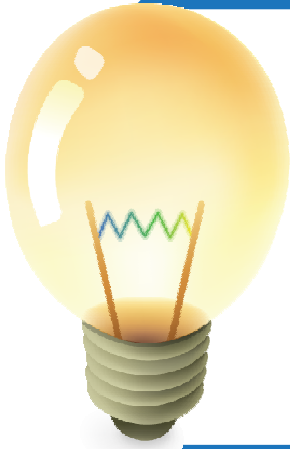
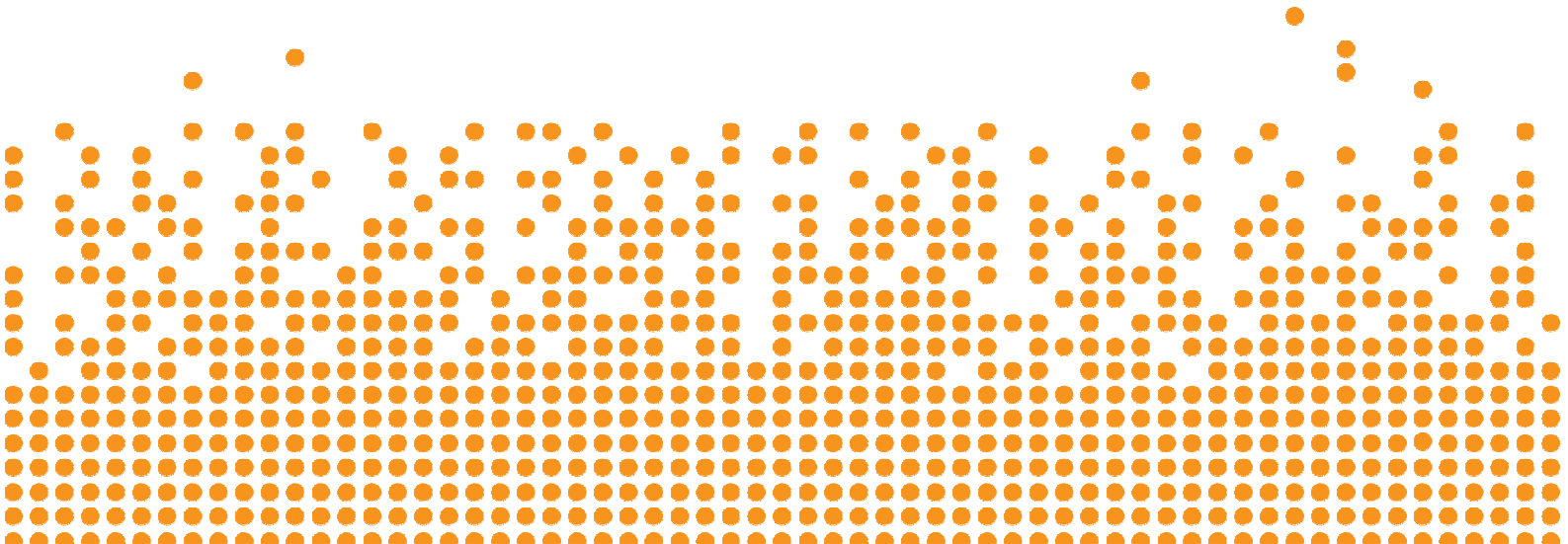


گزینہ دو

مؤسسہ آموزشی فرهنگی



فیزیک ۲



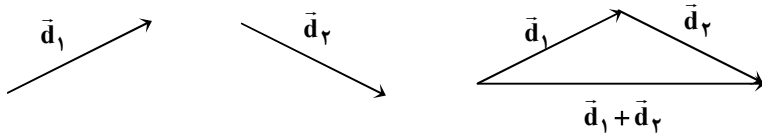
فصل ۱: فیزیک و اندازه‌گیری کمیت‌های فیزیکی

- * **یکای (واحد) اندازه‌گیری:** مقدار کمیتی از جنسی که اندازه می‌گیریم، که بعنوان مقیاس انتخاب شده است. در هر اندازه‌گیری، عدد گزارش شده بیان می‌کند که مقدار کمیت مورد نظر چند برابر یکا (یا واحد) آن کمیت است.
- * دانشمندان برای آن که رقم‌های حاصل از اندازه‌گیری‌های مختلف یک کمیت با هم یکی باشند، برای هر کمیت یکای معینی تعریف کرده‌اند.
- * یکای هر کمیت باید به گونه‌ای انتخاب شود که در شرایط فیزیکی تعیین شده تغییر نکند و در دسترس باشد. (مجموعه‌ی یکاهای مورد توافق بین‌المللی را به اختصار یکاهای **SI** می‌نامند).
- * **کمیت‌ها و یکاهای اصلی:** آن دسته از کمیت‌هایی را که یکاهای آن‌ها به طور مستقل و بدون رابطه با یکاهای دیگر تعریف شده‌اند، کمیت‌های اصلی می‌نامند.
- * **کمیت‌های فرعی:** سایر کمیت‌ها مانند مساحت، حجم و... که یکای آنها را می‌توان با استفاده از یکاهای اصلی تعیین کرد.
- * در **SI** یکای طول متر (با نماد **m**)، یکای جرم کیلوگرم (با نماد **kg**) و یکای زمان ثانیه (با نماد **s**) می‌باشد.
- * جدول پیشوندهای مربوط به یکاهای کوچکتر و بزرگتر:

نماد	مضرب	پیشوند	نماد	مضرب	پیشوند
da	۱۰	دکا	d	$\frac{1}{10} = 10^{-1}$	دسی
h	۱۰۰	هکتو	c	$\frac{1}{100} = 10^{-2}$	سانتی
k	۱۰۰۰	کیلو	m	$\frac{1}{1000} = 10^{-3}$	میلی
M	۱۰ ^۶	مگا	μ	$\frac{1}{10^6} = 10^{-6}$	میکرو
G	۱۰ ^۹	گیگا	n	$\frac{1}{10^9} = 10^{-9}$	نانو
T	۱۰ ^{۱۲}	ترا	p	$\frac{1}{10^{12}} = 10^{-12}$	پیکو

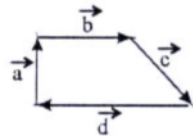
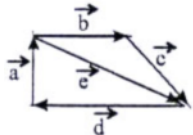
- * **دقت اندازه‌گیری یک وسیله:** کمترین مقداری را که یک وسیله می‌تواند اندازه بگیرد، دقت اندازه‌گیری با آن وسیله می‌نامند.
- * کمیت‌های فیزیکی به دو دسته متمایز **برداری و نرده‌ای** تقسیم می‌شوند.
- * **کمیت‌های نرده‌ای:** کمیت‌هایی مانند حجم با این ویژگی که برای مشخص شدن آن‌ها بر حسب یک یکای معین، تنها یک عدد کفایت می‌کند.
- * **جابه‌جایی (بردار جابه‌جایی):** جابه‌جایی یک جسم، پاره‌خط جهت داری است که ابتدای آن مکان آغازی و انتهای آن مکان پایانی حرکت جسم و طول آن مقدار تغییر مکان است.
- * دو جابه‌جایی را وقتی برابر می‌گویند که به یک اندازه و در یک جهت (یک راستا و یک سو) باشند.

