3 - 24Lx^2 + 48(2x)\right)$$

$$= \frac{P}{6EI}\left(3x^2 - 12Lx\right) + \frac{Mx}{2EI}$$

KAVOSH

Date :

Subject :

مثال) در مثال قبل مطلوبست محاسبه خیز و شیب در انتهای تیر و
برای این منظور حالت بعد آزمایی x مطابق زیر انتخاب می کنیم.

$$x(2L) \Rightarrow \delta(2L) = \frac{-9}{48EI}\left((2L)^4 - 8L(2L)^3 + 24L^2(2L)^2\right)$$

$$\frac{-P}{6EI}\left((2L)^3 - 6L(2L)^2\right) + \frac{M(2L)^2}{2EI} \times \left(16L^4 - 64L^4 + 96L^2\right)$$

$$\frac{-P}{6EI}\left(8L^3 - 24L^3\right) + \frac{ML^2}{EI} = \frac{-9L^4}{EI} + \frac{8PL^3}{3EI} + \frac{ML^2}{EI}$$

$$\theta(2L) = \frac{-9}{48EI} \times \left((4(2L)^3 - 24L(2L)^2 - 48L^2(2L)\right) -$$

$$\left(\frac{-P}{6EI}\left(3(2L)^2 - 12L(2L)\right) + \frac{M(2L)}{2EI}\right) = \frac{-9}{48EI} \times ($$

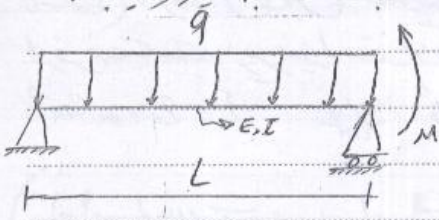
$$\times \left(32L^3 - 96L^3 + 96L^3\right) - \frac{P}{6EI}\left(12L^2 - 24L^2\right) + \frac{ML}{EI} -$$

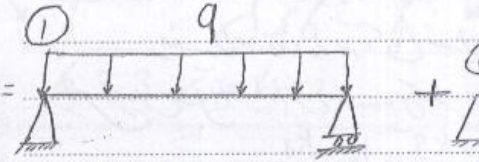
$$= \frac{-29L^3}{3EI} + \frac{29L^2}{EI} + \frac{ML}{EI}$$

Date : / /

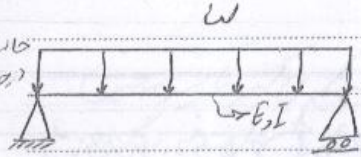
Subject :

مثال) در تیر با بارگذاری نشان داده شده مطلوبست محاسبه خیز و شیب A



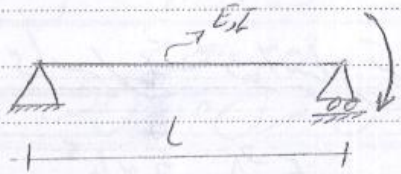


حالت اول جدول



$$\delta(x) = \frac{-w}{24EI} \times (x^4 - 2Lx^3 + L^3x)$$

$$w \to q \to \delta(x) = \frac{-q}{24EI}(x^4 - 2Lx^3 + L^3x)$$



$$\delta(x) = \frac{-M}{6EIL}(x^3 - L^2x)$$

$$M \longrightarrow -x \qquad \delta(x) = \frac{M}{6EIL}(x^3 - L^2x)$$

$$\delta(x) = \frac{-q}{24EI}(x^4 - 2Lx^3 + L^3x) + \frac{M}{6EIL}(x^3 - L^2x)$$

مشتق گیری

$$\theta(x) = \frac{\delta(x)}{(x)} = \frac{-q}{24EI}(4x^3 - 6Lx^2 + L^3) + \frac{M}{6EIL}(3x^2 - L^2)$$

Date : / /

Subject :

مثال) در مثال قبل مطلوبست محاسبه شیب در ابتدای تیر و خیز در وسط تیر با فرضیات زیر نیز استفاده کنید:

