

تمرینهای فصل معادلات با مشتقات جزئی و مسائل مقدار مرزی

-۱

معادلات زیر را حل کنید.

(i) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + u = 0$, (ii) $u_{xx} + u_x = 0$

(iii) $u_{xxx} + 1 = 0$, (iv) $u_{xy} - u_y = 1$

(v) $u_{xy} + u_x = y$

-۲ مسائل مقدار مرزی زیر را حل کنید.

A)
$$\begin{cases} u_{xx} = u_{tt} & (0 < x < 1, t > 0) \\ u(0, t) = u(1, t) = 0 \\ u(x, 0) = x(1-x) \\ u_t(x, 0) = 0 \end{cases}$$

B)
$$\begin{cases} u_{xx} = u_{tt} & (-\infty < x < \infty, t > 0) \\ u(x, 0) = \begin{cases} 1 & |x| < 2 \\ 0 & |x| > 2 \end{cases}, u_t(x, 0) = 0 \end{cases}$$

C)
$$\begin{cases} u_{xx} = u_t & (0 < x < \pi, t > 0) \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0 \\ u(x, 0) = 2 \sin 3x - 4 \sin 5x \end{cases}$$

۳- درجه حرارت در یک میله به طول ده سانتیمتر را بیابید در صورتی که درجه حرارت دو سر میله صفر بوده و درجه حرارت اولیه میله برابر یکی از توابع زیر باشد ($c^2 = 1.752$).

a. $u(x, 0) = \sin 0.1 \pi x$