* قاعده‌ی جمع برداری (قاعده‌ی جمع جابه‌جایی‌ها): برای یافتن حاصل جمع دو جابه‌جایی (یا بردار) \vec{d}_1 و \vec{d}_2 ، ابتدا \vec{d}_1 را رسم می‌کنیم و سپس از انتهای آن \vec{d}_2 را رسم می‌کنیم. جابه‌جایی کل یا حاصل جمع دو جابه‌جایی (یا دو بردار) پاره‌خط جهت‌داری است که ابتدای آن ابتدای \vec{d}_1 و انتهای آن انتهای \vec{d}_2 است.



* کمیت‌های برداری: کمیت‌هایی که بزرگی (مقدار) و جهت (راستا و سو) دارند، و از قاعده‌ی جمع برداری پیروی می‌کنند. حاصل جمع چند بردار را برآیند آن بردارها (یا بردار برآیند) نیز می‌نامند.

مثال: با توجه به شکل مقابل، حاصل عبارت $\vec{a} + \vec{e} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{b}$ برابر کدام است؟



- (۱) \vec{a}
(۲) \vec{e}
(۳) $-\vec{e}$
(۴) \vec{d}

پاسخ: گزینه‌ی (۲) یک لحظه حضور بردار \vec{e} را نادیده بگیرید و شکل را به صورت مقابل تجسم کنید. حاصل عبارت « $\vec{a} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{b}$ » برابر صفر است.

$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{e} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{b} \rightarrow \vec{R} = (\vec{a} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{b}) + \vec{e} = \vec{0} + \vec{e} \Rightarrow \vec{R} = \vec{e}$$

مثال: برآیند بردارهای \vec{a} و \vec{b} با بردار \vec{a} زاویه‌ی 30° می‌سازد. اگر بزرگی این دو بردار برابر $a = 4\sqrt{2}$ و $b = 4$ باشد، زاویه‌ی بین آن‌ها چند درجه است؟

- (۱) 45° (۲) 75° (۳) 165° (۴) گزینه‌های ۲ یا ۳

پاسخ: گزینه‌ی (۴) چنان زاویه‌ی بین بردارهای \vec{a} و \vec{R} را با β و زاویه‌ی بین بردارهای \vec{b} و \vec{R} را با α نمایش دهیم، خواهیم داشت:

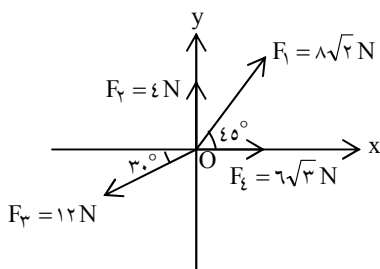
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{\sin \alpha} = \frac{4}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4\sqrt{2} \times \frac{1}{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 45^\circ \\ \alpha_2 = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ \end{cases}$$

زاویه‌ی میان بردارهای \vec{a} و \vec{b} برابر « $\alpha + \beta$ » است.

$$1) (\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) = \beta + \alpha_1 = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$$

$$2) (\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) = \beta + \alpha_2 = 30^\circ + 135^\circ = 165^\circ$$

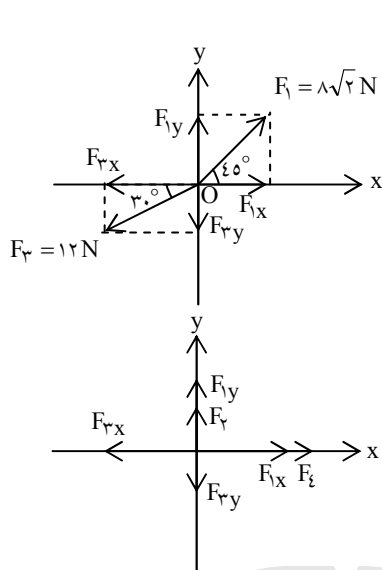


مثال: در شکل مقابل، برآیند نیروهای وارد بر نقطه‌ی مادی O چند نیوتن است؟

- (۱) ۴
(۲) ۶
(۳) ۸
(۴) ۱۰

پاسخ: گزینه‌ی (۴)

گام اول:



$$\text{تجزیه ی } F_1 \begin{cases} F_{1x} = F_1 \cos 45^\circ = 8\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 8 \text{ N} \\ F_{1y} = F_1 \sin 45^\circ = 8\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 8 \text{ N} \end{cases}$$

$$\text{تجزیه ی } F_3 \begin{cases} F_{3x} = F_3 \cos 30^\circ = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ N} \\ F_{3y} = F_3 \sin 30^\circ = 12 \times \frac{1}{2} = 6 \text{ N} \end{cases}$$

گام دوم: تعیین برآیند مؤلفه‌ها در راستای محور x ها و y ها:

$$\begin{cases} R_x = F_{1x} + F_x - F_{3x} = 8 + 6\sqrt{3} - 6\sqrt{3} \Rightarrow R_x = 8 \text{ N} \\ R_y = F_{1y} + F_y - F_{3y} = 8 + 8 - 6 \Rightarrow R_y = 10 \text{ N} \end{cases}$$

گام سوم: به کار بستن رابطه‌ی فیثاغورث در محاسبه‌ی بردار برآیند:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(8)^2 + (10)^2} = \sqrt{164} \Rightarrow R = 10 \text{ N}$$

پریشادو

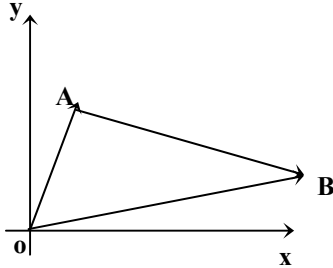


مؤسسه آموزشی فرهنگی

فصل ۲: حرکت شناسی

* مکان: بردار مکان، برداری است که ابتدای آن مبدا مختصات و انتهای آن مکان جسم است.

* بردار جابه‌جایی (یا تغییر مکان): جابه‌جایی یک متحرک بین دو لحظه‌ی t_1 و t_2 است که ابتدای آن مکان متحرک در لحظه‌ی t_1 و انتهای آن مکان متحرک در لحظه‌ی t_2 است.



بردار جابه‌جایی از نقطه‌ی A به B به $\vec{AB} = B$

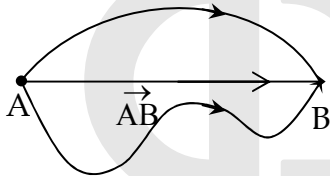
بردار مکان نقطه‌ی A به $\vec{OA} = A$

بردار مکان نقطه‌ی B به $\vec{OB} = B$

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$$

* بردار مکان یک نقطه به مبدا (یا به دستگاه مختصات) بستگی دارد، یعنی اگر مبدا مختصات را تغییر دهیم، بردار مکان تغییر می‌کند، اما بردار جابه‌جایی به مبدا بستگی ندارد و با تغییر مبدا، تغییر نمی‌کند.

* بردار جابه‌جایی به مسیر حرکت بستگی ندارد، بلکه فقط به نقاط ابتدا و انتهای مسیر مربوط می‌شود.



در حرکت از A به B از هر کدام از مسیرها که برویم بردار جابه‌جایی همان \vec{AB} است.

* مسافت طی شده توسط متحرک، یک کمیت اسکالر است که همیشه نامنفی است.