$L=5m \quad q=1\frac{t}{m} \quad E=2\times10^6\ \frac{kg}{cm^2} \quad I=2000\ cm^4$

$M=5\ t-m$

چون در اطلاعات مسئله از واحدهای متفاوت استفاده شده است ابتدا یکسری واحدها را به هم تبدیل می‌کنیم در اینجا به عنوان مثال برای طول CM و برای وزن kg انتخاب می‌کنیم

$L=500\ cm \qquad q=1\times\frac{1000\ kg}{100\ cm}=10\ \frac{kg}{cm}$

$M=5(10^3\times5\times10^2)=5\times10^5\ \frac{kg}{cm}$

$x=250 \qquad \delta(250)=\frac{-10}{24\times2\times10^6\times2000}\times(250^4-2\times500\times250^3+500^3\times250)+\frac{5\times10^5}{6\times2\times10^6\times2000\times500}\times(250^3-500^2\times250)=-3,99\ cm$

محاسبه شیب در ابتدای تیر:

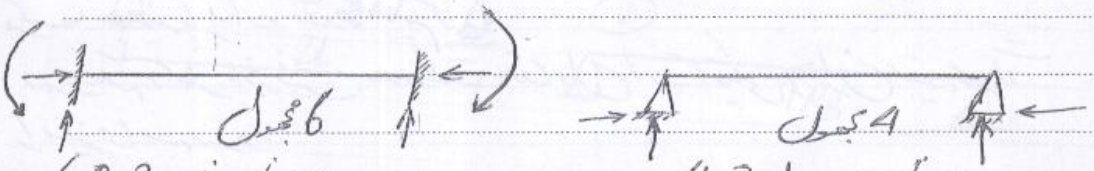
$V=0 \Rightarrow \theta(0)=\frac{-10}{24\times2\times10^6\times2000}\times(0-0+500^3)+\frac{5\times10^5}{6\times2\times10^6\times2000\times500}\times(0-500^2)=-0,0234\ Rad$

زاویه تیر با محور x ها برابر است با

Date 97/2/22 جلسه هفتم

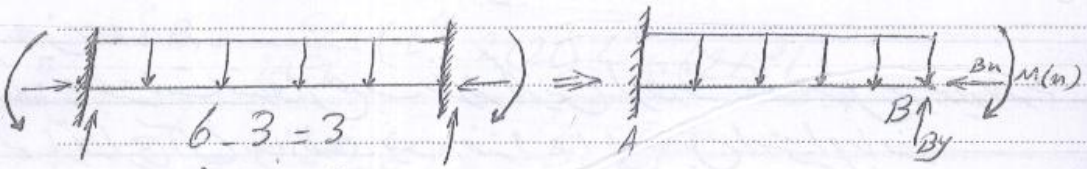
Subject :

تیرهای نامعین: اگر در یک تیر تعداد مجهولات بیش از تعداد معادلات حل آن باشد، آن تیر نامعین است.



محاسبه واکنش های تکیه گاهی در تیرهای نامعین:

۱) به تعداد درجات نامعینی از تیرهای تکیه گاهی تیر کم می کنیم تا تیر معین گردد. برای هر تیر حذف شده واکنش تکیه گاهی به صورت مجهول اضافه می گردد.



۲) به ازای هر تیر حذف شده که جای آن واکنش مجهول جایگزین شده است یک معادله سازگاری نوشته می شود.

By : δBy = 0 معادله سازگاری شاره ۱

Bx : δBx = 0 " " " ۲

MB : θB = 0 " " " ۳

Date : / /

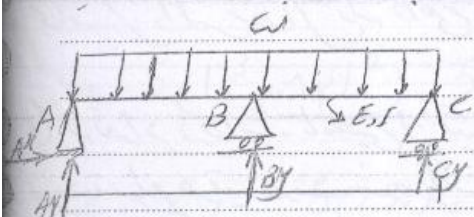
Sabject :

۳) با استفاده از معادلات خیز و شیب، یکی از معادلات سازگاری را بنویسید.

