

آزمون (جامع) انتگرال خم، دوگانه، گرادیان، مشتق سویی

فرض کنید c مثلثی به رئوس $(0,0)$ ، $(\pi,0)$ و $(0,\frac{\pi}{4})$ در جهت مثلثاتی باشد. مقدار انتگرال زیر کدام است؟

$$\int_0^{\pi} (e^{-x} \cos y + xy) dx + (e^{-x} \sin y + y^2) dy$$

(ژئوفیزیک و هواشناسی، محیط زیست دریا - سراسری ۹۴)

(۱) $-\frac{\pi^3}{12}$ (۲) $\frac{e^{\pi}}{6}$ (۳) $\frac{\pi^2 + e^{\pi}}{4}$ (۴) $-\pi(e-1)$

منحنی C از $(0,0)$ شروع شده بر محور x به $(2,0)$ می رسد و سپس روی خطی موازی محور y ها به $(2,4)$ می رود و نهایتاً بر خطی موازی محور x ها به $(0,4)$ می رسد. اگر $F(x,y) = (\cos x \sin y, xy + \sin x \cos y + 1)$ باشد، مقدار انتگرال F بر منحنی C کدام است؟

(مهندسی عمران، مهندسی نقشه برداری، مهندسی محیط زیست، مهندسی دریا، فناوری نانو - دکتری ۹۵)

(۱) 0 (۲) -4 (۳) 20 (۴) 16

فرض کنید D ناحیه نیم دایره ای بالای محور x ها با معادله $x^2 + y^2 = 4$ باشد. حاصل انتگرال $\iint_D y \cos \sqrt{x^2 + y^2} \sin \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$

(مهندسی محیط زیست (کلیه گرایشها) و فناوری نانو (کلیه گرایشها) - دکتری ۹۶)

کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{4} \cos 4 - \sin 4 - \frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4} \cos 4 + \sin 4 - \frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{4} \cos 4 - \sin 4 - \frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{4} \cos 4 - \sin 4 - \frac{1}{4}$

مشتق جهتی مرتبه دوم تابع $f(x,y,z) = xyz$ ، در نقطه $(1, 3, 2)$ در جهت $\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ کدام است؟ (تاریخ و فلسفه علم - سراسری ۹۲)

(۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

صفحه‌ی مماس افقی بر رویه‌ی $z = x^2 - 4xy - 2y^2 + 12x - 12y - 1$ برابر است با: (تاریخ و فلسفه علم - سراسری ۹۳)

(۱) $z = -36$ (۲) $z = -31$ (۳) $z = 28$ (۴) $z = 29$

اگر مشتق جهتی تابع مشتق پذیر $f(x,y)$ در نقطه $p_0 = (1,2)$ در جهت بردار $i + j$ برابر $2\sqrt{5}$ و در جهت بردار $j - 2i$ برابر -3 باشد، مشتق جهتی تابع f در نقطه p_0 و در جهت $j - 2i$ کدام است؟ (تاریخ و فلسفه علم - سراسری ۹۵)

(۱) $-\frac{5}{\sqrt{7}}$ (۲) $-\frac{7}{\sqrt{5}}$ (۳) $\frac{5}{\sqrt{7}}$ (۴) $\frac{7}{\sqrt{5}}$

اگر منحنی C نیم‌دایره به معادلات $x = \cos \theta$ و $y = \sin \theta$ ($0 \leq \theta \leq \pi$) از نقطه $(1, 0)$ به نقطه $(-1, 0)$ باشد، مقدار $\int_C e^y dx + e^y \cdot x dy$ کدام است؟
(تاریخ و فلسفه علم - سراسری ۹۵)

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

اگر $\vec{A} = (3x^2 - 6yz)\vec{i} + (2y + 3xz)\vec{j} + (1 - 4xyz^2)\vec{k}$ باشد، مقدار انتگرال $\int_C \vec{A} \cdot d\vec{r}$ روی مسیر C که خط واصل بین نقاط $(0, 0, 0)$ و $(1, 1, 1)$ است، کدام است؟

(عمران - نقشه‌برداری - سراسری ۹۳)

- (۱) $-\frac{6}{5}$ (۲) $-\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{6}{5}$ (۴) $\frac{5}{6}$

اگر \vec{F} و C به صورت زیر باشند، حاصل $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ کدام است؟ (عمران - نقشه‌برداری - سراسری ۹۵)

$$\vec{F} = (xe^x + y)\vec{i} - (y^2 + z)\vec{j} + (ze^z + 2x)\vec{k}$$

$$C: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

- (۱) $-\frac{\pi}{2}$ (۳) -2π

- (۲) $-\pi$ (۴) -4π

مقدار $\int_0^{\infty} \int_0^x (1 + x^2 + y^2)^{-2} dy dx$ در صورت وجود، کدام است؟ (مواد - سراسری ۹۲)

- (۱) $\frac{\pi}{16}$ (۲) $\frac{\pi}{8}$ (۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) وجود ندارد. (واگراست)

انتگرال $\int_C F \cdot dr$ کدام است هرگاه $F = (-2y + e^x, 2x + \cos y^2, e^{z^2})$ و C منحنی فصل مشترک استوانه $x^2 + y^2 = 1$ و صفحه $x + 2y + z = 7$ باشد و جهت این منحنی چنان باشد که تصویر آن روی صفحه xy جهتی خلاف عقربه‌های ساعت داشته باشد.