مثال: اگر متحرک از مبدا، آغاز به حرکت کند، به $x = 3$ برود، سپس به $x = -1$ برگردد، جابه‌جایی آن برابر $\Delta x = (-1) - 0 = -1$ خواهد بود، اما مسافت طی شده برابر $d = |3 - 0| + |(-1) - 3| = 7$ است.

* حرکت بر خط راست: در حرکت بر خط راست، برای سهولت مسیر حرکت را روی محور xها در نظر می‌گیریم، در این صورت مکان هر نقطه از مسیر را می‌توان با یک عدد جبری بیان کرد (مثلاً $x = -3 \text{ m}$)

* توجه: در حرکت بر خط راست هم، مکان یک کمیت برداری است. اما چون راستای آن را از قبل می‌دانیم، می‌شود آن را با یک عدد جبری نشان داد.

* معادله‌ی حرکت متحرک، معادله‌ای است که مکان متحرک را بر حسب زمان می‌دهد. معادله‌ی حرکت برای متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند به صورت $x = x(t)$ خواهد بود. مثلاً: $x = 2t + 3$ (x به متر و t به ثانیه) یا $x = t^3 + 2t$ (x به متر و t به ثانیه)

یعنی معادله‌ی حرکت بر خط راست می‌تواند یک تابع از t با درجه‌ی بیشتر از یک باشد.

* نمودار مکان-زمان متحرک بر خط راست: نموداری است که (معمولاً) محور افقی آن نشانگر زمان و محور عمودی آن نشانگر مکان (x) است. نقاط روی این نمودار نشان می‌دهند که متحرک در هر لحظه، در چه مکانی قرار دارد. اطلاعات دیگری هم از این نمودار بدست می‌آید که در ادامه خواهد آمد.

* سرعت متوسط یک متحرک در یک بازه زمانی، برابر متوسط جابه‌جایی در هر ثانیه در آن بازه‌ی زمانی است. سرعت متوسط را با

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (\text{سرعت متوسط متحرک در بازه‌ی زمانی } \Delta t)$$

نماد \bar{v} نشان می‌دهیم. پس:

$$(\Delta x = x_2 - x_1 = \text{جابه‌جایی متحرک در بازه‌ی زمانی } \Delta t)$$

* سرعت متوسط یک کمیت برداری است که با بردار جابه‌جایی هم‌جهت است. یکای سرعت متوسط در SI متر بر ثانیه (m/s) است.

* **سرعت لحظه‌ای:** سرعت لحظه‌ای سرعتی است که وقتی بازه‌ی زمانی Δt خیلی خیلی کوچک شود، سرعت متوسط در آن بازه به آن بسیار نزدیک می‌شود. سرعت لحظه‌ای در لحظه‌ی t برابر سرعت متوسط در بازه‌ی بسیار کوچک Δt پس از آن لحظه است. مثلاً سرعت لحظه‌ای یک اتومبیل در حال حرکت، سرعتی است که سرعت‌سنج اتومبیل در هر لحظه نشان می‌دهد. سرعت لحظه‌ای را با نماد V نشان می‌دهند و یکای آن در SI متر بر ثانیه (m/s) است.

* **حرکت یکنواخت برخط راست:** هرگاه سرعت لحظه‌ای متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، در تمام لحظه‌ها یکسان باشد، حرکت آن **یکنواخت** نامیده می‌شود. در این حرکت چون سرعت در تمام بازه‌ها ثابت است، پس سرعت متوسط بین هر دو

$$\bar{V} = V \Rightarrow V = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

لحظه‌ی دلخواه با سرعت لحظه‌ای برابر است. بنابراین در هر لحظه:

پس: $\Delta x = V \Delta t$ حال اگر شروع را از لحظه $t = 0$ حساب کنیم و مکان متحرک را در $t = 0$ ، x_0 بنامیم، مکان آن در لحظه‌ی t برابر x می‌باشد، که این رابطه را برای x از رابطه فوق نتیجه می‌گیریم: $x - x_0 = V(t - 0)$ یعنی: $x = Vt + x_0$

این رابطه را «معادله‌ی حرکت یکنواخت» می‌نامند. نمودار مکان-زمان این حرکت یک خط راست است.

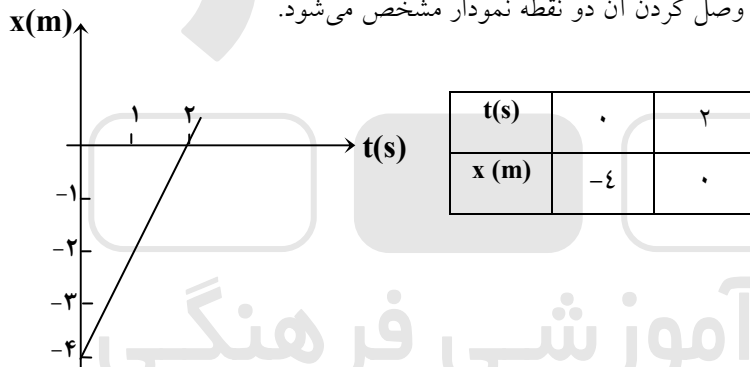
مثال: جسمی با سرعت ثابت V بر مسیری مستقیم در حرکت است. اگر در لحظه‌ی $t_1 = 5s$ فاصله‌ی آن تا مبدا $6m$ و در لحظه‌ی $t_2 = 20s$ فاصله‌ی آن تا مبدا $36m$ باشد، سرعت و فاصله‌ی آن تا مبدا در لحظه‌ی صفر چقدر است؟ رابطه‌ی مکان-زمان یا معادله‌ی این حرکت را بنویسید. نمودار مکان-زمان را در مدت 5 ثانیه رسم کنید.

$$V = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{36 - 6}{20 - 5} = 2 \frac{m}{s}$$

حل:

$$x_1 = Vt_1 + x_0 \Rightarrow 6 = 2 \times 5 + x_0 \Rightarrow x_0 = -4 m$$

پس رابطه‌ی مکان-زمان در SI به صورت $x = 2t - 4$ است. چون نمودار مکان-زمان یک خط راست است، برای رسم آن مشخص کردن دو نقطه از نمودار کافی است. از وصل کردن آن دو نقطه نمودار مشخص می‌شود.

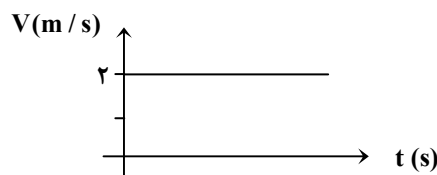


* **نمودار سرعت-زمان متحرک بر خط راست:** نمودار سرعت-زمان متحرک بر خط راست نموداری است که محور افقی آن نشانگر زمان و محور عمودی آن نشانگر سرعت لحظه‌ای متحرک است. نقاط روی این نمودار نشان می‌دهند که متحرک در هر لحظه دارای چه سرعتی است. اطلاعات دیگری هم از این نمودار بدست می‌آید که در ادامه خواهد آمد.

مثال: متحرکی با سرعت ثابت در مسیر مستقیم در حرکت است. در لحظه‌ی $t_1 = 2s$ در فاصله‌ی 5 متری و در لحظه‌ی $t_2 = 12s$ در فاصله‌ی 25 متری از مبدا است. نمودار سرعت-زمان آن را رسم کنید.