در حل مسائل سازه‌ها به روش تغییر مکان‌ها، تعداد مجهولات برابر با تعداد درجات آزادی سازه است. این تعداد را می‌توان از جداول معادلات خیز و شیب به دست آورد. در این روش، ابتدا سازه را به حالت اصلی خود برگردانده و در صورت لزوم بارهای وارد بر تیر را با استفاده از اصل برهم‌نهی به بارهای ساده تقسیم می‌کنیم.

در مرحله آخر با نوشتن معادلات تعادل استاتیکی می‌توان بقیه مجهولات را نیز محاسبه نمود.

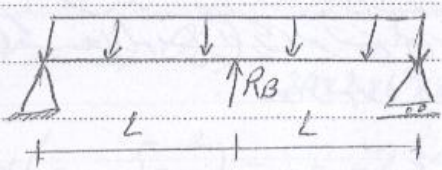
مثال) در تیر با بارگذاری داده شده معادلیت های سه واکنش های تکیه گاهی را بنویسید.



درجه نامعینی 4 - 3 = 1

یکی از واکنش ها باید حذف شده تا تیر معین شود.

* نکته: بهتر است تیرهای حذف شوند که پس از حذف آن بارگذاری جدید با توجه به بارگذاری آن معادلات شیب و خیز از حالت قبل استاتیکی باشد.



معادله سازگاری:

چون RB یک نیروی عددی است معادله سازگاری $\delta_B = 0$

متناظر با آن $\delta_B = 0$ می باشد.

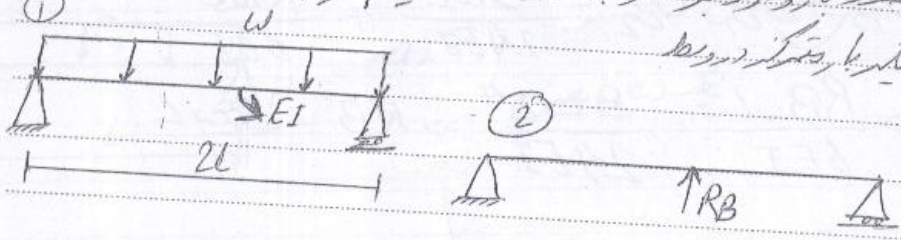
اگر واکنش گشتاور معادله شیب در نقطه مورد نظر برابر صفر قرار گرفت و اگر واکنش از نوع تغییر مکان خطی در نقطه مورد نظر صفر قرار داده می شود.

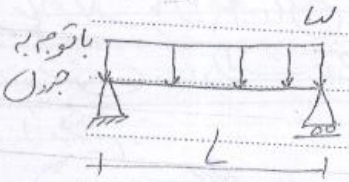
Date : / /

Sabject :

با سه جزء در نقطه B:

بدین منظور بار وارد بر B را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم. یک قسمت بار گسترده و قسمت دیگر بار متمرکز در وسط





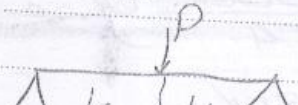
$$y = \frac{-w}{24EI}(x^4 - 2Lx^3 + L^3x)$$ حالت اول

$L \to 2L$

$x \to L$

$$\Rightarrow \delta_{B_1} = \frac{-w}{24EI}(L^4 - 2(2L)L^3 + (2L)^3L)$$

$$= \frac{-w}{24EI}(1 - 4 + 8) = \frac{-5wL^4}{24EI}$$



$$y = \frac{P}{48EI}(4x^3 - 3L^2x) \qquad x \le L/2$$

$P \to -R_B$

$L \to 2L$

$x \to L$ $\quad \delta_{B_2} = \frac{-R_B}{48EI}(4L^3 - 3(2L)^2 \times L)$

$$= \frac{-RBL^3}{48EI}(4 - 12) = \frac{8RBL^3}{48EI} = \frac{RBL^3}{6EI}$$

KAVOSH

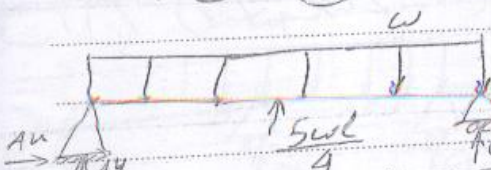
Date : / /

Sabject :

