

توحید تو خواند به سحر مرغ سحرخوان
تسبیح تو گوید به چمن بلبل گویا
بر قلّه‌ی کهسار زنی بیرق خورشید
بر پرده‌ی زنگار کشی پیکر جوزا

خواجوی کرمانی

آزمون تئوری نخست - دسته‌ی ۱

پنج‌شنبه ۱۸ مهر ۱۳۹۲ - ۳ ساعت

پرسش نخست: تاس (۲۰ امتیاز)

یک تاس یک مکعب است که روی هر یک از ۶ وجه آن یکی از اعداد ۱ تا ۶ نوشته شده است. (هر عدد روی دقیقن یک وجه نوشته شده است.)

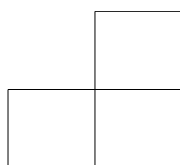
آ) دو تاس را مختلف گوییم هرگاه نتوان آن‌ها را بر هم منطبق کرد. چند تاس مختلف وجود دارد؟ (۱۰ امتیاز)
ب) یک تاس را استاندارد گوییم، هرگاه حاصل جمع اعداد هر جفت از وجه‌های متقابل آن ۷ شود. چند تاس استاندارد مختلف وجود دارد؟ (۱۰ امتیاز)

پرسش دوم: اسب (۱۵ امتیاز)

به چند روش می‌توان یک اسب سیاه و یک اسب سپید را در یک تخته‌ی شترنج ۸ در ۸ قرار داد به گونه‌ای که هم‌دیگر را تهدید کنند؟

پرسش سوم: پوشاندن مربع شترنجی (۳۰ امتیاز)

ثابت کنید به ازای هر n طبیعی، اگر از یک مربع شترنجی به طول ضلع 2^n یکی از گوشه‌هایش را حذف کنیم، شکل حاصل را می‌توان با تعدادی تریمینوی L (شکل زیر) پوشاند. (می‌توانید تریمینوها را بچرخانید اما حق ندارید آن‌ها را روی هم بگذارید.)



یک تریمینوی L

پرسش چهارم: زیررشته (۳۵ امتیاز)

یک رشته‌ی دودویی به طول n (یعنی دنباله‌ای از n تا صفر و یک) به شما داده شده است. شما باید بیش‌ترین تعداد ۱ متوالی در این رشته را بیابید. مثلن اگر رشته‌ی شما ۰۰۱۱۰۱۰ باشد، پاسخ ۲ است و اگر رشته‌ی داده‌شده ۰۱۱۱۰۱۰۱۱۱ باشد، پاسخ ۳ است.

آ) الگوریتمی از مرتبه‌ی زمانی $O(n^2)$ ارائه دهید که پاسخ را به دست آورد. (۱۵ امتیاز)

ب) الگوریتمی از مرتبه‌ی زمانی $O(n)$ برای این کار بیابید. (۲۰ امتیاز)

سربلند و پیروز باشید

ابوالفضل اسدی و امیر کفشدار گوهرشادی