حل: در حرکت با سرعت ثابت داریم:

$$V = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{25 - 5}{12 - 2} = 2 m/s$$



چون در حرکت یکنواخت سرعت ثابت است، نمودار سرعت-زمان به صورت یک خط راست موازی محور زمان است.

* چند مثال از حرکت یکنواخت:

مثال ۱: متحرکی ۱۰ ثانیه با سرعت ۲۰ m/s و ۱۵ ثانیه با سرعت $5 \frac{m}{s}$ در همان امتداد حرکت می‌کند. سرعت متوسط در کل

این مدت چند متر بر ثانیه بوده است، اگر:

الف) در دو قسمت حرکت، هم جهت حرکت کرده باشد.

ب) در قسمت دوم حرکت، در خلاف جهت قسمت اول حرکت کرده باشد.

حل: فرض می‌کنیم، متحرک در قسمت اول حرکت در جهت مثبت محور حرکت می‌کرده است.

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \Rightarrow \bar{v} = \frac{V_1 \Delta t_1 + V_2 \Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{20 \times 10 + 5 \times 15}{10 + 15} = \frac{275}{25} = 11 \text{ m/s}$$

چون در قسمت دوم، متحرک در خلاف جهت مثبت محور حرکت کرده، مقدار جابه‌جایی و سرعت آنرا با علامت منفی در محاسبه

قرار می‌دهیم:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{V_1 \Delta t_1 + V_2 \Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \Rightarrow \bar{v} = \frac{20 \times 10 + (-5) \times 15}{10 + 15} = \frac{125}{25} = 5 \text{ m/s}$$

مثال ۲: متحرکی ۳۰۰ m با سرعت ۱۵ m/s و ۲۰۰ m با سرعت ۲۰ m/s حرکت می‌کند. با هر یک از دو فرض مثال قبل سرعت متوسط را در کل حرکت بیابید.

حل: باز هم فرض می‌کنیم در قسمت اول در جهت مثبت محور حرکت کرده است.

الف) هر دو قسمت هم جهت حرکت کند:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\frac{\Delta x_1}{V_1} + \frac{\Delta x_2}{V_2}} = \frac{300 + 200}{\frac{300}{15} + \frac{200}{20}} = \frac{500}{30} = \frac{50}{3} \text{ m/s}$$

ب) در قسمت دوم، خلاف جهت قسمت اول حرکت کند:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\frac{\Delta x_1}{V_1} + \frac{\Delta x_2}{V_2}}$$

$$\bar{v} = \frac{300 + (-200)}{\frac{300}{15} + \frac{200}{20}} = \frac{100}{30} = \frac{10}{3} \text{ m/s}$$

مثال ۳: اتومبیلی در مسیر مستقیم (بر خط راست) از شهر A تا شهر B را با سرعت ۳۰ m/s رفته و در بازگشت با سرعت

۲۰ m/s برمی‌گردد. الف) اگر تا شهر A برگردد ب) اگر تا نصف راه برگردد، اندازه‌ی سرعت متوسط را حساب کنید.

حل: فرض می‌کنیم حرکت متحرک از A به B در جهت مثبت محور بوده است.

در مرحله اول اتومبیل جابه‌جایی صفر دارد، پس سرعت متوسط حرکتش هم صفر است.

$$\Delta x = 0 \Rightarrow \bar{v} = 0$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\frac{\Delta x_1}{V_1} + \frac{\Delta x_2}{V_2}}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x + \left(-\frac{1}{2} \Delta x\right)}{\frac{\Delta x}{30} + \frac{2}{20}} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{30} + \frac{1}{40}} = \frac{60}{4+3} = \frac{60}{7} \text{ m/s}$$

مثال ۴: یک دوچرخه سوار با سرعت 10 m/s حرکت می کند و گاهی هم برای استراحت توقف می کند. اگر در یک تمرین دو ساعته، سرعت متوسط او 8 m/s باشد، جمع زمان های استراحتش را در این مدت حساب کنید.

حل: جمع زمان های استراحت (بر حسب ساعت): t_2

جمع زمان های حرکت (بر حسب ساعت): t_1

$$\bar{v} = \frac{\text{کل حرکت}}{\text{کل حرکت}} \Delta x = \frac{10 \times t_1 + 0 \times t_2}{2} = 8 \Rightarrow t_1 = \frac{2 \times 8}{10} = 1/6 \text{ ساعت}$$

$$t_2 = 2 - t_1 = 2 - 1/6 = 11/6 \text{ ساعت} = 24 \text{ دقیقه}$$

* توجه: ما سرعت را با واحد SI نوشتیم، اما زمان را با واحد غیر SI (ساعت)، با این حال چون هم در صورت کسر زمان را بر حسب ساعت نوشتیم و هم در مخرج کسر، جواب صحیح بدست آمد، در حقیقت باید هم در صورت و هم در مخرج در زمانها ضرب 3600 را ضرب می کردیم تا بر حسب ثانیه (واحد SI) باشند، اما این ضرب در صورت و مخرج با هم خط می خورند و حذف می شوند.

مثال ۵: سرعت یک دوچرخه سوار 10 m/s بوده است، اگر در یک تمرین 18 کیلومتری، سرعت متوسط او 8 m/s بود، جمع زمان های استراحتش را حساب کنید.

حل:

$$\bar{v} = \frac{\text{کل حرکت}}{\text{کل حرکت}} \Delta x = \frac{18000}{\frac{18000}{10} + t_1} = 8 \Rightarrow 18000 = (1800 + t_1) 8 \Rightarrow t_1 = \frac{18000}{8} - 1800$$

$$t_1 = 1800 \left(\frac{10}{8} - 1 \right) = \frac{1800}{4} = \boxed{450 \text{ (s)}}$$

* حرکت غیر یکنواخت یا شتابدار بر خط راست: در این نوع حرکت سرعت متحرک ثابت نیست و با زمان تغییر می کند.

* شتاب متوسط: نسبت تغییر سرعت یعنی $\Delta \bar{v} = \bar{v}_2 - \bar{v}_1$ در یک بازه ی زمانی، تقسیم بر آن بازه ی زمانی را شتاب متوسط در آن بازه می نامند. شتاب متوسط را با نماد \bar{a} نشان می دهند. یکای شتاب متوسط متر بر مجذور ثانیه (m/s^2) است.

$$\bar{a} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} = \frac{\bar{v}_2 - \bar{v}_1}{t_2 - t_1}$$

* شتاب لحظه ای: اگر در رابطه ی $\bar{a} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t}$ ، Δt بسیار کوچک باشد، شتاب متوسط خیلی نزدیک به شتاب لحظه ای می شود. (شتاب

لحظه ای در لحظه ی t برابر شتاب متوسط در بازه ی بسیار کوچک Δt قبل از t یا بعد از t است.) شتاب لحظه ای را با نماد a نشان می دهند.