$$\delta_{13} = \delta_{B_1} - \delta_{B_2} = \frac{-5wL^4}{24EI} + \frac{RBL^3}{6EI} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{RB \cdot L^3}{6EI} = \frac{5wL^4}{24EI} \Rightarrow RB = \frac{5wL}{4}$$

با داشتن RB حال تیر به صورت معین درآمده و می‌توان با نوشتن معادلات تعادل ماقی واکنش‌های تکیه‌گاهی تیر را بدست آورد.



$$\Sigma F_H = 0 \Rightarrow AX = 0$$

$$\Sigma M_C = 0 \Rightarrow -AY \times 2L - \frac{5wL}{4} \times L + w(2L) \times L = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{5wL^2}{4} + 2wL^2 = 0 \Rightarrow AY = \frac{3wL}{8}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow \frac{3wL}{8} - (w) \times (2L) + \frac{5wL}{4} + CY = 0$$

$$\Rightarrow wL\left(\frac{3-16+10}{8}\right) + CY = 0 \Rightarrow \frac{-3wL}{8} + CY = 0$$

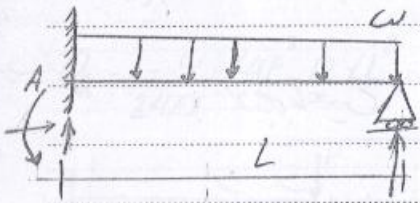
$$CY = \frac{3wL}{8}$$

Date :

Sabject :

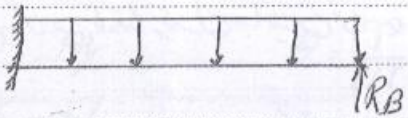
تمرین ۵ در تیر با بارگذاری نشان داده شده مطلوبست محاسبه واکنش

حل تکمیلی



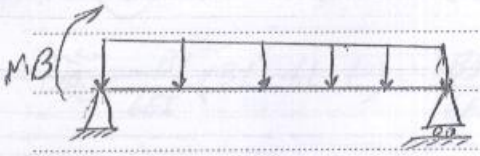
$4-3=1$

یک درجه نامعین



راه حل اول

$\delta_B = 0$

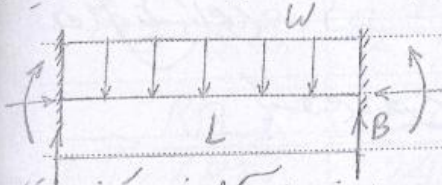


راه حل دوم

Date : 87/2/29 جلسه نهم

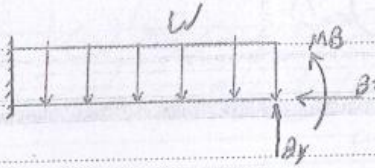
Sabject :

مثال) معادلات کلی به واکنش های تکیه گاهی در تیر با گذاری زیر داده شده و بررسی کنید:



6 - 3 = 3 درجه نامعین

باید سه مولفه از واکنش آزاد شود تا تیر به حالت معین در بیاید به جای آنها واکنش های تکیه گاهی را قرار داده و حل می شود.



تکیه گاه B که شامل 3 مولفه است کاملاً حذف می شود.

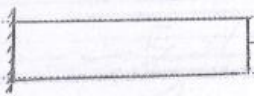
به جای 3 مولفه حذف شده باید سه مجهول برای آن تعریف شود.