(صنایع - سیستم - سراسری ۹۱)

- (۱) 3π (۲) 2π (۳) 4π (۴) 5π

رابطه‌ی بین ثابت‌های a, b, c و کدام است، به طوری که انتگرال $\int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{R}$ مستقل از مسیر باشد که در آن

(مهندسی نفت - سراسری ۹۲)

$$\vec{F}(x, y, z) = (ay^2 + 2czx)\vec{i} + y(bx + cz)\vec{j} + (ay^2 + cx^2)\vec{k}$$

(۴) $c = 2b = 2a$

(۳) $c = 2b = a$

(۲) $c = b = 2a$

(۱) $c = b = a$

بیشترین میزان تغییرات تابع $f(x,y,z) = z \ln(x^2 + y^2 - 1)$ در نقطه $p(1,1,1)$ برابر است با: (آمار - سراسری ۹۲)

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) $2\sqrt{2}$

مقدار $I = \iint_R (x-y)^2 (1 + \cos(x+y)) dA$ که در آن R متوازی‌الاضلاعی به رئوس $(0, \pi)$ ، $(\pi, 2\pi)$ ، $(2\pi, \pi)$ و $(\pi, 0)$ می‌باشد، کدام است؟

(مهندسی نساجی، تکنولوژی نساجی و شیمی نساجی و علوم الیاف - سراسری ۹۵)

(۱) $\frac{2}{5}\pi^5$ (۲) $\frac{2}{5}\pi^6$ (۳) $\frac{1}{5}\pi^6$ (۴) $\frac{1}{5}\pi^5$

فرض کنید C یک منحنی هموار و بسته باشد که تمام مشتقات جزئی مرتبه دوم تابع دو متغیره f درون و روی خم C پیوسته بوده و $\nabla^2 f = 0$. مقدار $\oint_C (f_y dx - f_x dy)$ کدام است؟

(ژئوفیزیک و هواشناسی و محیط زیست دریا - سراسری ۹۵)

(۱) -۱ (۲) ۰ (۳) ۱ (۴) 2π

حاصل $\oint_C 2 \operatorname{Arctg} \frac{y}{x} dx + \ln(x^2 + y^2) dy$ را که در آن خم C دایره به معادله $(x-2)^2 + y^2 = 1$ در جهت پاد ساعت گرد است، کدام است؟

(ژئوفیزیک و هواشناسی - سراسری ۹۶)

(۱) ۰ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $-\sqrt{2}$ (۴) π

تابع پتانسیل میدان برداری $\vec{F} = (e^x \ln y) \vec{i} + (\frac{e^x}{y} + \sin z) \vec{j} + (y \cos z) \vec{k}$ کدام است؟ (مهندسی ایمنی - سراسری ۹۲)

(۱) $f(x, y, z) = e^x \ln y - y \sin z$ (۲) $f(x, y, z) = e^x \ln y - y \cos z$

(۳) $f(x, y, z) = e^x \ln y + y \cos z$ (۴) $f(x, y, z) = e^x \ln y + y \sin z$

انتگرال خطی $\int_C x^2 dx + xy dy$ کدام است که در آن مسیری در صفحه xOy است که نقطه‌های $(0,0)$ ، $(1,0)$ و $(0,1)$ را در جهت مثبت

به هم وصل می‌کند؟ (ریانوردی - سراسری ۹۳)

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{6}$

اگر منحنی C به صورت $x = \sin(\frac{t^2 \pi}{4})$ و $y = 1 + t^2$ باشد که $0 \leq t \leq 1$ ، آنگاه مقدار $\int_C x^2 y^2 dx + x^2 y^2 dy$ کدام است؟

(مهندسی پزشکی (کلیه گرایش‌ها - دکتری ۹۶)

(۱) ۰ (۲) $\frac{15}{4}$ (۳) $\frac{17}{4}$ (۴) ۴

اگر $\vec{r} = xi + yj + zk$ باشد، $\operatorname{grad}(\frac{1}{|r|})$ چند برابر \vec{r} است؟ (مهندسی مکانیزاسیون کشاورزی - سراسری ۹۴)

(۱) $\frac{1}{|r|^3}$ (۲) $-\frac{1}{|r|^3}$ (۳) $\frac{2}{|r|^3}$ (۴) $-\frac{2}{|r|^3}$