* حرکت بر خط راست با شتاب ثابت: هر گاه شتاب حرکتی در لحظه های مختلف یکسان باشد، آن حرکت را حرکت با شتاب ثابت می نامیم. در این حرکت شتاب متوسط با شتاب لحظه ای برابر است، به عبارت دیگر آهنگ تغییر سرعت ثابت است.

$$\bar{a} = a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

در رابطه ی فوق اگر $t_1 = 0$ (مبدأ زمان) و $t_2 = t$ اختیار شود، در این صورت v_1 سرعت در لحظه ی صفر با نماد v_0 و v_2 سرعت در لحظه ی t با نماد v نشان داده می شود و می توان نوشت:

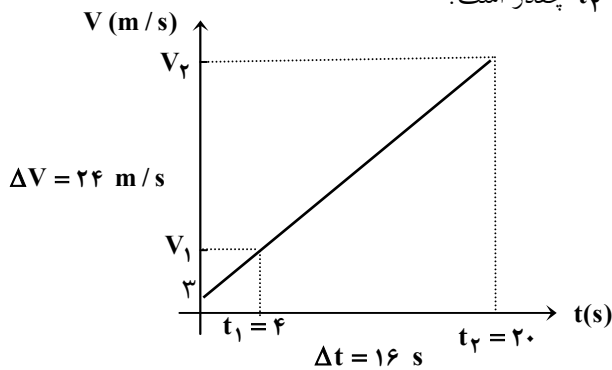
$$v = at + v_0 \quad \text{یا} \quad a = \frac{v - v_0}{t}$$

* در حرکت با شتاب ثابت، شیب نمودار $v - t$ در تمام لحظات باید یکسان باشد، نمودار $v - t$ دارای شیب ثابت یعنی یک خط راست است.

* در حرکت با شتاب ثابت سرعت متوسط بین دو لحظه t_1 و t_2 برابر نصف مجموع سرعت‌های آن دو لحظه و برابر سرعت لحظه‌ای در لحظه وسطی آن بازه زمانی است.

$$\bar{V} = \frac{V_1 + V_2}{2} = V_{\left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right)}$$

مثال: با توجه به نمودار مقابل سرعت متوسط بین دو لحظه t_1 و t_2 چقدر است؟



$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{24}{16} = 1.5 \text{ m/s}^2$$

$$V_1 = at_1 + V_0 = 1.5 \times 4 + 3 = 9 \text{ m/s}$$

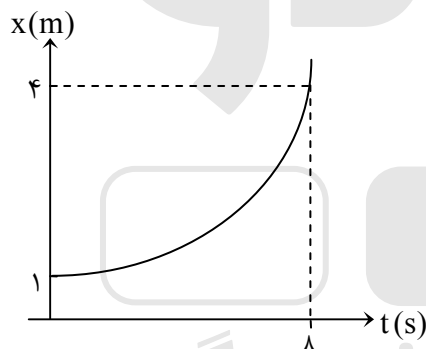
$$V_2 = at_2 + V_0 = 1.5 \times 20 + 3 = 33 \text{ m/s}$$

$$\bar{V} = \frac{V_1 + V_2}{2} = \frac{9 + 33}{2} = 21 \text{ m/s}$$

* نمودار شتاب-زمان متحرک بر خط راست: نموداری است که محور افقی آن نشانگر زمان و محور عمودی آن نشانگر شتاب (لحظه‌ای) متحرک است. این نمودار شتاب متحرک را در هر لحظه نشان می‌دهد.

* معادله حرکت با شتاب ثابت بر خط راست (رابطه‌ی مکان-زمان)

$$x = \frac{1}{2} at^2 + V_0 t + x_0$$



این رابطه، رابطه‌ی مکان-زمان (معادله‌ی حرکت) بر خط راست با شتاب ثابت است. مثال: شکل زیر نمودار مکان-زمان متحرکی است که با شتاب ثابت بر روی خط راست در حرکت است. سرعت متوسط را بین دو لحظه صفر و $t = 8$ s و شتاب حرکت را بدست آورید ($V_0 = 0$ فرض شود). نمودار سرعت-زمان را در مدت ۸ ثانیه رسم کنید.

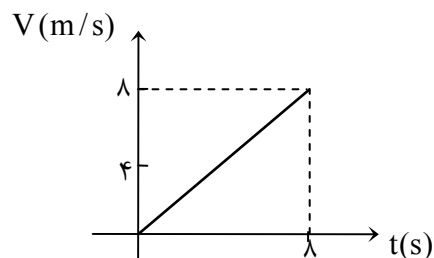
حل:

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{42 - 10}{8 - 0} = 4 \text{ m/s}$$

$$x = \frac{1}{2} at^2 + V_0 t + x_0 \Rightarrow 42 = \frac{1}{2} a \times 8^2 + 0 + 10 \Rightarrow 32 = \frac{64}{2} a \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$

چون شتاب ثابت است و نمودار $v-t$ خط راست است، دو نقطه برای رسم آن کافی است.

$$t = 0 \Rightarrow V_0 = 0 \quad t = 8 \text{ s} \Rightarrow V = at + V_0 = 1 \times 8 + 0 = 8 \text{ m/s}$$



* رابطه‌ی مستقل از زمان برای حرکت با شتاب ثابت: می‌توان رابطه‌ای برای متحرک با شتاب ثابت به‌دست آورد، که زمان (t) در آن دیده نمی‌شود.

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

* معادله‌ی حرکت (مکان - زمان)، نمودارهای مکان - زمان، سرعت - زمان، شتاب - زمان و اطلاعاتی که از آن‌ها دریافت می‌شود:

(۱) از معادله‌ی حرکت می‌توان اطلاعات زیر را بدست آورد:

۱- مکان متحرک در هر لحظه

۲- جابه‌جایی و سرعت متوسط در هر بازه‌ی زمانی

۳- لحظات عبور از مبدا مختصات (که ریشه‌های $x(t) = 0$ هستند) و لحظات عبور از نقطه‌ی شروع حرکت (که ریشه‌های $x(t) = x_0$ هستند)

۴- لحظه‌ی به هم رسیدن دو متحرک A و B ، ریشه‌های معادله‌ی $x_A(t) = x_B(t)$ است که در آن معادله‌ی حرکت متحرک A و $x_B(t)$ معادله‌ی حرکت متحرک B است.

مثال: اگر معادله‌ی حرکت متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، $x(t) = t^3 - 7t + 6$ باشد:

۱- مکان متحرک را در $t = 0$ و $t = 2$ بیابید.

$$x(0) = 6 \text{ m}$$

$$x(2) = 2^3 - 7 \times 2 + 6 = 0$$

۲- جابه‌جایی و سرعت متوسط در ۳ ثانیه‌ی دوم حرکت را بیابید.

$$\Delta x = x(6) - x(3) = 180 - 12 = 168 \text{ m}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{168}{3} = 56 \text{ m/s}$$

* توجه داریم که سه ثانیه‌ی دوم حرکت یعنی از $t = 3 \text{ s}$ تا $t = 6 \text{ s}$.

۳- لحظات عبور از مبدا و لحظات عبور از نقطه‌ی شروع حرکت را بیابید.