$B_x \rightarrow \delta_{Bx} = 0$

$B_y \rightarrow \delta_B = 0$ (جهت B_x نقطه)

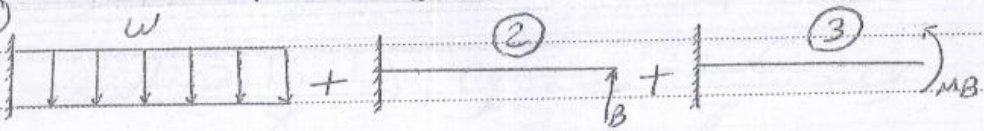
$M_B \rightarrow \theta_B = 0$

$\Delta = \frac{P.L}{A.E}$

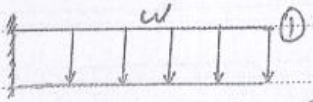


$\delta_{Bx} = 0 \Rightarrow \delta_{BC} = \frac{-B_x.L}{A.E} = 0 \Rightarrow B_x = 0$

برای به دست آوردن تغییر مکان در تیر بار وارد بر تیر را به سه قسمت تقسیم می کنیم:



$\delta_B = \delta_{B_1} + \delta_{B_2} + \delta_{B_3} = 0$ $\theta_B = \theta_{B_1} + \theta_{B_2} + \theta_{B_3} = 0$



حالت کلی:

$y = -\frac{w}{24EI}(x^4 - 4Lx^3 + 6L^2x^2)$ $x \rightarrow L$

$\theta = -\frac{w}{24EI}(4x^3 - 12Lx^2 + 12L^2x)$

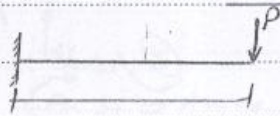
Date : / /

Sabject :

حذف $\delta_{B_1} = \frac{-w}{24EI}(L^4 - 4L.L^3 + 6L^2L^2) = \frac{-3wL^4}{24EI} = \frac{-wL^4}{8EI}$

شیب $\theta_{B_1} = \frac{-w}{24EI}(4L^3 - 12LL^2 + 12L^2L) = \frac{-wL^3}{6EI}$

حالت دوم:



$y = \frac{P}{6EI}(x^3 - 3Lx^2)$

$P = -By$ $\quad \theta = \frac{P}{6EI}(3x^2 - 6Lx)$

$x \to L$

$\delta_{B_2} = \frac{-By}{6EI}(L^3 - 3L.L^2) = \frac{2By.L^3}{6EI} = \frac{By.L^3}{3EI}$

$\theta_{B_2} = \frac{-By}{6EI}(3L^2 - 6L.L) = \frac{3ByL^2}{6EI} = \frac{ByL^2}{2E.I}$

حالت سوم:

$y = \frac{-Mx^2}{2EI}$ $\quad \theta = \frac{-Mx}{EI}$

$M \to -MB$ $\quad \delta_{B_3} = \frac{MB.L^2}{2EI}$

$x \to L$ $\quad \theta_{B_3} = \frac{+MBL}{EI}$

$\delta_B = \delta_{B_1} + \delta_{B_2} + \delta_{B_3} = 0$

$\delta_B = \frac{-wL^4}{8EI} + \frac{By.L^3}{3EI} + \frac{MB.L^2}{2EI} = 0$

$\frac{ByL^3}{3EI} + \frac{MB.L^2}{2EI} = \frac{wL^4}{8EI} \Rightarrow \frac{By.L}{3} + \frac{MB}{2} = \frac{wL^2}{8}$ (1) معادله

Date : / /

Sabject :

$$\theta_B = \theta_{B_1} + \theta_{B_2} + \theta_{B_3} = 0$$

$$\theta_B = \frac{-wL^3}{6EI} + \frac{B_y L^2}{2EI} + \frac{M_B \cdot L}{EI} = 0$$

$$\frac{B_y L^2}{2EI} + \frac{M_B \cdot L}{EI} = \frac{wL^3}{6EI} \Rightarrow \frac{B_y L}{2} + \frac{M_B}{1} = \frac{wL^2}{6} \quad (2)$$ معادله