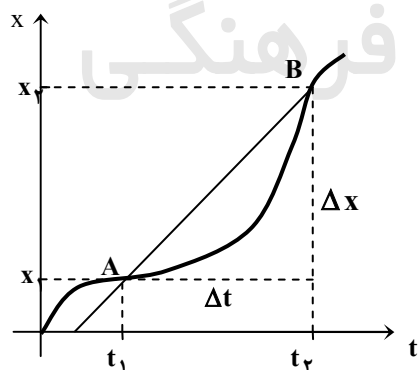
$$t = 1, \frac{t^3 - 7t + 6}{t - 1} = 0 \Rightarrow \text{جمع ضرایب مساوی صفر است.}$$

جواب‌های قابل قبول: $t = \sqrt{7} \text{ s}, t = 0, t = \pm\sqrt{7} \text{ s}$ ، $t = 0 \Rightarrow t^3 - 7t + 6 = 0 \Rightarrow x(t) = x_0 = 6$ عبور از نقطه‌ی شروع

(۲) از نمودار مکان - زمان می‌توان اطلاعات زیر را بدست آورد:

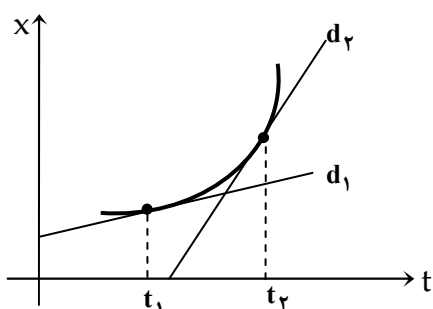
۱- مکان متحرک در هر لحظه
۲- لحظات عبور متحرک از هر مکان دلخواه
۳- جابه‌جایی در هر بازه‌ی زمانی

۴- سرعت متوسط در هر بازه‌ی زمانی: سرعت متوسط در هر بازه‌ی زمانی برابر شیب خطی است که نمودار را در دو سر آن بازه قطع می‌کند.



$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = m_{AB} = \text{شیب خط گذرنده از A و B}$$

۵- سرعت لحظه‌ای در هر لحظه: سرعت لحظه‌ای در هر لحظه برابر شیب مماس بر نمودار مکان - زمان است در آن لحظه.



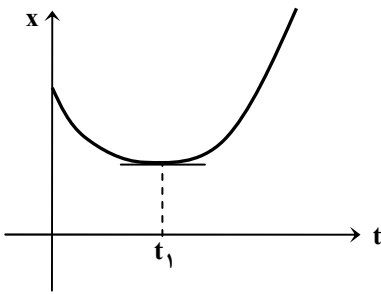
$$v_{t_1} = d_1 \text{ شیب خط}$$

$$v_{t_2} = d_2 \text{ شیب خط}$$

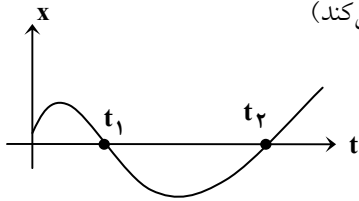
$$d_2 > d_1 \text{ شیب خط} \Rightarrow v_{t_2} > v_{t_1}$$

۶- لحظات تغییر جهت حرکت متحرک متناظر با نقاطی روی نمودار مکان- زمان است که نمودار از صعودی به نزولی یا بالعکس تغییر می‌کند.

مثلاً متحرک در لحظه $t = t_1$ تغییر جهت حرکت داده است چون نمودار از نزولی به صعودی تغییر کرده است.



۷- لحظات گذشتن از مبدأ (که متناظر با نقاطی هستند که نمودار $x-t$ محور افقی را قطع می‌کند)

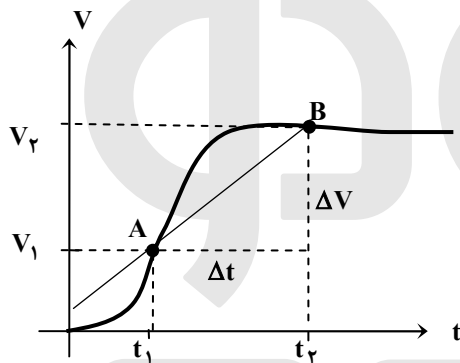


متحرک در t_1 و t_2 از مبدأ گذشته است.

۳) از نمودار سرعت- زمان می‌توان اطلاعات زیر را بدست آورد:

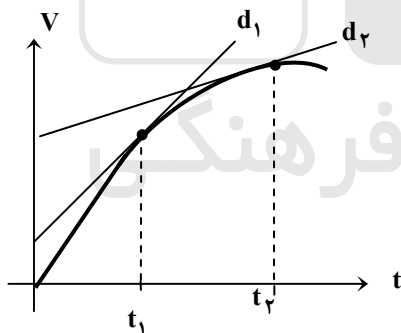
۱- سرعت متحرک در هر لحظه ۲- زمان‌های رسیدن به هر سرعت دلخواه

۳- شتاب متوسط در هر بازه‌ی زمانی: شتاب متوسط در هر بازه‌ی زمانی برابر شیب خطی است که نمودار سرعت- زمان را در دو سر آن بازه قطع می‌کند.



$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{شیب خط گذرنده از A و B}$$

۴- شتاب لحظه‌ای در هر لحظه: شتاب لحظه‌ای در هر لحظه برابر شیب مماس بر نمودار سرعت- زمان است در آن لحظه.



$$\text{شیب خط } d_1 = a_{t_1}$$

$$\text{شیب خط } d_2 = a_{t_2}$$

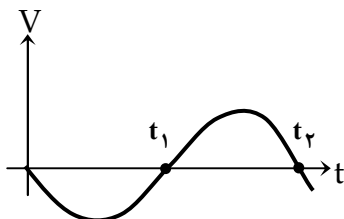
$$a_{t_1} > a_{t_2} \Rightarrow \text{شیب خط } d_1 > \text{شیب خط } d_2$$

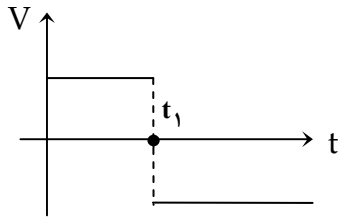
۵- لحظات تغییر جهت حرکت (تغییر علامت v) که متناظر با نقاطی هستند که نمودار $v-t$ از محور افقی عبور می‌کند.

(توجه: اگر نمودار $v-t$ بر محور افقی مماس شود به معنی تغییر جهت نیست بلکه در این حالت متحرک می‌ایستد و در همان جهت دوباره حرکت می‌کند.)

(توجه: طبیعتاً اگر نمودار $v-t$ در $t=0$ محور افقی را قطع کند، به معنی تغییر جهت حرکت نیست، بلکه یعنی متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است.)

متحرک در t_1 و t_2 تغییر جهت حرکت داده است.

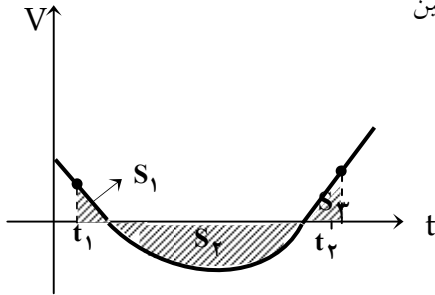




* نکته: جهت حرکت متحرک متناظر با علامت V است، اگر V مثبت باشد، یعنی در جهت مثبت محور حرکت می‌کنیم و اگر V منفی باشد، یعنی در جهت منفی محور حرکت می‌کنیم.
توجه: در شکل روبرو در لحظه‌ی t_1 جهت حرکت از مثبت به منفی تغییر می‌کند.

۶- مساحت محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور افقی در هر بازه‌ی زمانی برابر جابه‌جایی متحرک در این بازه‌ی زمانی است.

توجه کنید که مساحت‌های بالای محور افقی با علامت مثبت و مساحت‌های پایین محور افقی را با علامت منفی به عنوان جابه‌جایی لحاظ می‌کنیم.



$$\Delta x = x(t_2) - x(t_1) = S_1 - S_2 + S_3 \quad (\text{از } t_1 \text{ تا } t_2)$$

۷- برای محاسبه‌ی مسافت طی شده، اندازه‌ی مساحت‌ها را بدون رعایت علامت با هم جمع می‌کنیم.

$$d = |S_1| + |S_2| + |S_3| \quad (\text{از } t_1 \text{ تا } t_2)$$

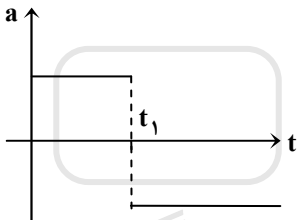
۸- با معلوم شدن جابه‌جایی، سرعت متوسط را هم می‌توان تعیین کرد.

۴) از نمودار شتاب- زمان اطلاعات زیر به دست می‌آید:

۱- شتاب در هر لحظه

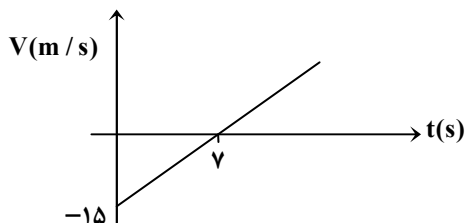
۲- زمان‌های رسیدن به هر شتاب دلخواه

۳- لحظات تغییر جهت شتاب (تغییر جهت برآیند نیروهای وارد بر متحرک) متناظر با نقاطی است که نمودار از بالا به پایین محور افقی یا بالعکس جهش کند.



شتاب در t_1 از مثبت به منفی تغییر جهت می‌دهد.

۴- مساحت محصور بین نمودار شتاب- زمان و محور افقی (با رعایت علامت) در هر بازه‌ی زمانی متناظر با Δv در آن بازه است، از این طریق می‌شود شتاب متوسط را در هر بازه‌ی زمانی بدست آورد.

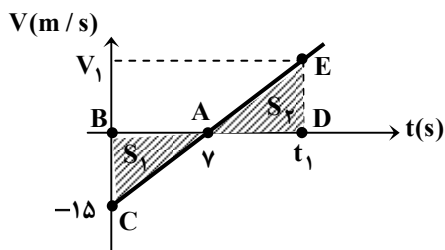


مثال: نمودار سرعت- زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند، مطابق

شکل است. در چه زمانی متحرک از نقطه شروع حرکت عبور می‌کند و در

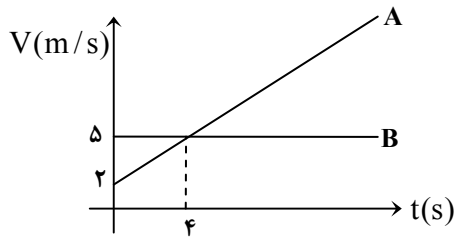
این لحظه، سرعت آن چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

حل: عبور مجدد از نقطه‌ی شروع یعنی $\Delta x = 0$



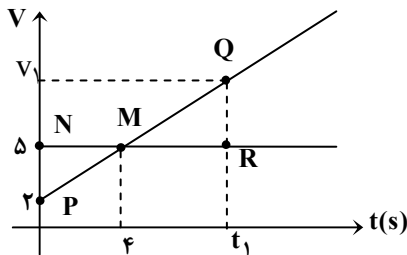
$$\Delta x = -S_1 + S_2 = 0 \Rightarrow S_1 = S_2$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta}{ABC} = \frac{\Delta}{ADE} \Rightarrow \begin{cases} t_1 - v = v \Rightarrow t_1 = 14s \\ v_1 = 15 \text{ m/s} \end{cases}$$



مثال: دو متحرک A و B در یک لحظه از یک نقطه بر یک امتداد مستقیم شروع به حرکت می‌کنند. اگر نمودارهای سرعت-زمان آنها مطابق شکل باشد، در چه زمانی دو متحرک مجدداً به هم خواهند رسید؟ در این لحظه سرعت متحرک A چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

حل: به هم رسیدن A و B یعنی $x_A = x_B$ ، چون از یک مکان راه افتاده‌اند، یعنی $\Delta x_A = \Delta x_B$ پس:



$$S = S \quad \text{زیر نمودار A} \quad \text{زیر نمودار B}$$

از تساوی بالا (با کنار گذاشتن قسمتهایی از مساحتها که بر هم منطبقند) نتیجه می‌شود که $S_{\Delta MNP} = S_{\Delta MQR}$ و چون دو مثلث

ΔMNP و ΔMQR متشابه هستند. داریم: $\Delta MNP = \Delta MQR$. لذا:

$$t_1 - 4 = 4 - 0 \Rightarrow t_1 = 2 \times 4 = 8 \text{ s}$$

$$v_1 - 5 = 5 - 2 \Rightarrow v_1 = 8 \text{ m/s}$$

* سقوط آزاد:

سقوط آزاد نمونه‌ای از حرکت بر خط راست با شتاب ثابت و بدون سرعت اولیه است. تنها نیروی وارد بر جسم وزن آن است. در سقوط آزاد نماد شتاب g است (شتاب گرانش) که رو به پایین می‌باشد. بزرگی g در نزدیکی سطح زمین برای همه‌ی اجسام 9.8 m/s^2 است که می‌شود برای سهولت آنرا برابر 10 m/s^2 در نظر گرفت. در سقوط آزاد جابه‌جایی در امتداد قائم است و مکان جسم با y نمایش داده می‌شود و مبدا نقطه‌ای است که سقوط از آن شروع شده و جهت مثبت رو به پایین اختیار می‌شود. با این مفروضات y هم بیانگر مکان جسم است هم بیانگر جابه‌جایی جسم و هم بیانگر مسافت سقوط.

* روابطی که قبلاً بیان کردیم، برای سقوط آزاد (و با مفروضات فوق) به این صورت در می‌آید:

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}gt^2 \\ v = gt \\ v^2 = 2gy \end{cases}$$

* از روابط فوق می‌توان این سه نکته را نتیجه گرفت:

$$\frac{y_1}{y_2} = \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2$$

(۱) در سقوط آزاد مسافت سقوط با مربع زمان سقوط متناسب است.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{t_1}{t_2}$$

(۲) در سقوط آزاد سرعت متناسب با زمان سقوط است.

$$\frac{y_1}{y_2} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2$$

(۳) در سقوط آزاد مسافت سقوط با مربع سرعت (در پایان مسافت طی شده) متناسب است.