معادله ② و ① را با هم را در دستگاه مقداری هم ضرب در معادله دو مجهول حل می‌کنیم.

$$\begin{cases} (1)\ \left(\frac{B_y L}{3} + \frac{M_B}{2} = \frac{wL^2}{8}\right) \times -2 \\ (2)\ \frac{B_y \cdot L}{2} + M_B = \frac{wL^2}{6} \end{cases}$$

معادله ۱ را در عدد منفی ۲ ضرب و با معادله دوم جمع می‌کنیم.

$$\frac{-2B_y L}{3} - M_B + \frac{B_y \cdot L}{2} + M_B = \frac{-wL^2}{4} + \frac{wL^2}{6}$$

$$\frac{-2B_y L}{3} + \frac{B_y \cdot L}{2} = \frac{-wL^2}{4} + \frac{wL^2}{6} \Rightarrow \frac{-4B_y \cdot L + 3B_y \cdot L}{6} = \frac{-3wL^2 + 2wL^2}{12}$$

$$\frac{-B_y L}{6} = \frac{-wL^2}{12} \Rightarrow \boxed{B_y = \frac{wL}{2}}$$

حال با جایگذاری B_y را در معادله ② قرار می‌دهیم تا M_B بدست آید.

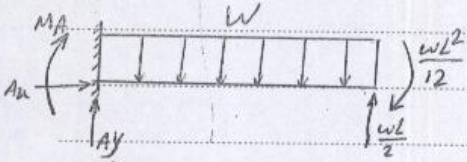
$$(2)\ \left(\frac{wL}{2}\right)\left(\frac{L}{2}\right) + M_B = \frac{wL^2}{6}$$

$$\frac{wL^2}{4} + M_B = \frac{wL^2}{6} \Rightarrow M_B = \frac{wL^2}{6} - \frac{wL^2}{4} = \frac{2wL^2 - 3wL^2}{12} \Rightarrow M_B = \frac{-wL^2}{12}$$

Date : / /

Sabject :

چون مقدار بدست آمده برای M_B منفی می باشد جهت اولیه فرض شده اشتباه است و باید جهت آنرا عوض کنیم.
با بدست آمدن سه مجهول اضافه حال می توان همانند تیرهای معین با نوشتن معادلات تعادل استاتیکی
مجهولات مابقی مجهولات را نیز بدست آوریم.



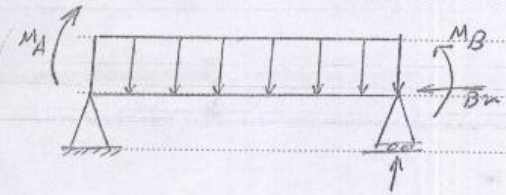
$$\rightarrow \Sigma F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow A_y - (wL) + \frac{wL}{2} = 0 \Rightarrow A_y = \frac{wL}{2}$$

$$\curvearrowleft \Sigma M_A = 0 \Rightarrow -\frac{wL^2}{12} + \left(\frac{wL}{2}\right) \times L - (wL) \times \frac{L}{2} - M_A = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{wL^2}{12} + \frac{wL^2}{2} - \frac{wL^2}{2} - M_A \Rightarrow M_A = -\frac{wL^2}{12} \Rightarrow M_A = \frac{wL^2}{12} \curvearrowleft$$

چون مقدار بدست آمده برای M_A منفی می باشد جهت اولیه فرض شده اشتباه است.
راه حل دوم: در این روش در تکیه گاه A و تیر جهش را حذف کرده و آن را تبدیل به مفصل کنیم و زاویه ی
B را جهت جهش و جابجایی افقی را حذف کرده و تکیه گاه را تبدیل به غلطکی می کنیم.



$M_A \rightarrow \theta_A = 0$

$M_B \rightarrow \theta_B = 0$

$B_x \rightarrow \delta_{Bx} = 0$