مثال: اگر زمان سقوط آزاد سنگی از بالای یک برج به ارتفاع H تا زمین T و سرعت برخورد سنگ به زمین V باشد، الف) در چه ارتفاعی از سطح زمین سرعت سنگ $\frac{1}{3}V$ خواهد شد؟ ب) از لحظه‌ای که سرعت سنگ $\frac{1}{3}V$ می‌شود، تا اصابت سنگ به زمین چه کسری از T طول می‌کشد؟ ج) وقتی سرعت سنگ نصف سرعت ماکزیمم است، ارتفاع آن از زمین چه کسری از H است؟ د) چقدر طول می‌کشد تا این سنگ به ارتفاع $\frac{1}{4}H$ نسبت به زمین برسد؟

حل:

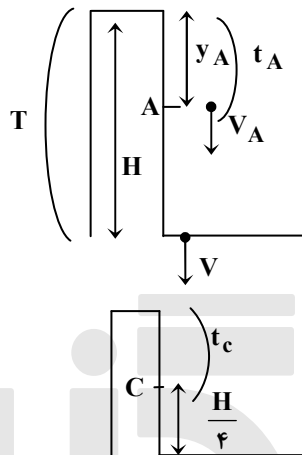
الف) $(\frac{1}{3}V)^2 = \frac{y_A}{H} \Rightarrow y_A = \frac{H}{9} \Rightarrow$ ارتفاع از زمین $= H - \frac{H}{9} = \frac{8H}{9}$

ب) $\frac{t_A}{T} = \frac{v_A}{V} = \frac{1}{3} \Rightarrow t_A = \frac{T}{3} \Rightarrow$ زمان باقی حرکت $= T - \frac{T}{3} = \frac{2T}{3}$

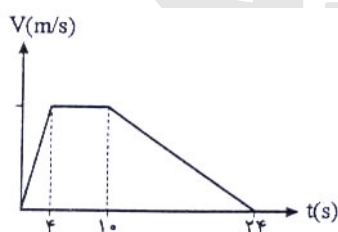
ج) $\frac{y_B}{H} = (\frac{1}{2}V)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow y_B = \frac{H}{4} \Rightarrow$ ارتفاع از زمین $= \frac{3H}{4}$

د) ارتفاع از زمین $= \frac{H}{4} \Rightarrow y = \frac{3H}{4}$

$(\frac{t_C}{T})^2 = \frac{y}{H} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{t_C}{T} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow t_C = \frac{\sqrt{3}}{2} T$



مثال: نمودار «سرعت - زمان» متحرکی به شکل زیر و مسافت طی شده به وسیله ی آن در مدت ۱۴ s برابر ۱۲۰ m است. این متحرک در ۴ ثانیه ی اول چند متر طی کرده است؟



- ۱۴ (۱)
- ۲۱ (۲)
- ۲۸ (۳)
- ۳۰ (۴)

پاسخ: گزینه ی (۲) برای به دست آوردن جابه جایی در ۴ ثانیه ی اول، باید مقدار V را بدانیم (تا مساحت مثلث را به دست آوریم). برای محاسبه ی V ناچاریم از مساحت زیر نمودار در ۱۴ ثانیه استفاده کنیم:

$\Delta x_{14} = A = A_{\text{مثلث}} + A_{\text{مستطیل}} + A_{\text{دوزنقه}}$
 $120 = \frac{4 \times V}{2} + 6 \times V + 4 \times \frac{V + V'}{2} = 10V + 2V'$

اما V' چه رابطه ای با V دارد؟

در فاصله ی زمانی $t=10s$ تا $t=24s$ ، شیب نمودار، مقداری ثابت است.

$$\begin{cases} \text{شیب خط AC} = \frac{V' - V}{14 - 10} \\ \text{شیب خط AB} = \frac{0 - V}{24 - 10} \end{cases} \Rightarrow \frac{V' - V}{4} = \frac{-V}{14} \Rightarrow 14V' - 14V = -4V \Rightarrow 14V' = 10V \Rightarrow V' = \frac{5}{7}V$$

پس:

$120 = 10V + 2V' = 10V + \frac{10}{7}V = \frac{80}{7}V \Rightarrow V = 10/5 \text{ m/s} \Rightarrow \Delta x_4 = A_{\text{مثلث}} = \frac{4 \times V}{2} = 21 \text{ m}$

مثال: نمودار «شتاب - زمان» متحرکی مطابق شکل روبرو است. اگر سرعت اولیه ی

جسم 10 m/s - باشد، در کدام بازه ی زمانی حرکت جسم تند شونده است؟

(۲) 1 s تا 4 s

(۱) 4 s تا 8 s

(۴) گزینه های ۲ و ۳ هر دو درستند

(۳) 11 s تا 12 s

پاسخ: گزینه ی (۴) گام اول: در مبدأ زمان سرعت اولیه ی منفی و شتاب مثبت است؛

پس حرکت کند شونده است. کند شونده بودن حرکت تا لحظه ای ادامه می یابد که

سرعت صفر شود و از آن پس سرعت همانند شتاب مثبت می شود. فرض می کنیم

این اتفاق در لحظه ی t_1 می افتد (به شکل روبرو دقت کنید):

$$A = \Delta V = V_{t_1} - V_0 \Rightarrow 10 \cdot t_1 = V_{t_1} - (-10) \Rightarrow V_{t_1} = 10 \cdot t_1 - 10$$

$$10 \cdot t_1 - 10 = 0 \Rightarrow t_1 = 1 \text{ s}$$

یعنی از 1 s تا 4 s ، هم سرعت مثبت است و هم شتاب.

گام دوم: آیا بازه ی زمانی وجود دارد که سرعت و شتاب منفی باشد؟ این بازه ی زمانی در صورت وجود قسمتی از بازه ی 8 s تا 12 s

است. اگر بدانیم در لحظه ی $t = 8 \text{ s}$ سرعت متحرک چه قدر است، همانند گام اول می توانیم بگوییم در لحظه ای مثل t_2

سرعت صفر می شود و از آن پس علامت سرعت منفی خواهد شد.

سرعت اولیه + تغییرات سرعت در 4 ثانیه ی اول = سرعت در لحظه ی 8 s

$$V_8 = (4 \times 10) + (-10) = 30 \text{ m/s}$$

در بازه ی زمانی 8 s تا 12 s شتاب صفر است، پس سرعت در این بازه ی زمانی ثابت (یعنی

همان 30 m/s) باقی می ماند:

$$V_{12} = V_8 = 30 \text{ m/s}$$

حالا به سراغ t_2 می رویم:

$$A' = \Delta V' = (t_2 - 8)(-10) = V_{t_2} - 30 \Rightarrow V_{t_2} = (t_2 - 8)(-10) + 30$$

$$(t_2 - 8)(-10) + 30 = 0 \Rightarrow t_2 = 11 \text{ s}$$

در لحظه ی $t_2 = 11 \text{ s}$ به بعد علامت سرعت منفی می شود. پس از 11 s تا 12 s هم سرعت منفی است و هم شتاب.

مثال: گلوله ای در شرایط خلأ از ارتفاع h با سرعت اولیه ی 10 m/s در راستای قائم به پایین پرتاب می شود. نسبت مسافت

پیموده شده در ثانیه ی اول به مسافت پیموده شده در ثانیه ی دوم کدام است؟

(۲) $\frac{2}{3}$

(۱) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{5}{3}$

(۳) $\frac{3}{5}$

پاسخ: گزینه ی (۳)

رابطه ی مناسب حل این تست مسافت طی شده در ثانیه ی n ام یعنی

$$\Delta y_n = (n - 0/5)(-g) + V_0 n$$

می گیریم:

همه چیز را در شکل گفته ایم، دقت کنید! ما از شکل چنین نتیجه می گیریم:

$$\frac{\Delta y_1}{\Delta y_2} = \frac{-15}{-25} = \frac{3}{5}$$

